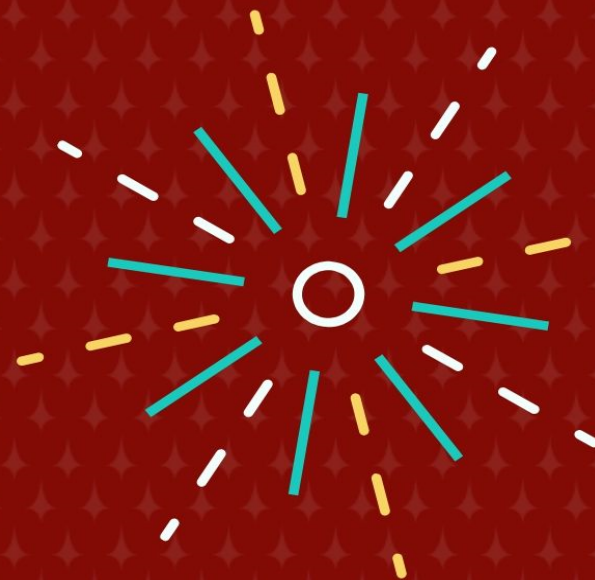


TỦ SÁCH LUYỆN THI

63 ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 MÔN TOÁN NĂM 2019 - 2020

CỦA TẤT CẢ CÁC TỈNH THÀNH TRONG CẢ NƯỚC

(CÓ ĐÁP ÁN)



Bài 1. (3,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây :

a) $\frac{x}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}x = \sqrt{3}$

b) $x^2 + 6x - 5 = 0$

c) $\begin{cases} \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2 \\ 2\sqrt{2}x - y = 2\sqrt{2} - 2 \end{cases}$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hàm số có đồ thị là Parabol (P): $y = 0,25x^2$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho

b) Qua điểm $A(0;1)$ vẽ đường thẳng song song với trục hoành Ox cắt (P) tại hai điểm E và F. Viết tọa độ của E và F.

Bài 3. (2,0 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 - (m+2)x + 2m = 0(*)$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình (*) luôn có nghiệm với mọi số m

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (*) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$-1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} \leq 1$$

Bài 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4cm, AC = 3cm$. Lấy điểm D thuộc cạnh AB ($AD < DB$). Đường tròn (O) đường kính BD cắt CB tại E. Kéo dài CD cắt đường tròn (O) tại F

a) Chứng minh rằng ACED là tứ giác nội tiếp

b) Biết $BF = 3cm$. Tính BC và diện tích tam giác BFC

c) Kéo dài AF cắt đường tròn (O) tại điểm G. Chứng minh rằng BA là tia phân giác của CBG

Bài 5. (1,0 điểm) Trường A tiến hành khảo sát 1500 học sinh về sự yêu thích hội họa, thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác. Mỗi học sinh chỉ chọn một yêu thích. Biết số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh toàn trường. Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh, số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác.

a) Tính số học sinh yêu thích hội họa

b) Hỏi tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là bao nhiêu ?

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) \frac{x}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{x+3x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x+3x=3 \Leftrightarrow 4x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

b) Phương trình $x^2 + 6x - 5 = 0$ có $\Delta' = 3^2 - 1 \cdot (-5) = 14 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = -3 + \sqrt{14} \quad ; x_2 = -3 - \sqrt{14}$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2 \\ 2\sqrt{2}x - y = 2\sqrt{2} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}x \\ 3\sqrt{2}x = 3\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ Parabol

b) Đường thẳng đi qua $A(0;1)$ và song song với trục hoành có phương trình $y = 1$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1$ và parabol $y = 0,25x^2$

$$, \text{ ta có: } 0,25x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy hai điểm E và F có tọa độ lần lượt là $(-2;1)$ và $(2;1)$

Bài 3.

$$a) x^2 - (m+2)x + 2m = 0 (*)$$

VectorStock.com/14523839

$$\text{Có: } \Delta = (m+2)^2 - 4 \cdot 2m = m^2 + 4m + 4 - 8m = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0 (\forall m)$$

\Rightarrow Phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm với mọi m

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$

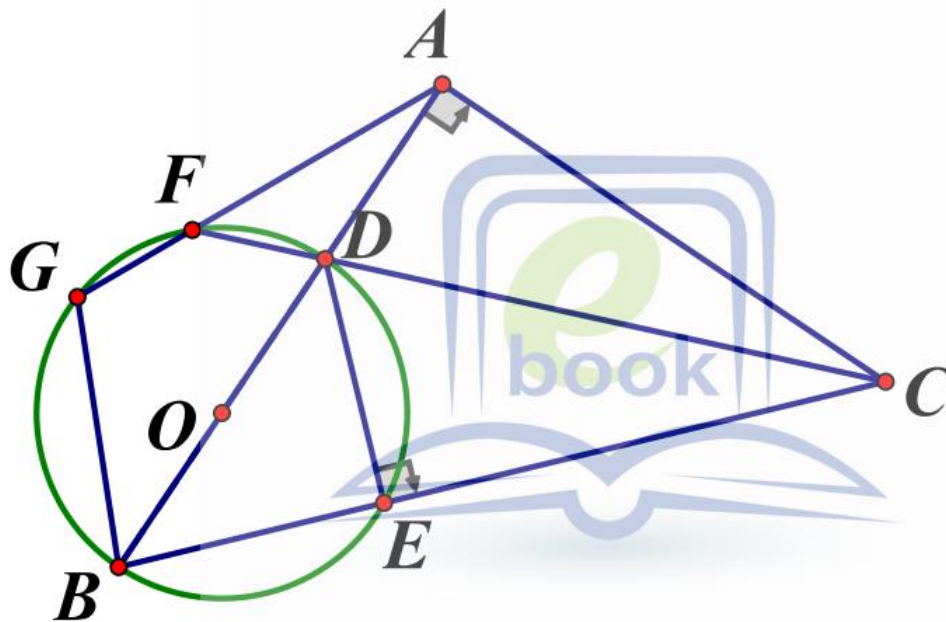
$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } -1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2(m+2)}{2m} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m \neq 0 \\ \frac{m+2}{m} \geq -1 \\ \frac{m+2}{m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{m+2+m}{m} \geq 0 \\ \frac{m+2-m}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{2m+2}{m} \geq 0 \\ \frac{2}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \\ m < 0 \end{cases} \Rightarrow m \leq -1$$

Vậy $m \leq -1$ thỏa mãn bài toán

Bài 4.



- a) Ta có $BED = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow DE \perp BC \Rightarrow CED = 90^\circ$

Xét tứ giác $ACED$ có $CAD + CED = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
 \Rightarrow Tứ giác $ACED$ là tứ giác nội tiếp.

- b) Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5(cm)$$

Ta có $BFD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow BF \perp FD \text{ hay } BF \perp FC \Rightarrow \triangle BFC \text{ vuông tại } F$$

Áp dụng định lý Pytago trong $\triangle BFC$ vuông ta có:

$$FC^2 = BC^2 - BF^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow FC = \sqrt{16} = 4(cm)$$

$$\text{Vậy } S_{BFC} = \frac{1}{2} BF \cdot FC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6(cm^2)$$

c) Nhận thấy bốn điểm B, D, F, G cùng thuộc $(O) \Rightarrow$ Tứ giác $BDFG$ là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{GBD} = \widehat{AFD} = \widehat{AFC}(1)$ (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét tứ giác $AFBC$ có $\widehat{BAC} = \widehat{BFC} = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AFBC$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

Do đó: $\widehat{ABC} = \widehat{AFC}(2)$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AC)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{GBD} = \widehat{ABC} \Rightarrow BA$ là tia phân giác của \widehat{CBG} (đpcm)

Bài 5.

a) Vì số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh toàn trường, nên số học sinh yêu thích hội họa là :
 $1500 \cdot 20\% = 300$ (học sinh)

b) Gọi số học sinh yêu thích thể thao là x (học sinh) ($30 < x < 1200, x \in \mathbb{N}^*$)
Số học sinh chọn yêu thích khác là y (học sinh) ($y < 1200, y \in \mathbb{N}^*$)

Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh \Rightarrow Số học sinh yêu thích âm nhạc là $x - 30$ (học sinh)

Tổng số học sinh của trường là 1500 học sinh, số học sinh yêu thích hội họa là 300 học sinh nên số học sinh yêu thích thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác :

$$1500 - 300 = 1200 \text{ (học sinh)}$$

Khi đó ta có phương trình: $x + x - 30 + y = 1200 \Leftrightarrow 2x + y = 1230(1)$

Số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng số học sinh yêu thích âm nhạc và các yêu thích khác nên ta có phương trình: $x + 300 = x - 30 + y \Leftrightarrow y = 330(tm)$

Thay $y = 330$ vào phương trình (1) ta được:

$$2x = 1230 - y = 1230 - 330 = 900 \Leftrightarrow x = 450(tm)$$

Suy ra số học sinh yêu thích âm nhạc : $450 - 30 = 420$ (học sinh)

Vậy tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là:

$$450 + 42 = 870 \text{ (học sinh)}$$

Bài 1.(3,5 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$
- b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 4x - 3y = -18 \end{cases}$
- c) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2}{3 + \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{28}}{2} - 2$
- d) Giải phương trình: $(x^2 - 2x)^2 + (x - 1)^2 - 13 = 0$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = -2x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - m$ (với m là tham số)

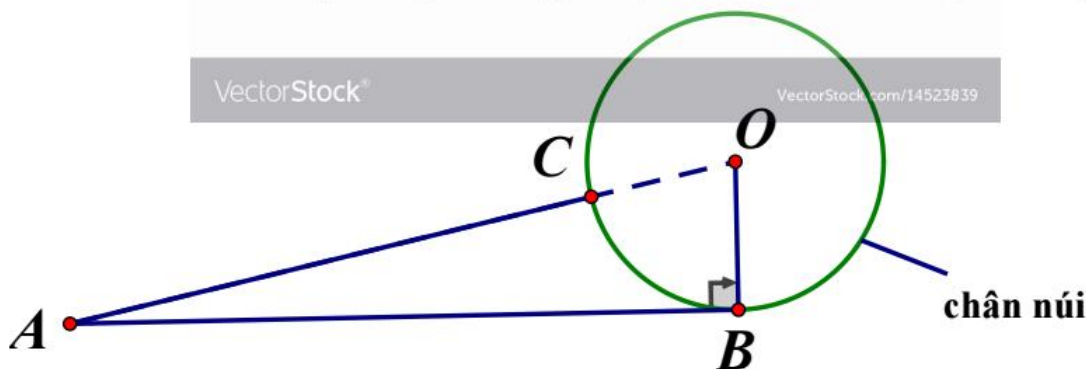
- a) Vẽ parabol (P)
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = x_1 x_2$

Bài 3.(1 điểm) Có một vụ tai nạn ở vị trí B tại chân của một ngọn núi (chân núi có dạng đường tròn tâm O, bán kính 3km). Và một trạm cứu hộ ở vị trí A (tham khảo hình vẽ). Do chưa biết đi đường nào để đến vị trí tai nạn nhanh hơn nên đội cứu hộ quyết định điều hai xe cứu thương cùng xuất phát ở trạm cứu hộ đến vị trí tai nạn theo hai cách sau:

Xe thứ nhất: đi theo đường thẳng từ A đến B, do đường xấu nên vận tốc trung bình của xe là 40km/h

Xe thứ hai: đi theo đường thẳng từ A đến C với vận tốc trung bình 60km/h, rồi đi từ C đến B theo đường cung nhỏ CB ở chân núi với vận tốc trung bình 30km/h (ba điểm A, O, C thẳng hàng và C ở chân núi). Biết đoạn đường AC dài 27km và $\angle AOB = 90^\circ$

- a) Tính độ dài quãng đường xe thứ nhất đi từ A đến B
- b) Nếu hai xe cứu thương xuất phát cùng lúc tại A thì xe nào đến vị trí tai nạn trước



Bài 4. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm E tùy ý trên nửa đường tròn đó (E khác A, B). Lấy điểm H thuộc đoạn EB (H khác E, B). Tia AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là F . Kéo dài tia AE và BF cắt nhau tại I . Đường cao IH cắt nửa đường tròn tại P và cắt AB tại K

- Chứng minh tứ giác $IEHF$ nội tiếp được đường tròn
- Chứng minh $\angle AIH = \angle ABE$
- Chứng minh $\cos \angle ABP = \frac{PK + BK}{PA + PB}$
- Gọi S là giao điểm của tia BF và tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Khi tứ giác $AHIS$ nội tiếp được đường tròn. Chứng minh $EF \perp EK$

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{5xy} + \frac{5}{x + 2y + 5}.$$



ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 3x + 2 = 0 &\Leftrightarrow x^2 - 2x - x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x-2) - (x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \{1; 2\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x+3y=3 \\ 4x-3y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=-15 \\ y=\frac{3-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-3; 2)$

$$\begin{aligned} \text{c) } A &= \frac{2}{3+\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{28}}{2} - 2 = \frac{2(3-\sqrt{7})}{3^2-7} + \frac{\sqrt{4 \cdot 7}}{2} - 2 \\ &= \frac{2(3-\sqrt{7})}{2} + \frac{2\sqrt{7}}{2} - 2 = 3 - \sqrt{7} + \sqrt{7} - 2 = 1 \end{aligned}$$

Vậy $A=1$

$$\begin{aligned} \text{d) } (x^2 - 2x)^2 + (x-1)^2 - 13 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1 - 1)^2 + (x-1)^2 - 13 &= 0 \\ \Leftrightarrow [(x-1)^2 - 1]^2 + (x-1)^2 - 13 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)^4 - 2(x-1)^2 + 1 + (x-1)^2 - 13 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)^4 - (x-1)^2 - 12 &= 0 \end{aligned}$$

Đặt $(x-1)^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó ta có phương trình:

$$t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3t - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t-4) + 3(t-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+3)(t-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \text{ (không thỏa)} \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\text{Với } t=4 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 3\}$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$-2x^2 = x - m \Leftrightarrow 2x^2 + x - m = 0(*)$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 1 + 4.2m > 0 \Leftrightarrow 8m > -1 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{8}$$

Với $m > -\frac{1}{8}$ thì đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có: $x_1 + x_2 = x_1 x_2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{m}{2} \Leftrightarrow m = 1(tm)$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3.

a) Ta có: $AO = CA + OC = 27 + 3 = 30km$

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle ABO$ vuông tại B ta có:

$$AB^2 = AO^2 - OB^2 = 30^2 - 3^2 = 891$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{891} = 9\sqrt{11} \approx 29,85km$$

Vậy quãng đường xe thứ nhất đi là $AB \approx 29,85km$

b) Thời gian xe thứ nhất đi đến vị trí tai nạn là: $\frac{9\sqrt{11}}{40} \approx 0,746(\text{giờ})$

$$+) \text{ta có: } \cos AOB = \cos COB = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \Rightarrow COB \approx 84,26^\circ$$

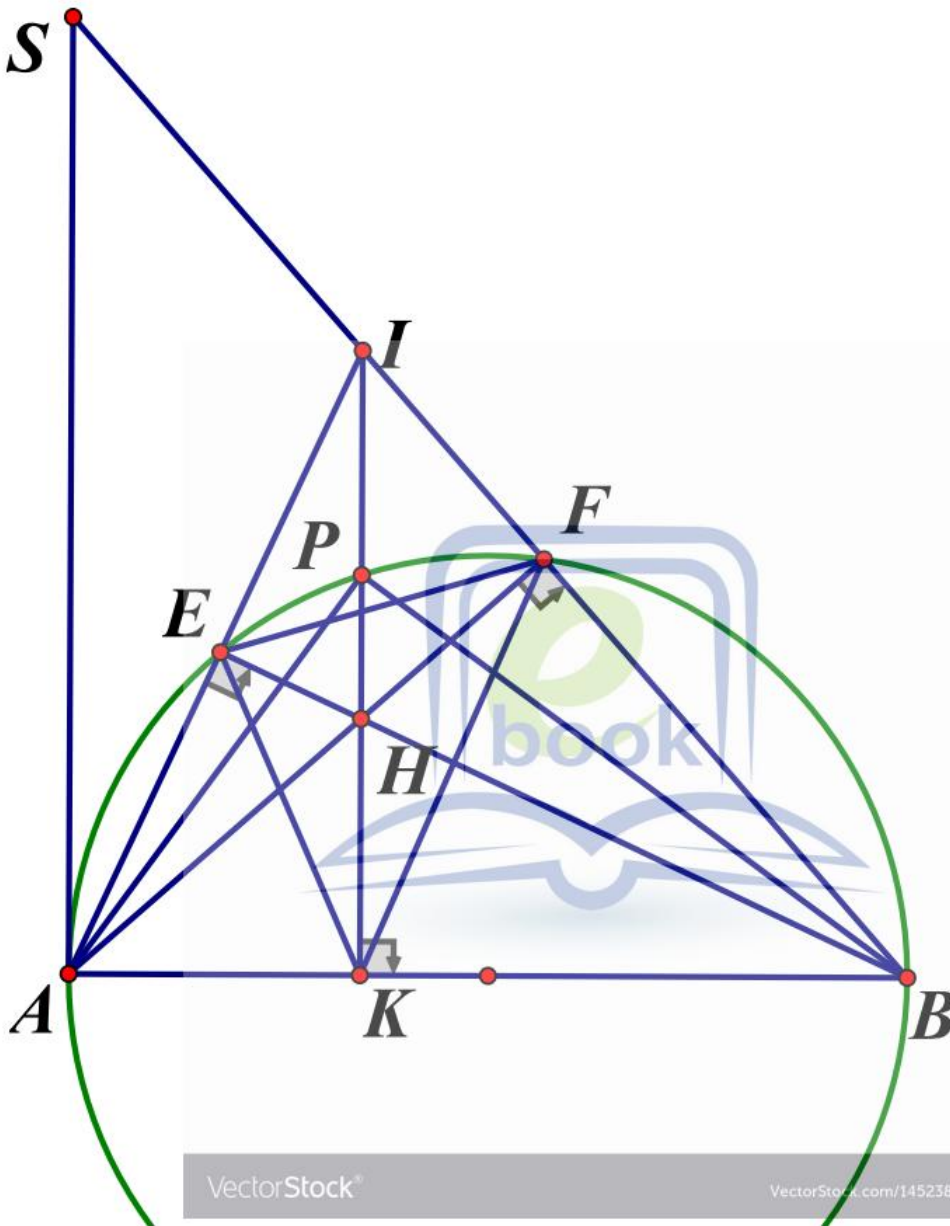
$$\Rightarrow \widehat{BC} = COB = 84,26^\circ (\text{số đo góc ở tâm bằng số đo cung bị chắn})$$

$$\text{Suy ra độ dài cung } BC: l_{BC} = \frac{\pi \cdot 3.84,26}{180} \approx 4,41km$$

$$\Rightarrow \text{Thời gian xe thứ hai đến vị trí tai nạn là: } 27:60 + 4,41:30 = 0,597(\text{giờ})$$

Ta thấy thời gian xe thứ hai đi đến vị trí tai nạn ít hơn thời gian xe thứ nhất đi đến vị trí tai nạn nên xe thứ hai đến trước xe thứ nhất.

Bài 4.



- a) Ta có $\angle AEB = \angle AFB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow AE \perp EB, AF \perp EB$ hay $BE \perp AI, AF \perp BI \Rightarrow \angle IEH = \angle IFH = 90^\circ$

Xét tứ giác $IEHF$ có $\angle IEH + \angle IFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $IEHF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

- b) Ta có $IEHF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle EIH = \angle EFH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EH) hay $\angle AIH = \angle EFA$ mà $\angle EBA = \angle EFA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AF của (O))

$$\Rightarrow AIH = ABE (= EFH) (dfcm)$$

c) Nội PA, PB ta có: $APB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tam giác BPK và tam giác BAP có:

$$ABP \text{ chung; } BKP = BPA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle BPK \sim \triangle BAP (gg) \Rightarrow \frac{PK}{PA} = \frac{BK}{PB} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\text{Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: } \frac{PK}{PA} = \frac{BK}{PB} = \frac{PK + BK}{PA + PB} \quad (1)$$

$$\text{Xét tam giác vuông } BKP \text{ ta có: } \cos ABP = \cos KPB = \frac{BK}{PK} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \cos ABP = \frac{PK + BK}{PA + PB}$$

d) Xét tứ giác $AEHK$ có $AEH + AKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AEHK$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

$$\Rightarrow HEK = HAK = FAB \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HK)}$$

Lại có: $FAB = FEB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FB của (O))

$$\Rightarrow HEK = FEB \Rightarrow EB \text{ là phân giác của } FEK \Rightarrow FEK = 2.FEB = 2.FAB \quad (3)$$

Ta có: $\begin{cases} IH \perp AB(gt) \\ SA \perp AB(gt) \end{cases} \Rightarrow IH \parallel SA \Rightarrow$ Tứ giác $AHIS$ là hình thang (tứ giác có 2 cạnh đối song song)

Khi $AHIS$ là tứ giác nội tiếp thì $SAH + SIH = 180^\circ$ (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp)

Mà $SAH + AHI = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía bù nhau)

$$\Rightarrow SIH = AHI \Rightarrow \text{Tứ giác } AHIS \text{ là hình thang cân}$$

Do đó $ISA = SAH$ (tính chất hình thang cân) hay $BSA = SAF$

Mà $SAF = SBA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến đây cùng chắn AF)

$$\Rightarrow BSA = SBA \Rightarrow \triangle SAB \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SBA = 45^\circ \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có: $FEK = 2FAB = 2.45^\circ = 90^\circ$

Vậy khi tứ giác $AHIS$ nội tiếp được đường tròn, ta có được $EF \perp EK (dfcm)$

Bài 5.

Ta có: $\frac{1}{5xy} + \frac{x}{10} + \frac{y}{20} \geq 3\sqrt[3]{\frac{xy}{1000xy}} = \frac{3}{10}$

$$\frac{5}{x+2y+5} + \frac{x+2y+5}{20} \geq 2\sqrt{\frac{5}{20}} = 1$$

$$\Rightarrow P + \frac{3(x+y)}{20} + \frac{1}{4} \geq \frac{3}{10} + 1$$

$$\Leftrightarrow P + \frac{9}{20} + \frac{1}{4} \geq \frac{13}{10}$$

$$\Leftrightarrow P \geq \frac{13}{10} - \frac{1}{4} - \frac{9}{20}$$

$$\Leftrightarrow P \geq \frac{3}{5}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$



Phần I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = mx + 1$ song song với đường thẳng $y = 2x - 3$ là:

- A. $m = -3$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 2. Tổng hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 4x + 3 = 0$ bằng:

- A. -4 B. 4 C. 3 D. -3

Câu 3. Giá trị nào của x dưới đây là nghiệm của phương trình $x^2 + x - 2 = 0$?

- A. $x = 4$ B. $x = 3$ C. $x = 2$ D. $x = 1$

Câu 4. Đường thẳng $y = 4x - 5$ có hệ số góc bằng:

- A. -5 B. 4 C. -4 D. 5

Câu 5. Cho biết $x = 1$ là một nghiệm của phương trình $x^2 + bx + c = 0$. Khi đó ta có:

- A. $b + c = 1$ B. $b + c = 2$ C. $b + c = -1$ D. $b + c = 0$

Câu 6. Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x - 3}$ có nghĩa là:

- A. $x \geq 3$ B. $x \leq 3$ C. $x < 3$ D. $x > 3$

Câu 7. Cho tam giác ABC có $AB = 3cm, AC = 4cm, BC = 5cm$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A. Tam giác ABC vuông B. Tam giác ABC đều
C. Tam giác ABC vuông cân D. Tam giác ABC cân

Câu 8. Giá trị của tham số m để đường thẳng $y = (2m + 1)x + 3$ đi qua điểm $A(-1; 0)$ là:

- A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = 2$

Câu 9. Căn bậc hai số học của 144 là:

- A. 13 B. -12 C. 12 và -12 D. 12

Câu 10. Với $x < 2$ thì biểu thức $\sqrt{(2-x)^2} + x - 3$ có giá trị bằng:

- A. -1 B. $2x - 5$ C. $5 - 2x$ D. 1

Câu 11. Giá trị của biểu thức $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ bằng

- A. 3 B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 12. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0; y_0)$. Giá trị của biểu thức $x_0 + y_0$ bằng:

- A. 1 B. -2 C. 5 D. 4

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, có $BC = 4cm, AC = 2cm$. Tính $\sin ABC$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 14. Tam giác ABC cân tại B có $\angle ABC = 120^\circ, AB = 12cm$ và nội tiếp đường tròn (O). Bán kính của đường tròn (O) bằng:

- A. 10cm B. 9cm C. 8cm D. 12cm

Câu 15. Biết rằng đường thẳng $y = 2x + 3$ cắt parabol $y = x^2$ tại hai điểm. Tọa độ của các giao điểm là:

- A. (1;1) và (-3;9) B. (1;1) và (3;9) C. (-1;1) và (3;9) D. (-1;1) và (-3;9)

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = (1 + m^4)x + 1, m$ là tham số. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $f(1) > f(2)$ B. $f(4) < f(2)$ C. $f(2) < f(3)$ D. $f(-1) > f(0)$

Câu 17. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ mx - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 = 2y_0$. Khi đó giá trị của m là

- A. $m = 3$ B. $m = 2$ C. $m = 5$ D. $m = 4$

Câu 18. Tìm tham số m để phương trình $x^2 + x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

- A. $m = -3$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 0$

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 20\text{cm}$. Đường tròn đường kính AB cắt BC tại M (M không trùng với B), tiếp tuyến tại M của đường tròn đường kính AB cắt AC tại I . Độ dài đoạn AI bằng:

- A. 6cm B. 9cm C. 10cm D. 12cm

Câu 20. Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung AB thỏa mãn $AOB = 90^\circ$. Độ dài cung nhỏ AB bằng:

- A. $\frac{\pi R}{2}$ B. πR C. $\frac{\pi R}{4}$ D. $\frac{3\pi R}{2}$

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức $A = \left[\frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 4} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} \right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0; x \neq 4$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m + 1)x + m - 4 = 0$ (1), m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1^2 - mx_1 + m)(x_2^2 - mx_2 + m) = 2$$

Câu 3. (1,5 điểm). Đầu năm học, Hội Khuyến học của một tỉnh tặng cho trường A tổng số 245 quyển sách gồm sách Toán và sách Ngữ văn. Nhà trường đã dùng $\frac{1}{2}$ số sách Toán và $\frac{2}{3}$

số sách Ngữ văn để phát cho các bạn học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Biết rằng mỗi bạn nhận được một quyển sách Toán và một quyển sách Ngữ văn. Hội Khuyến học tỉnh đã tặng cho trường A mỗi loại sách bao nhiêu quyển ?

Câu 4. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) đường kính AC ($BA < BC$). Trên đoạn thẳng OC lấy điểm I bất kỳ ($I \neq C$). Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D . Kẻ $CH \perp BD$ ($H \in BD$), DK vuông góc với AC ($K \in AC$)

- Chứng minh rằng tứ giác $DHCK$ là tứ giác nội tiếp
- Cho độ dài đoạn thẳng AC là $4cm$ và $\angle ABD = 60^\circ$. Tính diện tích tam giác ACD .
- Đường thẳng đi qua K song song với BC cắt đường thẳng BD tại E . Chứng minh rằng khi I thay đổi trên đoạn thẳng OC ($I \neq C$) thì điểm E luôn thuộc một đường tròn cố định

Câu 5. (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (3 - x)(3 - y)$

ĐÁP ÁN

Phần I. Trắc nghiệm

1D 2B 3D 4B 5C 6A 7A 8B 9D 10A
11D 12C 13B 14D 15C 16C 17B 18A 19C 20A

Phần II. Tự luận

Câu 1.

a) Ta có:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x, y) = (3; 1)$

b)
$$\begin{aligned} & b) \left[\frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 4} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} \right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \quad (x > 0, x \neq 4) \\ &= \left[\frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{(2\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \\ &= \frac{2x - 4\sqrt{x} + 2 - 2x + \sqrt{x} + 4\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$

Câu 2.

a) Khi $m = 1$ thì (1) trở thành $x^2 - (1+1)x + 1 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy với $m = 1$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 3\}$

b) Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta = (m+1)^2 - 4(m-4) \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m + 16 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 17 \geq 0 \text{ (luôn đúng do } m^2 - 2m + 17 > 0 \text{)}$$

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Ta có: $x^2 - (m+1)x + m - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - x + m - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + m = x + 4$

Do x_1, x_2 là nghiệm của (1) nên $\begin{cases} x_1^2 - mx_1 + m = x_1 + 4 \\ x_2^2 - mx_2 + m = x_2 + 4 \end{cases}$

Thay vào đẳng thức bài ta được: $(x_1 + 4)(x_2 + 4) = 2$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + 4(x_1 + x_2) + 16 = 2 \Leftrightarrow x_1x_2 + 4(x_1 + x_2) + 14 = 0 \quad (2)$$

Theo định lý Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1x_2 = m - 4 \end{cases}$, thay vào (2) ta được:

$$m - 4 + 4(m + 1) + 14 = 0 \Leftrightarrow 5m + 14 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{14}{5}$$

Vậy $m = -\frac{14}{5}$ là giá trị cần tìm.

Câu 3.

Gọi số sách Toán Hội khuyến học tính tặng cho trường A là x quyển ($0 < x < 245, x \in \mathbb{N}$)

Thì số sách Ngữ văn hội khuyến học tính tặng cho trường A là $245 - x$ (quyển)

Số sách toán nhà trường dùng để phát cho học sinh khó khăn là $\frac{1}{2}x$ quyển

Số sách Ngữ văn nhà trường dùng để phát cho học sinh khó khăn là $\frac{2}{3}(245 - x)$ quyển

Vì mỗi bạn nhận được 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Ngữ văn nên số quyển sách Toán và số quyển sách Ngữ văn đem phát là bằng nhau.

Ta có phương trình: $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}(245 - x)$

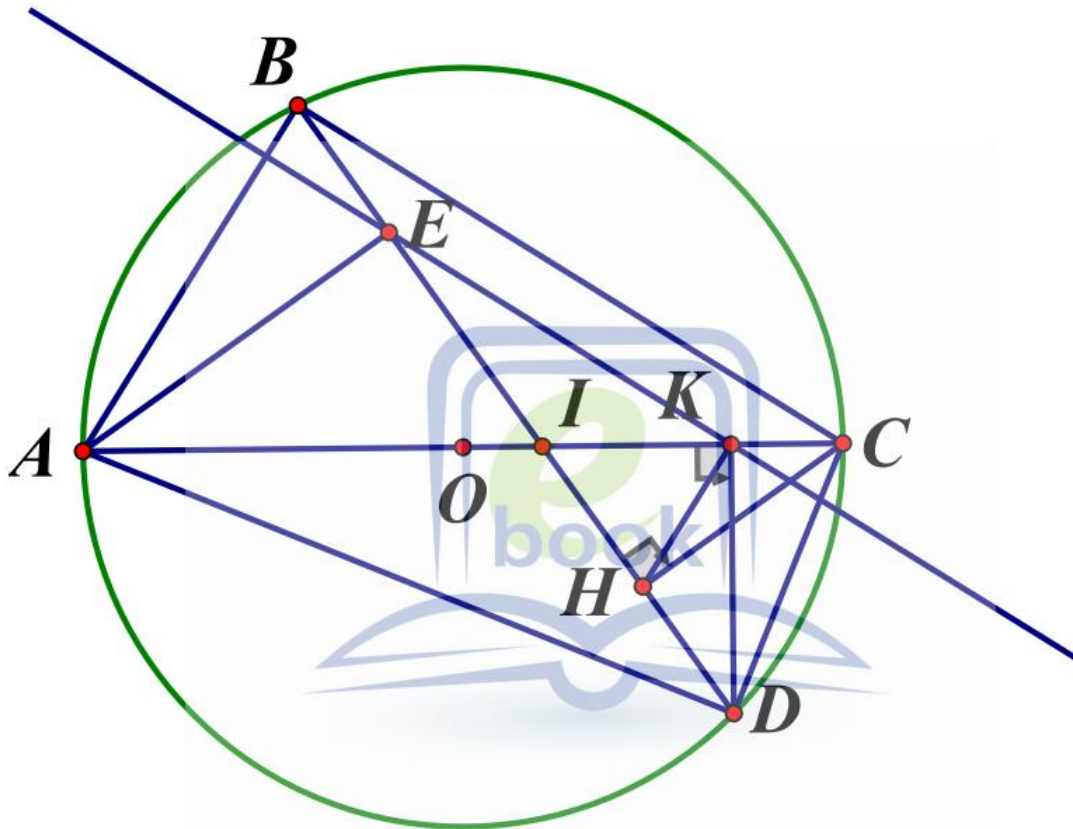
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{490}{3} - \frac{2x}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{6}x = \frac{490}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{490}{3} : \frac{7}{6} \Leftrightarrow x = 140(tm)$$

Vậy số sách Toán Hội khuyến học tỉnh tặng cho trường A là 140 quyển

Số sách Ngữ văn Hội khuyến học tỉnh tặng cho trường A là $245 - 140 = 105$ quyển

Câu 4.



a) Xét tứ giác $DHCK$ có: $DHC = 90^\circ$ (do $CH \perp BD$), $DKC = 90^\circ$ (do $DK \perp AC$)

Suy ra $DHC = DKC (= 90^\circ)$ nên hai đỉnh H, K kề nhau cùng nhìn cạnh CD dưới các góc vuông nên tứ giác $DHCK$ là tứ giác nội tiếp

b) Gọi O là trung điểm AC

Xét đường tròn (O) có $ABD = 60^\circ \Rightarrow ACD = ABD = 60^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD)

Lại có $CDA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tam giác ACD vuông tại D có $AC = 4cm$, $ACD = 60^\circ$ nên

$$AD = AC \cdot \sin ACD = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}(cm)$$

Và $CD = AC \cdot \cos ACD = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ cm}$

Diện tích tam giác ACD là $S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$

c) Vì $EK \parallel BC \Rightarrow DEK = DBC(1)$ (hai góc ở vị trí đồng vị)

Xét đường tròn (O) có $DBC = DAC(2)$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

Từ (1) và (2) suy ra $DEK = DAK$

Suy ra tứ giác $AEKD$ có hai đỉnh A, E cùng nhìn cạnh KD dưới các góc bằng nhau nên tứ giác $AEKD$ là tứ giác nội tiếp, suy ra $AED = AKD = 90^\circ$

Do đó $AE \perp EB$ suy ra $\triangle AEB$ vuông tại E

Lại có AB cố định nên E thuộc đường tròn đường kính AB cố định khi I thay đổi trên đoạn OC

Câu 5.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a côp xki ta có:

$$(x+y)^2 \leq (1^2 + 1^2)(x^2 + y^2) = 2 \Rightarrow x+y \leq \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Lại có: } P &= (3-x)(3-y) = 9 - 3(x+y) + xy = 9 - 3(x+y) + \frac{(x+y)^2 - (x^2 + y^2)}{2} \\ &= 9 - 3(x+y) + \frac{(x+y)^2 - 1}{2} = \frac{(x+y)^2 - 6(x+y) + 17}{2} = \frac{[(x+y)^2 - 6(x+y) + 9] + 8}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x+y-3)^2 + 4 \end{aligned}$$

Vì $x+y \leq \sqrt{2}$ nên

$$x+y-3 \leq \sqrt{2}-3 < 0 \Rightarrow (x+y-3)^2 \geq (\sqrt{2}-3)^2 = 11-6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2}(x+y-3)^2 + 4 \geq \frac{11-6\sqrt{2}}{2} + 4 = \frac{19}{2} - 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{19}{2} - 3\sqrt{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{8} + 2\sqrt{18} - 5\sqrt{2}$

b) $B = \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{4\sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} \quad (x > 0; x \neq 1; x \neq 4)$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = -2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 3$

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ sao cho (d_1) song song (d) và đi qua điểm $A(-1; -2)$

Câu 3. (2,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

c) Cho tam giác vuông cạnh huyền bằng $13cm$. Tính các cạnh góc vuông của tam giác, biết hai cạnh góc vuông hơn kém nhau $7cm$

Câu 4. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi

giá trị của m . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{2(x_1 + x_2) + 5}{x_1^2 + x_2^2}$

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H

a) Chứng minh rằng các tứ giác $CDHE, BCEF$ nội tiếp

b) Hai đường thẳng EF và BC cắt nhau tại M . Chứng minh $MB \cdot MC = ME \cdot MF$

c) Đường thẳng qua B và song song với AC cắt AM, AH lần lượt tại I, K .

Chứng minh rằng $HI = HK$.

ĐÁP ÁN

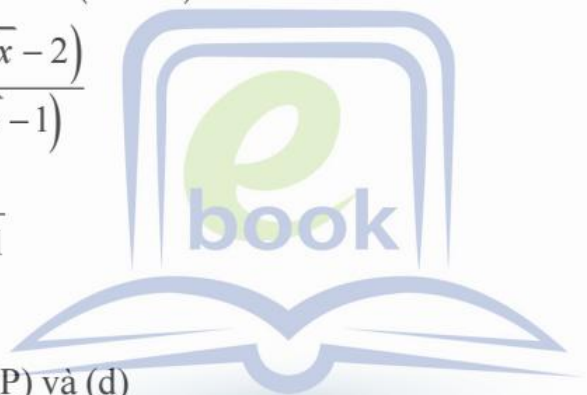
Câu 1.

$$a) A = \sqrt{8} + 2\sqrt{18} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2.3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$b) B = \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{4\sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}}$$

Điều kiện: $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{4\sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} \\ &= \frac{(2 + \sqrt{x})(\sqrt{x} - 2) - x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{4(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{x - 4 - x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{4(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{-4}{4(\sqrt{x} - 1)} = -\frac{1}{\sqrt{x} - 1} \end{aligned}$$



Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với đường thẳng $(d): y = x - 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b \neq -3 \end{cases} \Rightarrow (d_1): y = x + b (b \neq -3)$$

Đường thẳng (d_1) đi qua điểm $A(-1; -2)$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng (d_1) ta được: $-2 = -1 + b \Leftrightarrow b = -1(tm)$

Vậy $(d_1): y = x - 1$

Câu 3.

$$a) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 12 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3 - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (3; 1)$

b) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$. Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$

Phương trình thành $t^2 - 9t + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 5(tm) \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \\ t_2 = 4(tm) \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

Vậy $S = \{\pm\sqrt{5}; \pm 2\}$

c) Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ của tam giác đã cho là $x(cm)$, $(0 < x < 13)$

Độ dài các cạnh góc vuông hơn kém nhau $7cm \Rightarrow$ độ dài cạnh góc vuông lớn là $x + 7(cm)$

Áp dụng định lý Pytago ta có phương trình:

$$x^2 + (x + 7)^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 12x - 60 = 0 \Leftrightarrow x(x - 5) + 12(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 12)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5(tm) \\ x = -12(ktm) \end{cases}$$

Vậy độ dài cạnh góc vuông nhỏ của tam giác là $5cm$, độ dài cạnh góc vuông lớn của tam giác là $5 + 7 = 12cm$

Câu 4.

a) Thay $m = 2$ vào phương trình (1) ta có:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) + (x - 3) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-1, 3\}$

b) Phương trình có $\Delta = m^2 + 12 > 0 \quad \forall m$

\Rightarrow Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

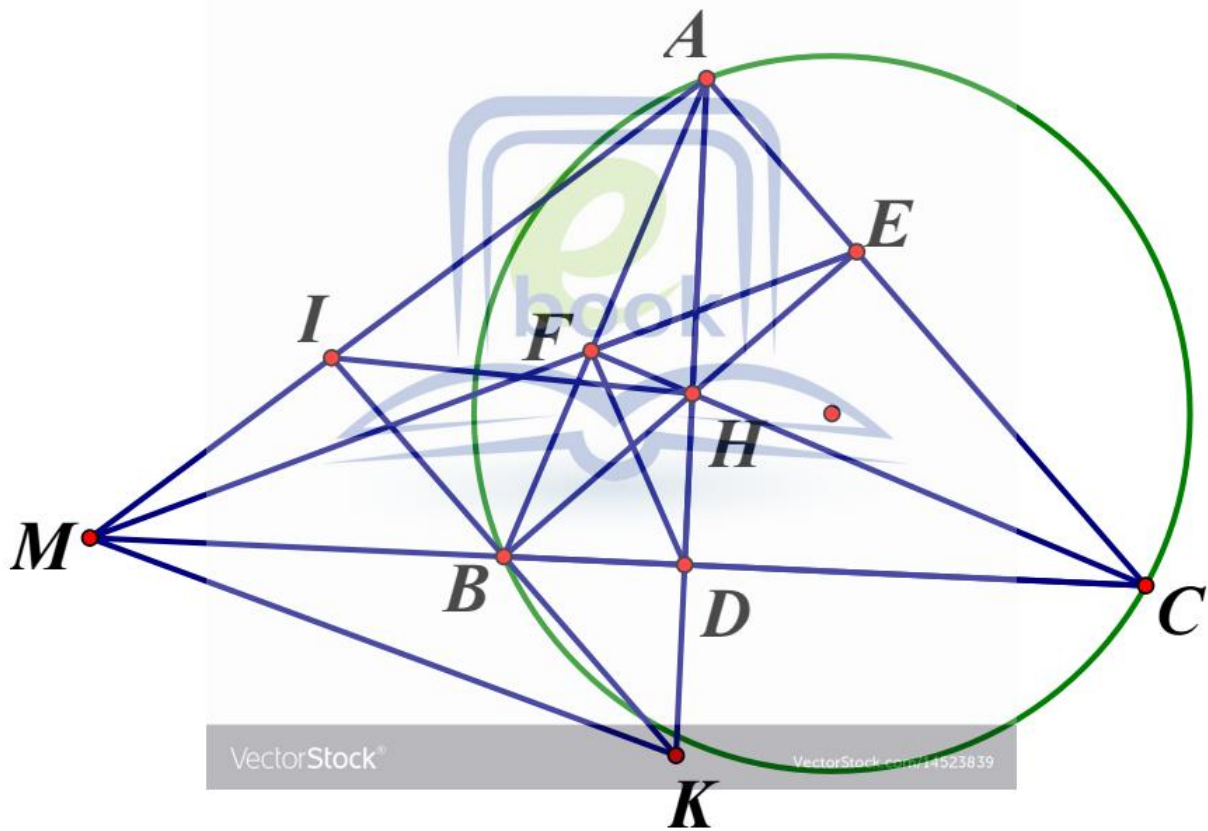
Ta có: $A = \frac{2(x_1 + x_2) + 5}{x_1^2 + x_2^2} = \frac{2m + 5}{m^2 + 6}$

$$= \frac{m^2 + 2m + 1 - m^2 - 6 + 10}{m^2 + 6} = \frac{(m+1)^2 + 10}{m^2 + 6} - 1$$

$$\text{Để } A_{\max} \Leftrightarrow (m^2 + 6)_{\min} \Leftrightarrow \text{Min}(m^2 + 6) = 6 \Leftrightarrow m = 0$$

$$\text{Vậy } \text{Max} A = \frac{1^2 + 10}{6} - 1 = \frac{5}{6} \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 5.



$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} BE \perp AC(gt) \Rightarrow BEC = HEC = 90^0 \\ AD \perp BC(gt) \Rightarrow HDC = 90^0 \\ CF \perp AB(gt) \Rightarrow BFC = 90^0 \end{cases}$$

Xét tứ giác $CDHE$ có: $HEC + HDC = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $CDHE$ là tứ giác nội tiếp.

Xét tứ giác $BCEF$ có: $BEC = BFC = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

b) Do tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow MBF = FEC = MEC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Xét tam giác MBF và tam giác MEC có:

EMC chung; $MBF = MEC$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MBF \sim \triangle MEC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MB}{MF} = \frac{ME}{MC} \Rightarrow MB \cdot MC = ME \cdot MF$$

c) Nội FD

$$FB \text{ là tia phân giác } MFD \Rightarrow \frac{MB}{BD} = \frac{MF}{FD}$$

$FB \perp FC \Rightarrow FC$ là tia phân giác ngoài

$$\Rightarrow \frac{OD}{MC} = \frac{FD}{MF} \Rightarrow \frac{MC}{CD} = \frac{MF}{FD}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{BD} = \frac{MC}{CD} \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{Áp dụng Ta-let suy ra } \left. \begin{array}{l} \frac{BK}{AC} = \frac{BD}{DC} \\ \frac{BI}{AC} = \frac{MB}{MC} \end{array} \right\} \Rightarrow BK = BI$$

$\Rightarrow HB$ đồng thời là đường trung tuyến và là đường cao

$\Rightarrow \triangle HIK$ cân tại H $\Rightarrow HI = HK$

Câu 1. (4,0 điểm) Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{45} - 2\sqrt{20}$

b) $B = \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2}$

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 4 = 5 \end{cases}$$

b) Cho hàm số $y = 3x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x + 1$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 3. (6,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m - 5 = 0(1)$ (m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m = -2$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019$$

Câu 4. (6,0 điểm) Trên nửa đường tròn đường kính AB , lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ . Gọi C là giao điểm hai tia AI và BQ . H là giao điểm của hai dây AQ và BI

a) Chứng minh tứ giác $CIHQ$ nội tiếp

b) Chứng minh $CI \cdot AI = HI \cdot BI$

c) Biết $AB = 2R$. Tính giá trị của biểu thức $M = AI \cdot AC + BQ \cdot BC$ theo R

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \sqrt{45} - 2\sqrt{20} = \sqrt{9 \cdot 5} - 2\sqrt{4 \cdot 5} = 3\sqrt{5} - 2 \cdot 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} b) B &= \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2} \\ &= \frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - |3 - \sqrt{12}| \\ &= \frac{3(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - (-3 + \sqrt{12}) \quad (\text{do } 3^2 < 12 \Rightarrow 3 < \sqrt{12}) \\ &= -3 + 3 - \sqrt{12} \\ &= -\sqrt{12} = -2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Câu 2.

$$a) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x, y) = (3; 2)$

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$3x^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 (*)$$

Phương trình (*) có dạng $a + b + c = 3 - 2 - 1 = 0$ nên có hai nghiệm

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow A(1; 3) \\ x = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow B\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(1; 3)$ và $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 3.

a) Thay $m = -2$ vào phương trình (1) ta có: $x^2 + 4x + 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 + 3x + x + 3 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) + (x+3) = 0$
 $\Leftrightarrow (x+3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$

Vậy khi $m = -2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$

b) Ta có: $\Delta' = m^2 - (-4m - 5) = m^2 + 4m + 5 = (m+2)^2 + 1 > 0 \forall m$
Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m

c) Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -4m - 5 \end{cases}$

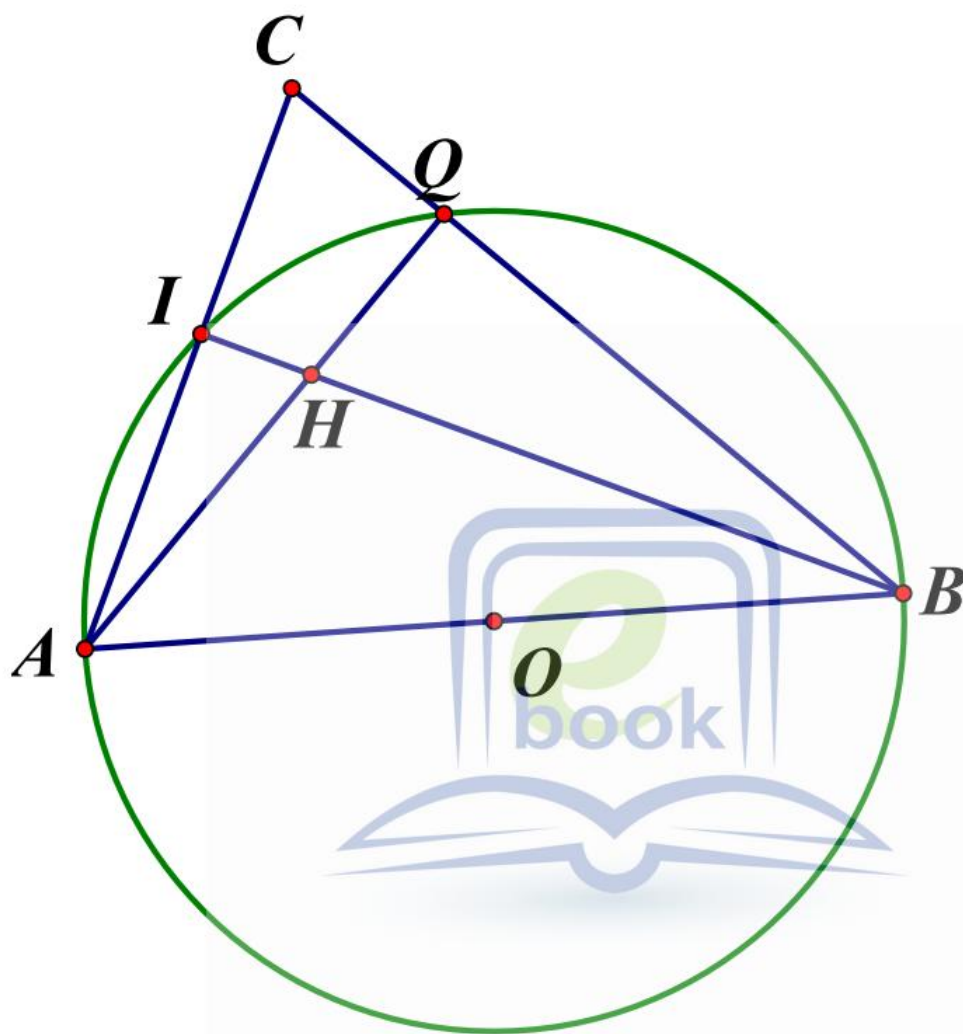
Theo bài ra ta có:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019$$
$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2x_2 - 4m + 33 = 1524038$$
$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 + 2(x_1 + x_2) = 1524000$$

Do x_1 là nghiệm của phương trình (1) $\Rightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 = 0$
 $\Rightarrow 2(x_1 + x_2) = 1524000 \Leftrightarrow 2.2m = 1524000 \Leftrightarrow m = 381000$

Vậy $m = 381000$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4.



a) Ta có: $\angle AIB = \angle AQB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \angle CIH = \angle CQH = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CIHQ$ có $\angle CIH + \angle CQH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $CIHQ$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Xét tam giác AHI và tam giác BCI có:

$$\angle AIH = \angle BIC = 90^\circ, \angle IAH = \angle IBC \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IQ)}$$

$$\Rightarrow \triangle AIH \sim \triangle BIC (g.g) \Rightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{HI}{CI} \Leftrightarrow CI \cdot AI = HI \cdot BI$$

c) Ta có:

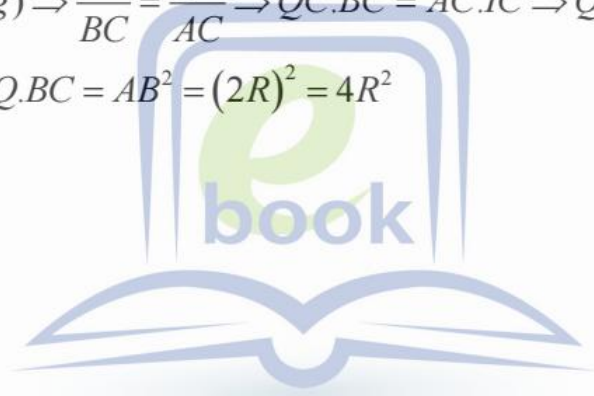
$$\begin{aligned}
M &= AI.AC + BQ.BC \\
&= AC.(AC - IC) + BQ.(BQ + QC) \\
&= AC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC \\
&= AQ^2 + QC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC \\
&= (AQ^2 + BQ^2) + QC.(QC + BQ) - AC.IC \\
&= AB^2 + QC.BC - AC.IC
\end{aligned}$$

Tứ giác $AIQB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow CIQ = CBA$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Xét $\triangle CIQ$ và $\triangle CBA$ có: ACB chung; $CIQ = CBA$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle CIQ \sim \triangle CBA (g.g) \Rightarrow \frac{IC}{BC} = \frac{QC}{AC} \Rightarrow QC.BC = AC.IC \Rightarrow QC.BC - AC.IC = 0$$

$$\text{Vậy } M = AI.AC + BQ.BC = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm) Chọn phương án trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1. Khi $x = 7$ biểu thức $\frac{4}{\sqrt{x+2}-1}$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{\sqrt{8}}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 1 - x$ B. $y = 2x - 3$ C. $y = (1 - \sqrt{2})x$ D. $y = -2x + 6$

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Điểm $M(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số khi

- A. $a = 2$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = -2$ D. $a = \frac{1}{4}$

Câu 5. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BK . Biết $\angle BAC = 30^\circ$. Số đo của cung nhỏ CK là:

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh BC . Biết $AH = \sqrt{12} \text{ cm}$, $\frac{HB}{HC} = \frac{1}{3}$. Độ dài đoạn BC là:

- A. 6 cm B. 8 cm C. $4\sqrt{3} \text{ cm}$ D. 12 cm

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 7. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{(\sqrt{x}+1)^2 + (\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức A
b) Tìm x là số chính phương để $2019A$ là số nguyên.

Câu 8. (1,0 điểm) An đếm số bài kiểm tra một tiết đạt điểm 9 và điểm 10 của mình thấy nhiều hơn 16 bài. Tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt điểm 9 và điểm 10 đó là 160. Hỏi An được bao nhiêu bài đạt điểm 9 và bao nhiêu bài điểm 10

Câu 9. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) , hai điểm A, B nằm trên (O) sao cho $\angle AOB = 90^\circ$. Điểm C nằm trên cung lớn AB sao cho $AC > BC$ và tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AI, BK của tam giác ABC cắt nhau tại H . BK cắt (O) tại điểm N (N khác điểm B); AI cắt (O) tại điểm M (khác điểm A), NA cắt MB tại điểm D . Chứng minh rằng

- a) Tứ giác $CIHK$ nội tiếp một đường tròn
b) MN là đường kính của đường tròn (O)
c) OC song song với DH

Câu 10. (1,5 điểm)

- a) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $\sqrt{x_1 + x_2} + \sqrt{3 + x_1 x_2} = 2m + 1$
- b) Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1}$

ĐÁP ÁN**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM****1D 2B 3D 4A 5A 6B****II. PHẦN TỰ LUẬN****Câu 7.**

- a) Rút gọn biểu thức

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 1$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(\sqrt{x}+1)^2 + (\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} \\
 &= \frac{x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} \\
 &= \frac{2x+2}{x-1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{2x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{x-1} \\
 &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\
 &= \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}
 \end{aligned}$$

- b) Điều kiện:
- $x \geq 0, x \neq 1$

Ta có: $2019A = 2019 \cdot \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 2019 \cdot \left(2 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} \right) = 4038 - \frac{6057}{\sqrt{x}+1}$

Vì $2019A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}+1 \in U(6057)$

Mà $\sqrt{x}+1 \geq 1 \forall x \geq 0, x \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x}+1 \in \{1; 3; 9; 2019; 6057\}$

TH1: $\sqrt{x}+1=1 \Leftrightarrow x=0(tm)$

TH2: $\sqrt{x}+1=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=4(tm)$

TH3: $\sqrt{x}+1=9 \Leftrightarrow \sqrt{x}=8 \Leftrightarrow x=64(tm)$

TH4: $\sqrt{x}+1=2019 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2018 \Leftrightarrow x=2018^2(tm)$

$$\text{TH5: } \sqrt{x} + 1 = 6057 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6056 \Leftrightarrow x = 6056^2 (tm)$$

$$\text{Vậy } x \in \{0; 4; 64; 2018^2; 6056^2\}$$

Câu 8.

Gọi số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là x (bài) ($x \in \mathbb{N}$) và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là y (bài)

$$(y \in \mathbb{N})$$

Do số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 và điểm 10 nhiều hơn 16 bài nên

$$x + y > 16 \Leftrightarrow 9x + 9y > 144 (1)$$

Tổng số điểm của x bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là $9x$ (điểm)

Tổng số điểm của y bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là $10y$ (điểm)

Do tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt 9 điểm và 10 điểm là 160 nên ta có phương trình:

$$9x + 10y = 160 \Leftrightarrow 9x = 160 - 10y$$

$$\text{Thay vào (1) ta có: } 160 - 10y + 9y > 144 \Leftrightarrow y < 16$$

$$\text{Do } y \in \mathbb{N} \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 15\}$$

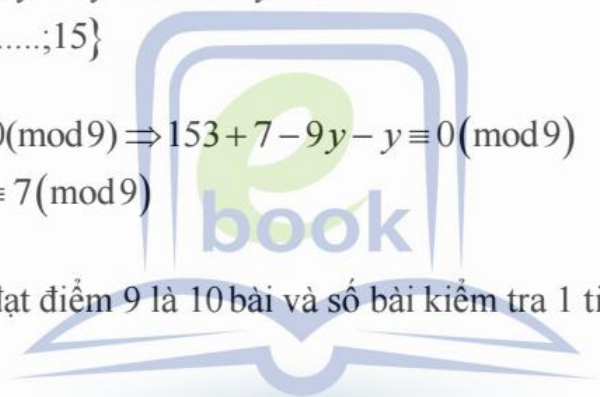
Ta có:

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow 9x = 160 - 10y \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 153 + 7 - 9y - y \equiv 0 \pmod{9}$$

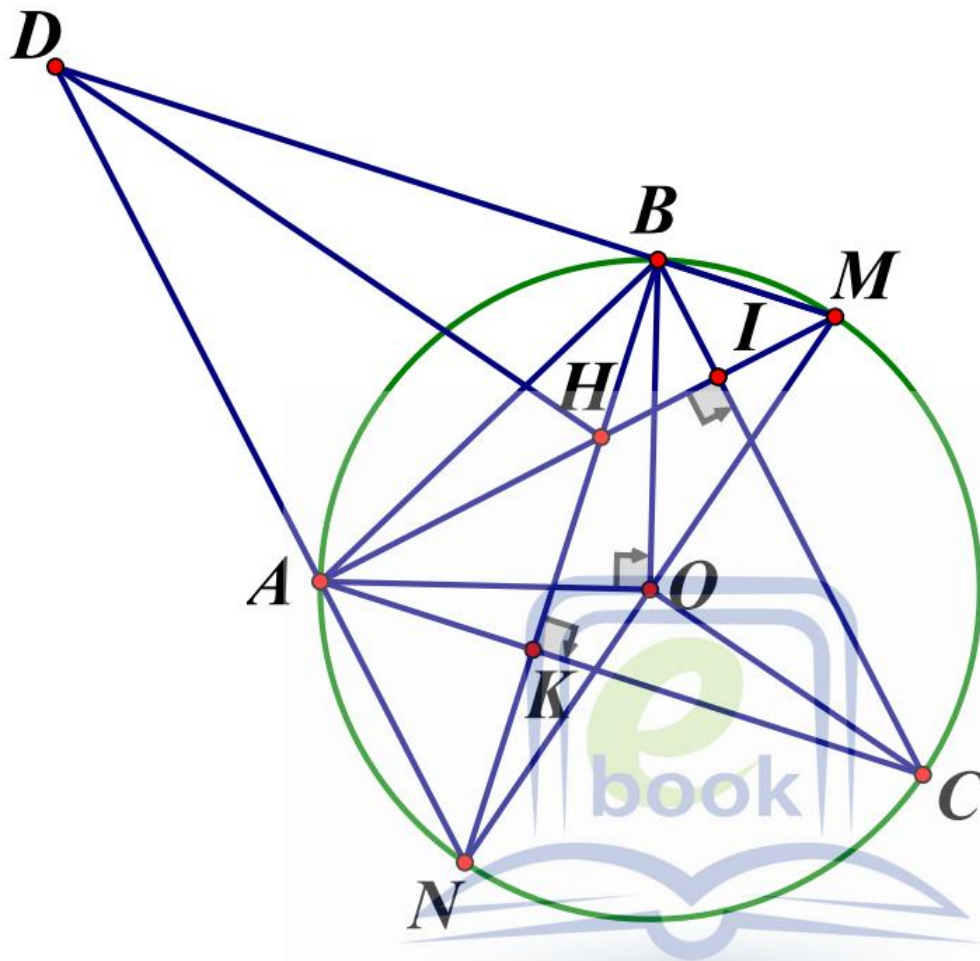
$$\Leftrightarrow 7 - y \equiv 0 \pmod{9} \Leftrightarrow y \equiv 7 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow y = 7 \Rightarrow x = 10 (tm)$$

Vậy số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là 10 bài và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là 7 bài



Câu 9.



a) Ta có $AI \perp BC \Rightarrow CIH = 90^\circ$, $BK \perp AC \Rightarrow CKH = 90^\circ$

Xét tứ giác $CIHK$ có $CIH + CKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $CIHK$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Ta có : $ACB = AMB = \frac{1}{2}AOB = \frac{1}{2}.90^\circ = 45^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

Có $AI \perp BC \Rightarrow \triangle IAC$ vuông tại I, lại có : $ACB = ACI = 45^\circ \Rightarrow \triangle IAC$ vuông cân tại I

$\Rightarrow IAC = 45^\circ \Rightarrow AMB = IAC = 45^\circ$, mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow BM \parallel AC$

Mà $BK \perp AC(gt)$ hay $BN \perp AC \Rightarrow BM \perp BN$ (từ vuông góc đến song song)

$\Rightarrow MBN = 90^\circ \Rightarrow MBN$ nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow MN$ là đường kính của đường tròn (O).

c) Có $IAC = 45^\circ(cmt) \Rightarrow MAC = 45^\circ$

Mà $MAC = \frac{1}{2}MOC$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung MC)

$\Rightarrow MOC = 2MAC = 2.45^\circ = 90^\circ \Rightarrow OC \perp OM$ hay $OC \perp MN$ (1)

Ta có: $\angle ANB = \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

Tam giác KBC có $\angle BKC = 90^\circ, \angle KCB = \angle ACB = 45^\circ \Rightarrow \angle KBC = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle ANB = \angle KBC = 45^\circ$. mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow BC \parallel AN$

Theo giả thiết ta có $BC \perp AI \Rightarrow AI \perp AN$ hay $MA \perp DN$ (từ vuông góc đến song song)

Mặt khác ta có: $BN \perp BM$ (cmt) $\Rightarrow BN \perp DM$

Xét tam giác DMN có hai đường cao MA, NB cắt nhau tại $H \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác DMN
 $\Rightarrow DH \perp MN$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OC \parallel DH$ (đpcm)

Câu 10.

a) Ta có: $\Delta' = m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

Khi $m \neq -1$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = m + m + 1 = 2m + 1 \\ x_2 = m - (m + 1) = -1 \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$\sqrt{x_1 + x_2} + \sqrt{3 + x_1 x_2} = 2m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{2m} + \sqrt{3 - (2m + 1)} = 2m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{2m} + \sqrt{2 - 2m} = 2m + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \geq 0 \\ 2m \geq 0 \\ 2 - 2m \geq 0 \\ 2m + 2 - 2m + 2\sqrt{2m(2 - 2m)} = 4m^2 + 4m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{1}{2} \\ m \geq 0 \\ m \leq 1 \\ 2\sqrt{2m(2 - 2m)} = 4m^2 + 4m - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ 4(4m - 4m^2) = 16m^4 + 16m^2 + 1 + 32m^3 - 8m^2 - 8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ 16m^4 + 32m^3 + 24m^2 - 24m + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ (2m - 1)(8m^3 + 20m^2 + 22m - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m = \frac{1}{2} \\ m \approx 0,044 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m \approx 0,044 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m \approx 0,044$

b) Tìm giá trị lớn nhất

$$\text{Ta có: } ab \geq 0 \Leftrightarrow ab + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{ab + 1} \leq 1 \Leftrightarrow M = \frac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1} \leq a^3 + b^3 + 4$$

Ta có: $\begin{cases} a, b \geq 0 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 \leq 2 \\ b^2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq a^3 \leq a^2 \sqrt{2} \\ 0 \leq b^3 \leq b^2 \sqrt{2} \end{cases}$

Do đó: $a^3 + b^3 + 4 \leq a^2 \sqrt{2} + b^2 \sqrt{2} + 4 = \sqrt{2} \cdot (a^2 + b^2) + 4 = 2\sqrt{2} + 4$

$\Rightarrow M \leq 2\sqrt{2} + 4$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 2 \\ b^2 = 2 \\ ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = 0 \\ a = 0 \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$

Vậy $Max M = 2\sqrt{2} + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = 0 \\ a = 0 \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$

***Tìm giá trị nhỏ nhất**

$a^3 + b^3 + 1 \geq 3\sqrt[3]{a^3 \cdot b^3 \cdot 1} = 3ab$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + 4 \geq 3ab + 3 = 3(ab + 1)$

$\Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1} \geq 3 \text{ (do } \dots ab + 1 > 0 \text{)}$

$\Leftrightarrow M \geq 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$

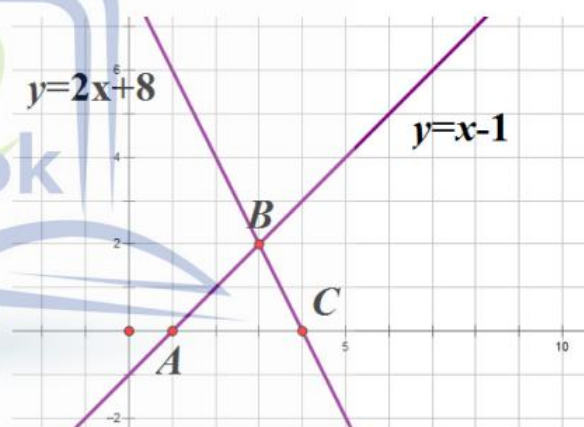
Vậy $\min M = 3 \Leftrightarrow a = b = 1$

Câu 1. (1,5 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{27} - \sqrt{12}$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho parabol $(P): y = -2x^2$. Vẽ (P)
- b) Tìm m để đường thẳng $y = (5m - 2)x + 2019$ song song với đường thẳng $y = x + 3$
- c) Hai đường thẳng $y = x - 1$ và $y = -2x + 8$ cắt nhau tại điểm B và lần lượt cắt trục Ox tại điểm A, C (hình vẽ). Xác định tọa độ các điểm A, B, C và tính diện tích tam giác ABC



Câu 3. (1,5 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 + 2x - 3 = 0$
- b) Tìm m để phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m - 7 = 0$ vô nghiệm

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3cm, AC = 4cm$. Tính độ dài đường cao AH , tính $\cos ACB$ và chu vi tam giác ABH

Câu 5. (1,5 điểm)

- a) Sau kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019-2020, học sinh hai lớp 9A và 9B tặng lại thư viện trường 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó, mỗi học sinh lớp 9A tặng 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo, mỗi học sinh lớp 9B tặng 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.
- b) Một bồn chứa xăng đặt trên xe gồm hai nửa hình cầu có đường kính $2,2m$ và một hình trụ có chiều dài $3,5m$ (hình vẽ). Tính thể tích của bồn chứa xăng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).



Câu 6. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân ở A , đường cao AH ($H \in BC$). Trên AC lấy điểm M ($M \neq A, M \neq C$) và vẽ đường tròn đường kính MC . Kẻ BM cắt AH tại E và cắt đường tròn tại D . Đường thẳng AD cắt đường tròn tại S . Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác $CDEH$ là một tứ giác nội tiếp
- b) $BCA = ACS$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Ta có: $A = \sqrt{27} - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

b)
$$\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 8 \\ y = \frac{3-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(1; \frac{2}{3}\right)$

Câu 2.

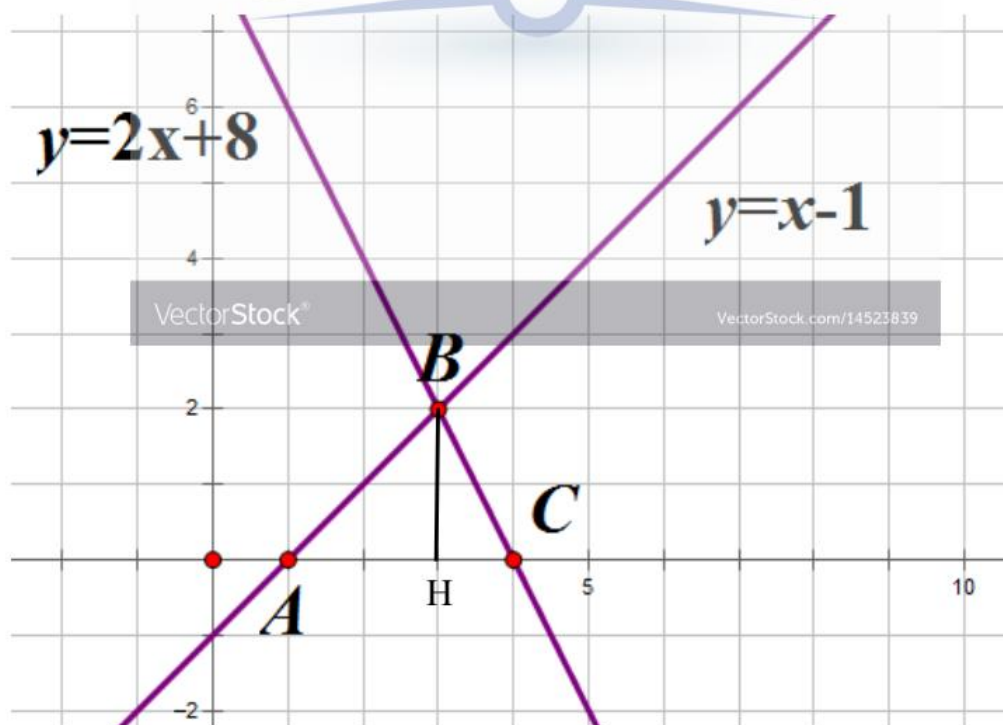
a) Học sinh tự vẽ Parabol

b) Đường thẳng $y = (5m - 2)x + 2019$ song song với đường thẳng $y = x + 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 2 = 1 \\ 2019 \neq 3(\text{luôn...đúng}) \end{cases} \Leftrightarrow 5m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{5}$$

Vậy $m = \frac{3}{5}$ thỏa mãn bài toán.

c)



Ta có: $A(1;0)$ $B(3;2)$ $C(4;0)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên AC, ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AC$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} BH = y_B = 2 \\ AC = x_C - x_A = 4 - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ (đvdt)}$$

Câu 3.

a) Phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0$ có dạng $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -3 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{1; -3\}$

b) Phương trình đã cho vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0$

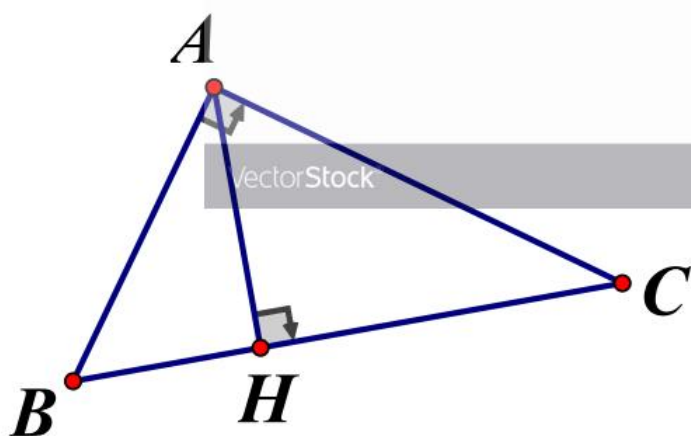
$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 - 3m + 7 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - 3m + 7 < 0$$

$$\Leftrightarrow -m + 8 < 0 \Leftrightarrow m > 8$$

Vậy với $m > 8$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 4.



Áp dụng định lý Pytago trong ΔABC vuông tại C ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow BC = 5cm$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4cm$$

Ta có: $\cos ACB = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

Câu 5.

a) Gọi số học sinh lớp 9A là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Gọi số học sinh lớp 9B là y (học sinh) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Số sách giáo khoa lớp 9A tặng cho trường là: $6x$ (quyển sách)

Số sách tham khảo lớp 9A tặng cho trường là: $3x$ (quyển sách)

Số sách giáo khoa lớp 9B tặng cho trường là: $5y$ (quyển sách)

Số sách tham khảo lớp 9B tặng cho trường là: $4y$ (quyển sách)

Tổng số sách cả hai lớp tặng cho trường là 738 quyển nên ta có phương trình:

$$6x + 3x + 5y + 4y = 738 \Leftrightarrow 9x + 9y = 738 \Leftrightarrow x + y = 82 \quad (1)$$

Tổng số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển nên ta có phương trình:

$$6x + 5y - (3x + 4y) = 166 \Leftrightarrow 3x + y = 166 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + y = 166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 84 \\ y = 82 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42(tm) \\ y = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy lớp 9A có 42 học sinh, lớp 9B có 40 học sinh.

b) Bồn chứa xung bao gồm 1 hình cầu và 1 hình trụ.

Ta có bán kính của hình cầu của bồn chứa xăng là: $R = 2,2 : 2 = 1,1m$

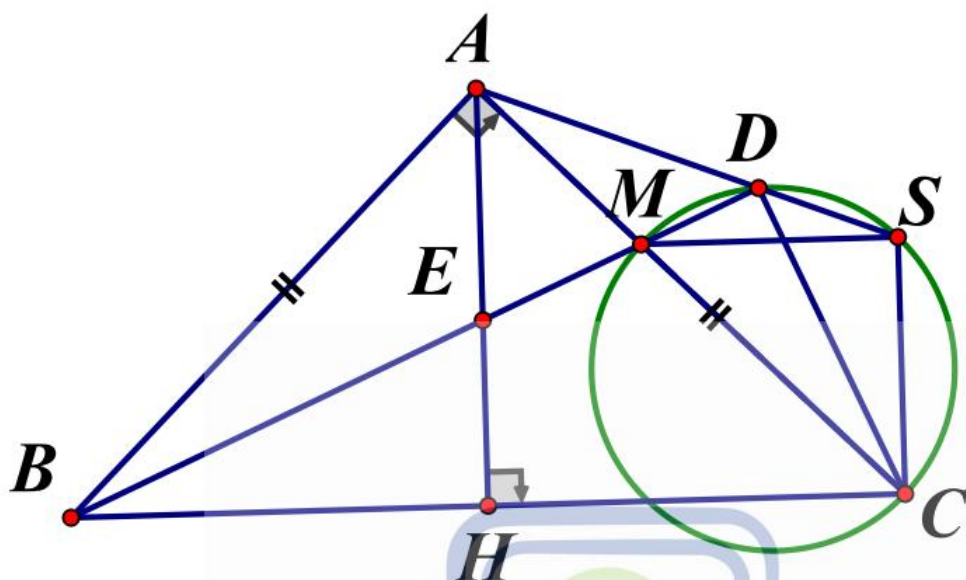
$$\Rightarrow \text{Thể tích phần hình cầu của bồn chứa xăng là: } V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1,1^3 \approx 5,57(m^3)$$

Phần hình trụ của bồn chứa xăng có bán kính đáy là $R = 1,1m$ và chiều cao là $h = 3,5m$

$$\Rightarrow \text{Thể tích phần hình trụ của bồn chứa xăng là } V_2 = \pi R^2 h = 3,14 \cdot 1,1^2 \cdot 3,5 = 13,3(m^3)$$

$$\text{Vậy thể tích của bồn chứa xăng là: } V = V_1 + V_2 = 5,57 + 13,3 = 18,87(m^3)$$

Câu 6.



a) Ta có $\angle EHC = 90^\circ$ (AH là đường cao của $\triangle ABC$)

Ta có: $\angle CDM = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MC)

$\Rightarrow \angle CDE = 90^\circ$

Xét tứ giác $CDEH$ có $\angle CDE + \angle CHE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, suy ra tứ giác $CDEH$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Ta có: $\angle CDE = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \angle CDB = 90^\circ$

Xét tứ giác $ADCB$ có: $\angle CDB = \angle CAB = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $ADCB$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \angle BDA = \angle BCA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB). VectorStock.com/14523839

Tứ giác $CSDM$ nội tiếp đường tròn đường kính $CM \Rightarrow \angle MCS = \angle ADM = \angle BDA$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

$\Rightarrow \angle BCA = \angle MCS = \angle ACS$ (đpcm)

Bài 1. (2,0 đ)

1. Giải phương trình $3(x-1) = 5x + 2$
2. Cho biểu thức $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$, với $x \geq 1$
 - a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 5$
 - b) Rút gọn biểu thức A khi $1 \leq x \leq 2$

Bài 2. (2,0 điểm)

1. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2. Tính nghiệm còn lại
2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x - 1$; $d_2: y = x$; $d_3: y = -3x + 2$. Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng $d // d_3$ đồng thời đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2

Bài 3. (1,5 điểm) Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu

Bài 4. (3,5 điểm) Cho $(O;R)$ và một đường thẳng (d) không cắt (O) . Dựng đường thẳng $OH \perp d$ tại điểm H . Trên đường thẳng d lấy điểm K (K khác H), qua K vẽ hai tiếp tuyến KA, KB với (O) , (A, B là tiếp điểm) sao cho A, H nằm về hai phía của đường thẳng OK .

- a) Chứng minh tứ giác $KAOH$ nội tiếp
- b) Đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại I . CMR: $IA \cdot IB = IH \cdot IO$ và I là điểm cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định
- c) Khi $OK = 2R, OH = R\sqrt{3}$. Tính diện tích ΔKAI theo R

Bài 5. (1,0 điểm) Cho x, y là hai số thực thỏa $\begin{cases} x > y \\ xy = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1. $3(x-1) = 5x + 2$

$$\Leftrightarrow 3x - 3 = 5x + 2 \Leftrightarrow 5x - 3x = -3 - 2 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{2}$$

2. a) Điều kiện $x \geq 1$

Khi $x = 5$ (thỏa mãn $x \geq 1$) thay vào biểu thức ta được:

$$A = \sqrt{5+2\sqrt{5-1}} + \sqrt{5-2\sqrt{5-1}} = \sqrt{5+2\sqrt{4}} + \sqrt{5-2\sqrt{4}}$$

$$= \sqrt{5+2 \cdot 2} + \sqrt{5-2 \cdot 2} = \sqrt{9} + \sqrt{1} = 3 + 1 = 4$$

Vậy khi $x = 5$ thì $A = 4$.

b) Điều kiện $1 \leq x \leq 2$

$$A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$$

$$= \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}$$

$$= |\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1|$$

$$= \sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1} \quad (1 \leq x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x-1} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1}-1 \leq 0)$$

$$= 2$$

Bài 2.

1) Thay nghiệm $x = 2$ vào phương trình ta được:

$$2^2 - (m-1) \cdot 2 - m = 0 \Leftrightarrow 4 - 2m + 2 - m = 0 \Leftrightarrow 3m = 6 \Leftrightarrow m = 2$$

Thay $m = 2$ vào phương trình ta được: $x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy với $m = 2$ phương trình đã cho có 1 nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại $x = -1$

2) Gọi phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Đường thẳng } d // d_3 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 2 \end{cases} \Rightarrow d: y = -3x + b \quad (b \neq 2)$$

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1)$$

Đường thẳng $d: y = -3x + b$ đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 nên d đi qua $A(1;1)$

Thay tọa độ điểm $A(1;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta được:

$$1 = -3 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 4(tm)$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $d: y = -3x + 4$

Bài 3.

Gọi thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội I là x (giờ) ($x > 5$)

Vì nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất 5 giờ

Nên thời gian đội 2 làm riêng để hoàn thành công việc là $x - 5$ giờ

Trong 1 giờ đội thứ nhất làm riêng được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 4 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ (công việc)

Trong 4 giờ đội thứ hai làm được $\frac{4}{x-5}$ (công việc)

Trong 4 giờ cả hai đội làm được: $\frac{4}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{3}$ (công việc)

Giải phương trình

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} \right) = \frac{2}{3}$$

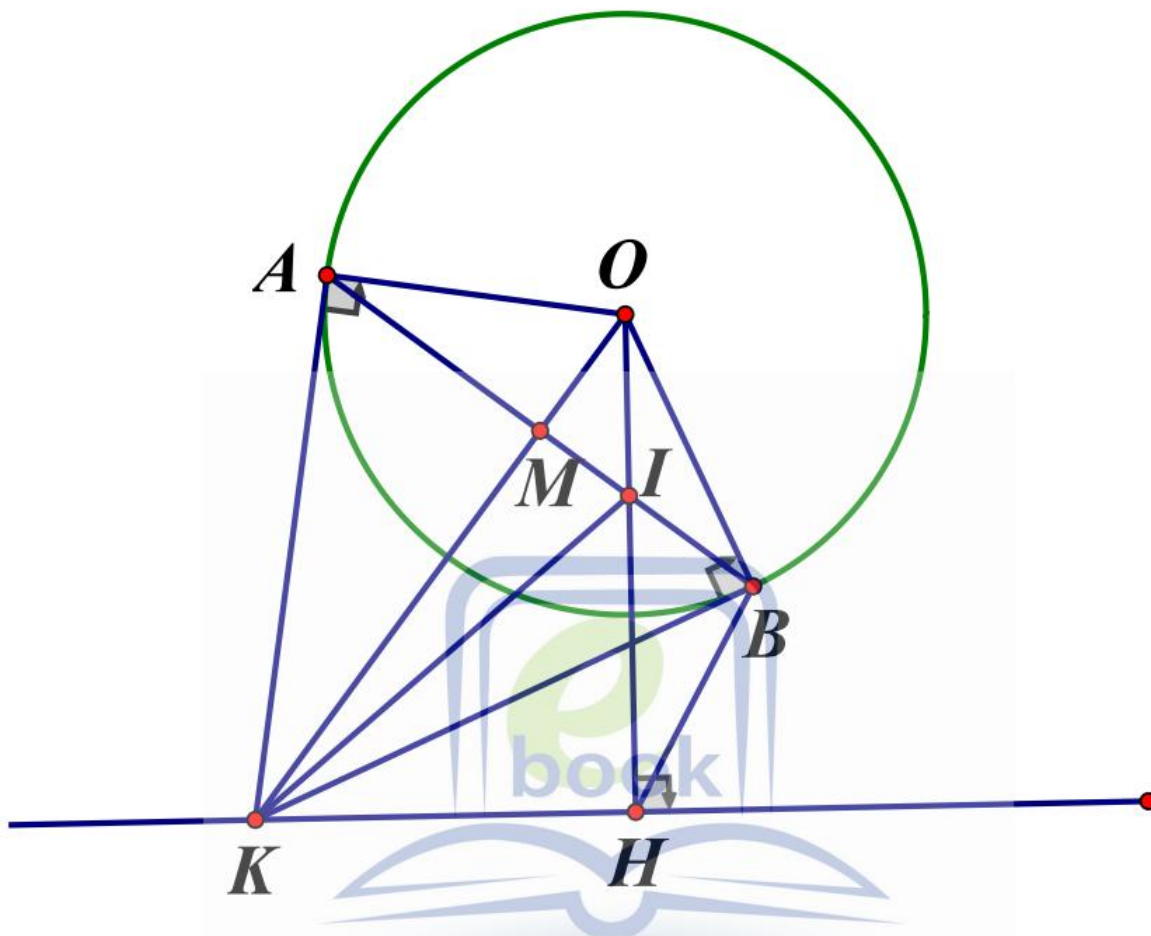
$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{x-5+x}{x(x-5)} = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow 12x - 30 = x^2 - 5x \Leftrightarrow x^2 - 17x + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-15) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(ktm) \\ x = 15(tm) \end{cases}$$

Vậy thời gian hoàn thành công việc của đội I là 15 giờ, của đội II là 10 giờ

Bài 4.



a) Vì KA là tiếp tuyến của (O) nên $AK \perp OA \Rightarrow KAO = 90^\circ$

Lại có : $OHK = 90^0$ (do $OH \perp d$)

Xét tứ giác $AOKH$ có $\widehat{OAK} + \widehat{OHK} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc ở vị trí đối nhau nên $AOKH$ là tứ giác nội tiếp (dnhb)

b) Xét (O) có $OBK = 90^\circ$ (do KB là tiếp tuyến của đường tròn (O))

Từ đó ta có: $\widehat{OAK} = \widehat{OBK} = \widehat{OHK} = 90^\circ$ nên 5 điểm A, O, B, H, K cùng thuộc đường tròn đường kính $OK \Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OHB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OB)

Xét $\triangle IOA$ và $\triangle IBH$ có: $OA = BH$ (hai góc đối đỉnh), $OAB = OHB$ (cmt)

$$\Rightarrow \Delta IOA \sim \Delta IBH (g.g) \Rightarrow \frac{IO}{IB} = \frac{IA}{IH} \Leftrightarrow IO.IH = IA.IB$$

Xét đường tròn đường kính OK có

OHB là góc nội tiếp chắn cung OB

OBA là góc nội tiếp chắn cung OA

Mà $OA = OB = R$

$\Rightarrow OHB = OBA$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét $\triangle OIB$ và $\triangle OBH$ có:

$\angle BOH$ chung; $OHB = OBA$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle OIB \sim \triangle OBH (g.g) \Rightarrow \frac{OI}{OB} = \frac{OB}{OH} \Leftrightarrow OI = \frac{OB^2}{OH}$$

Mà đường thẳng d cố định nên OH không đổi vì $OH \perp d$

$\Rightarrow OI = \frac{R^2}{OH}$ không đổi hay điểm I cố định khi K chạy trên đường thẳng d cố định

c) Gọi M là giao điểm của OK, AB

Xét (O) có KA, KB là hai tiếp tuyến nên $KA = KB$

Lại có $OA = OB = R$ nên OK là đường trung trực của AB , suy ra $AB \perp OK$ tại M

$$\Rightarrow S_{AKI} = \frac{1}{2} AI \cdot KM$$

Theo câu b) ta có: $OI = \frac{R^2}{OH} = \frac{R^2}{R\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{3}}$

Xét tam giác OAK vuông tại A , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$OA^2 = OM \cdot OK \Leftrightarrow OM = \frac{OA^2}{OK} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

$$\text{Suy ra } KM = OK - OM = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$AM^2 = OM \cdot KM = \frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Xét tam giác OMI vuông tại M , theo định lý Pytago, ta có:

$$MI = \sqrt{OI^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Suy ra } AI = AM + MI = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R\sqrt{3}}{6} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow S_{KAI} = \frac{1}{2} KM \cdot AI = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{2} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } S_{KAI} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

Bài 5.

Với $x > y, xy = 1$ ta có:

$$P = \frac{x^2 + y^2}{x - y} = \frac{(x - y)^2 + 2xy}{x - y} = (x - y) + \frac{2}{x - y} \stackrel{\text{Cosi}}{\geq} 2\sqrt{(x - y) \frac{2}{x - y}} = 1 \text{ (Do } x > y \Rightarrow x - y > 0)$$

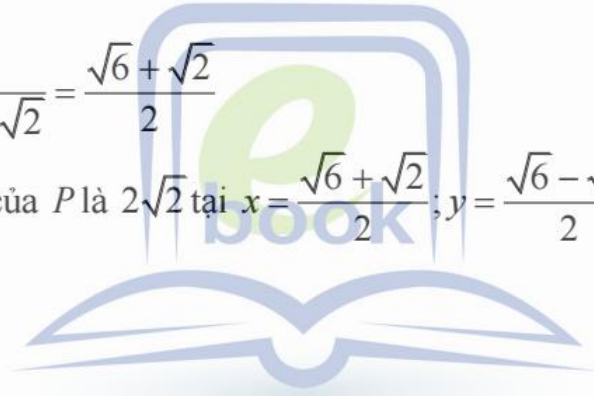
$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x - y = \frac{2}{x - y} \Leftrightarrow (x - y)^2 = 2 \Leftrightarrow x - y = \sqrt{2} \Rightarrow x = y + \sqrt{2}$$

Mà

$$xy = 1 \Leftrightarrow (y + \sqrt{2})y = 1 \Leftrightarrow y^2 + \sqrt{2}y = 1 \Leftrightarrow y^2 + \sqrt{2}y - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \text{ (tm)} \\ y = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } x = \frac{1}{y} = \frac{2}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } P \text{ là } 2\sqrt{2} \text{ tại } x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}; y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học 2019-2020
Ngày thi: 30/5/2019**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1. (2,0 điểm)

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1) $x^2 - 7x + 10$

2) $(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0$

3) $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m - 1$ (m là tham số)

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Gọi $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (d) và (P). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_A > 0$ và $x_B > 0$

Bài 3. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 + ax + b + 2 = 0$ (a, b là tham số)

Tìm các giá trị của tham số a, b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa

mãn điều kiện : $\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases}$

Bài 4. (1,5 điểm) Một tổ công nhân theo kế hoạch phải làm 140 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện năng suất của tổ đã vượt năng suất dự định là 4 sản phẩm mỗi ngày. Do đó tổng đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 4 ngày. Hỏi thực tế mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 5. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O; R). Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O; R) sao cho $OM = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Lấy một điểm N tùy ý trên cung nhỏ AB. Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên AB, AM, BM.

1) Tính diện tích tứ giác MAOB theo R

2) Chứng minh: $NIH = NBA$

3) Gọi E là giao điểm của AN và IH, F là giao điểm của BN và IK. Chứng minh tứ giác IENF nội tiếp được trong đường tròn.

4) Giả sử O, N, M thẳng hàng. Chứng minh $NA^2 + NB^2 = 2R^2$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ có $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4.1.10 = 9 > 0$

\Rightarrow Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{9}}{2.1} = 5 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{9}}{2.1} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5; x_2 = 2$

2) $(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + 2x)^2 - 6(x^2 + 2x) + 9 = 0 (*)$

Đặt $x^2 + 2x = t$. Khi đó ta có phương trình:

$(*) \Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow (t - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x(x + 3) - (x + 3) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{-3; 1\}$

3) $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ y = 4x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4.1 - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -3)$

Bài 2.

1) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

2) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số (d) và (P)

$\frac{1}{2}x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m + 2 = 0 (*)$

Theo đề bài ta có: (d) cắt (P) tại hai điểm $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ phân biệt

$\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$\Leftrightarrow 1 - (-2m + 2) > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$

Vậy với $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình (*) có hai nghiệm x_A, x_B phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A x_B = -2m + 2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} x_A > 0 \\ x_B > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B > 0 \\ x_A x_B > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 > 0 \forall m \\ -2m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2m > -2 \Leftrightarrow m < 1$$

Kết hợp các điều kiện của m ta được: $\frac{1}{2} < m < 1$

Vậy $\frac{1}{2} < m < 1$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3.

$x^2 + ax + b + 2 = 0$ ta có: $\Delta = a^2 - 4(b + 2) = a^2 - 4b - 8$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow a^2 - 4b - 8 > 0 (*)$

Khi đó, áp dụng định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b + 2 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ (x_1 - x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 - x_2) = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 4^3 + 12x_1 x_2 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases} \text{ mà} \\ x_1 x_2 = b + 2 \Rightarrow b + 2 = -3 \Leftrightarrow b = -3 - 2 = -5$$

Ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 - x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 4 - a \\ 2x_2 = -a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4 - a}{2} \\ x_2 = \frac{-a - 4}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 = -3 \Leftrightarrow \frac{4 - a}{2} \cdot \left(\frac{-a - 4}{2} \right) = -3$$

$$\Leftrightarrow (4 - a)(a + 4) = 12$$

$$\Leftrightarrow 16 - a^2 = 12 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

Với $a^2 = 4, b = -5 \Rightarrow a^2 - 4b - 8 = 4 - 4.(-5) - 8 = 16 > 0 \Rightarrow$ thỏa mãn điều kiện (*)

Vậy có 2 cặp số (a, b) thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(a, b) \in \{(2; -5); (-2; -5)\}$

Bài 4.

Gọi số sản phẩm thực tế mỗi ngày tổ công nhân sản xuất được là x (sản phẩm)
($x \in \mathbb{N}^*, x > 4$)

\Rightarrow Thời gian thực tế mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm là $\frac{140}{x}$ ngày

Theo kế hoạch mỗi ngày tổ công nhân đó sản xuất được số sản phẩm: $x - 4$

\Rightarrow Thời gian theo kế hoạch mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm: $\frac{140}{x-4}$ (ngày)

Theo đề bài ta có thời gian thực tế hoàn thành xong sớm hơn so với thời gian dự định là 4 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{140}{x-4} - \frac{140}{x} = 4$$

$$\Rightarrow 140x - 140(x-4) = 4x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 35x - 35(x-4) = x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 10x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-14) + 10(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+10=0 \\ x-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10(ktm) \\ x=14(tm) \end{cases}$$

Vậy thực tế mỗi ngày tổ công nhân đã làm được 14 sản phẩm.

[illegible]

$OA = OB (= R)$; OM chung; $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OAM ta có:

$$\Rightarrow S_{MAOB} = 2S_{OAM} = 2 \cdot \frac{1}{2} OA \cdot AM = R \cdot R\sqrt{3} = R^2\sqrt{3} (dv dt)$$

$$\Rightarrow \widehat{NIH} = \widehat{NAH} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HN)}$$
$$\Rightarrow NIH = NBA (= NAH)(dfcm)$$

3) Xét tứ giác $NIBK$ ta có: $NIB + NKB = 90^0 + 90^0 = 180^0$ mà hai góc này là hai góc đối diện $\Rightarrow NIBK$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow KBN = NIK$ (2 góc nội tiếp cùng chắn KB)

Xét đường tròn (O) ta có: $KBN = NAB$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn BN) $\Rightarrow NIK = NAB (= KBN)$

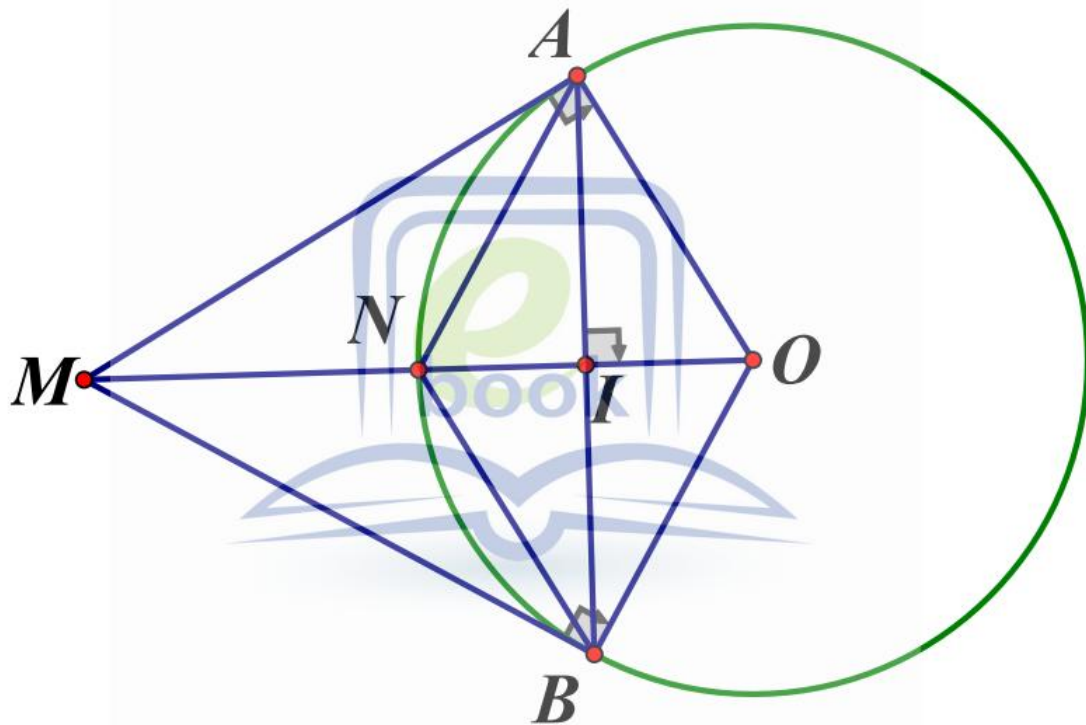
Xét $\triangle ANB$ có: $ANB + NAB + NBA = 180^\circ$ (tổng 3 góc trong một tam giác)

Lại có: $NIH = NAB$ (cmt) $= NIE$; $NIK = NAB$ (cmt) $= NIF$; $ANB = ENF$

$\Rightarrow ENF + ENI + NIF = ENF + EIF = 180^\circ$

Mà ENF, EIF là hai góc đối diện \Rightarrow Tứ giác $NEIF$ là tứ giác nội tiếp

4)



Theo đề bài ta có O, N, M thẳng hàng $\Rightarrow ON = R = \frac{1}{2}OM \Rightarrow N$ là trung điểm của OM

Ta có: $ON \perp AB = \{I\} \Rightarrow I$ là trung điểm của AB (tính chất đường kính dây cung)

Lại có: $OA = OB = R \Rightarrow ON$ là đường trung trực của AB $\Rightarrow NA = NB$

Xét $\triangle MAO$ ta có: $\cos AOM = \frac{OA}{OM} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow AOM = 60^\circ = AON$

Xét $\triangle AON$ ta có: $\begin{cases} OA = ON = R \\ AON = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle AON$ là tam giác đều.

$\Rightarrow NA = ON = OA = R = AB$

$\Rightarrow NA^2 + NB^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$ (đpcm)

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25} \qquad B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$$

2) Cho biểu thức : $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} \quad (x > 0; x \neq 1)$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$

Câu 2. (2,0 điểm)

1) Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 2$

a) Vẽ Parabol và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Viết phương trình đường thẳng (d_1): $y = ax + b$ song song với (d) và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng -2

2) Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Câu 3. (2,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m+8 = 0$ (1) với m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = -8$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3 - x_2 = 0$

2) Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mủ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường đã khai thác được bao nhiêu tấn mủ cao su.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và đường trung tuyến AM. Biết $AH = 3cm, HB = 4cm$. Hãy tính AB, AC, AM và diện tích tam giác ABC.

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm OA, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt M và N. Trên cung nhỏ BM lấy điểm K (K khác B và M). Gọi H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giác BCHK nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh $AK \cdot AH = R^2$

c) Trên tia KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$. Chứng minh $NI = BK$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25} = 3 \cdot 7 - 5 = 16$$

$$B = \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} = |3-2\sqrt{5}| - \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} - 3 - 2\sqrt{5} = -3$$

2)

a) Rút gọn P

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+1} = \frac{3}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

$$b) P=1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=4 \Leftrightarrow x=16(tm)$$

vậy đề $P=1 \Leftrightarrow x=16$

Câu 2.

1) a) học sinh tự vẽ

b) Ta có đường thẳng $(d_1): y=ax+b$ song song với đường thẳng

$$(d) y=x+2 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b \neq 2 \end{cases} \Rightarrow (d_1): y=x+b$$

Gọi $A(-2; y_A)$ là giao điểm của đường thẳng (d_1) và đồ thị $(P) \Rightarrow A \in (P)$

$$\Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2 \Rightarrow A(-2; 2)$$

Lại có $A \in (d_1)$ nên thay $x=2, y=2$ vào phương trình đường thẳng $(d_1): y=x+b$ ta được $2=-2+b \Leftrightarrow b=4(tm)$

Vậy đường thẳng (d_1) có phương trình $y=x+4$

$$2) \begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5-2x \\ x+2(5-2x)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5-2x \\ 3x=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2, 1)$

Câu 3.

1)

a) Thay $m=-8$ vào phương trình (1) ta được:

$$x^2 - (-8+2)x + (-8) + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x+6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-6 \end{cases}$$

Vậy với $m=-8$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{0; -6\}$

$$\text{b) Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

Có

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(m+8) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 32 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{7} \\ m < -2\sqrt{7} \end{cases} \quad (1)$$

$$S = -\frac{b}{a} = m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2 \quad (2)$$

$$P = \frac{c}{a} = m+8 > 0 \Leftrightarrow m > -8 \quad (3)$$

$$\text{Kết hợp các điều kiện (1), (2), (3) ta được } \begin{cases} m < 2\sqrt{7} \\ -8 < m < 2\sqrt{7} \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} x_1^3 - x_2 &= 0 \Rightarrow x_1^3 = x_2 \Leftrightarrow x_1 x_2 = x_1^4 = m+8 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt[4]{m+8} \Rightarrow x_2 = \sqrt[4]{(m+8)^3} \\ \Rightarrow x_1 + x_2 &= m+2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{m+8} + \sqrt[4]{(m+8)^3} = m+8-6 \end{aligned}$$

Đặt $\sqrt[4]{m+8} = t (t \geq 0)$, ta có:

$$t + t^3 = t^4 - 6$$

$$\Leftrightarrow t^4 - t^3 - t - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 16 - (t^3 + t - 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 4)(t^2 + 4) - (t^3 - 9 + t - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(t+2)(t^2+4) - (t-2)(t^2+2t+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(t^3 + t^2 + 2t + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t^3 + t^2 + 2t + 3 = 0 (VN) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{m+8} = 2 \Leftrightarrow m+8 = 2^4 = 16 \Leftrightarrow m = 8 (tm)$$

Vậy $m = 8$

2) Gọi số tấn mù cao su mỗi ngày nông trường khai thác được là x (tấn)
($0 < x < 260$)

\Rightarrow Thời gian theo dự định khai thác mù cao su của nông trường là $\frac{260}{x}$ (ngày)

Theo thực tế mỗi ngày nông trường khai thác được số tấn mù cao su là $x+3$ (tấn)

\Rightarrow Thời gian theo thực tế khai thác mủ cao su của nông trường là $\frac{261}{x+3}$ (ngày)

Vì nông trường khai thác xong trước thời hạn 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{261}{x+3} + 1 = \frac{261}{x} \Rightarrow 261x + x(x+3) = 260(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x = 260x + 780$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 26x + 30x - 780 = 0$$

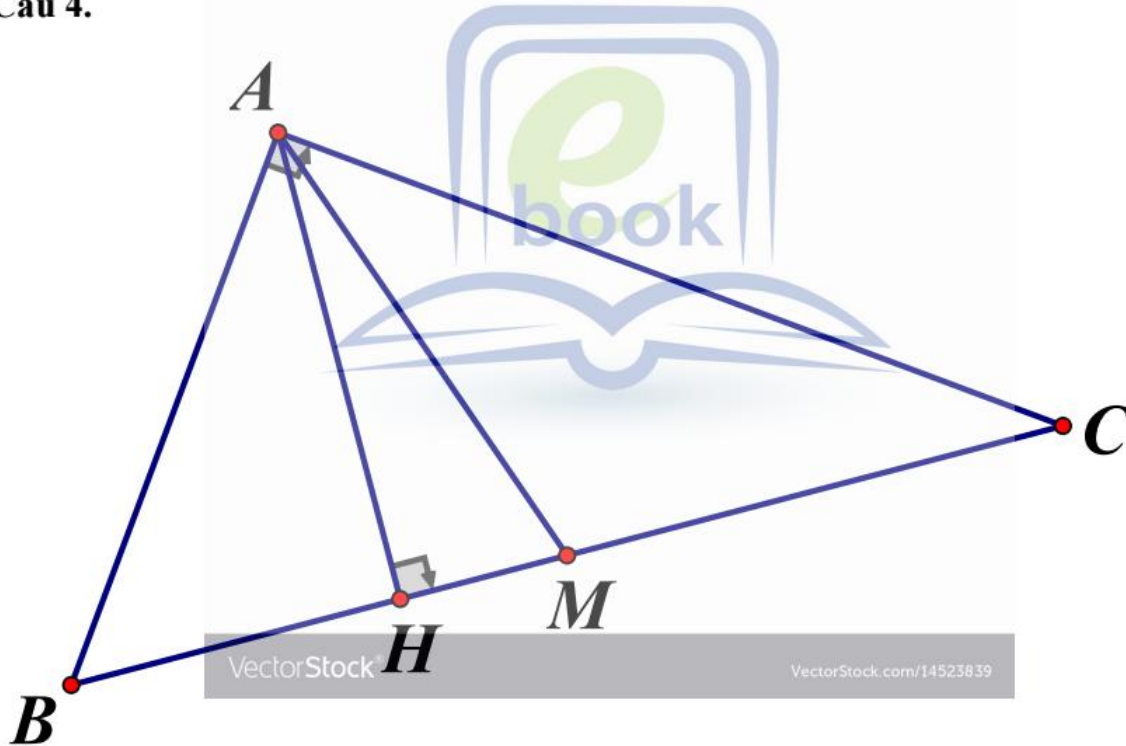
$$\Leftrightarrow x(x-26) + 30(x-26) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-26)(x+30) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-26=0 \\ x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=26(tm) \\ x=-30(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày nông trường khai thác 26 tấn mủ cao su.

Câu 4.



+) Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABH vuông tại H ta có:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AB = 5(cm)$$

+) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC với AH là đường cao ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} = \frac{16}{225} \Rightarrow AC = \frac{15}{4}(cm)$$

+) Áp dụng định lý Pytagpo trong tam giác vuông ABC vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{625}{16} \Rightarrow BC = \frac{25}{4}(cm)$$

BAK chung; $ACH = AKB = 90^0(cmt) \Rightarrow \Delta ACH \sim \Delta AKB(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AK} \Leftrightarrow AH \cdot AK = AC \cdot AB = \frac{R}{2} \cdot 2R = R^2 (dpcm)$$

c) Trên tia đối của KB lấy E sao cho $KE = KM = KI$

Xét tam giác OAM có đường cao MC đồng thời là đường trung tuyến

$\Rightarrow \Delta OAM$ cân tại M $\Rightarrow OM = AM$.

Lại có $OA = OM \Rightarrow \Delta OAM$ đều $\Rightarrow OAM = 60^\circ$

Ta có: $AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Do đó tam giác AMB

vuông tại M $\Rightarrow ABM = 30^\circ$

Xét tam giác vuông BCM có:

$$BMC = 90^\circ - ABM = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow BMN = 60^\circ (1)$$

Tứ giác $ABKM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow EKM = MAB = 60^\circ$ (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Lại có: $KE = KM$ (vẽ thêm) $\Rightarrow \Delta MKE$ đều $\Rightarrow KME = 60^\circ (2)$

Từ (1) và (2) :

$$\Rightarrow BMN = KME = 60^\circ$$

$$\Rightarrow BMN + BMK = KME + BMK$$

$$\Rightarrow NMK = BME$$

Xét tam giác vuông BCM có $\sin CBM = \sin 30^\circ = \frac{CM}{BM} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow BM = 2CM$

Lại có : $OA \perp MN$ tại C $\Rightarrow C$ là trung điểm của MN (đường kính dây cung)

$$\Rightarrow MN = 2CM$$

$$\Rightarrow MN = BM (= 2CM)$$

Xét tam giác MNK và tam giác BME có:

$$MNK = MBE \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK)}$$

$$MN = BM (cmt); NMK = BME (cmt)$$

$$\Rightarrow \Delta MNK = \Delta BME (g.c.g) \Rightarrow NK = BE \text{ (2 cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow IN + IK = BK + KE$$

Mà $IK = KE$ (vẽ thêm) $\Rightarrow IN = BK (dpcm)$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề này có 01 trang)

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO**

Năm học 2019-2020
Môn thi: Toán (Hệ số 1)
Thời gian : 120 phút (không kể giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25}$

- a) Rút gọn biểu thức P
- b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 1$

Bài 2. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4x + \frac{8}{x} = 9$
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_2^3 - 2x_1^3 + 6mx_1 = 19$

Bài 3. (2,0 điểm)

Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị của một số có ba chữ số là 14. Nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396. Tìm số đó biết rằng chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị.

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

- a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp
- b) Gọi I là trung điểm của cạnh BC , K là điểm đối xứng của H qua I . Chứng minh ba điểm A, O, K thẳng hàng
- c) Chứng minh $AK \perp EF$
- d) Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có $\tan B \cdot \tan C = 3$ thì $OH \parallel BC$.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Điều kiện : $x \geq 0, x \neq 25$

$$\begin{aligned}P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{5-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+5) - 5 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\&= \frac{2x+10\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}\end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}$

b) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 25$

Ta có: $P < 1$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} < 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-5} < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-5 < 0 \text{ (do } \dots \sqrt{x}+5 > 0 \forall x \geq 0, x \neq 25)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow x < 25$$

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 25$ ta có $0 \leq x < 25$

Vậy $0 \leq x < 25$ thỏa mãn bài toán

Bài 2.

a) Điều kiện $x \neq 0$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} - 4x + \frac{8}{x} = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + 4 = 9$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) - 5 = 0 \quad (*)$$

Đặt $x - \frac{2}{x} = t$, khi đó phương trình (*) trở thành:

$$t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t + t - 5 = 0 \Leftrightarrow t(t-5) + (t-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-5)(t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -1 \end{cases}$$

+) Với $t = 5 \Rightarrow x - \frac{2}{x} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{33}}{2} (tm) \\ x = \frac{5 - \sqrt{33}}{2} (tm) \end{cases}$

+) Với $t = -1 \Rightarrow x - \frac{2}{x} = -1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 (tm) \\ x = 1 (tm) \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -2; \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}; 1 \right\}$

b) $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$

$$\Delta' = m^2 - (m^2 - m + 1) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$$

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 x_2 = m^2 - m + 1 \\ x_1 + x_2 = 2m \end{cases}$

$$x_2^3 - 2x_1^3 + 6mx_1 = 19$$

$$\Leftrightarrow x_2^3 - 2x_1^3 + 3x_1 \cdot 2m - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^3 - 2x_1^3 + 3x_1(x_1 + x_2) - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^3 - 2x_1^3 + 3x_1^2 + 3x_1x_2 - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^3 + x_1^3 + 3x_1x_2 - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) + 3x_1x_2 - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m)^3 - 3 \cdot 2m \cdot (m^2 - m + 1) + 3(m^2 - m + 1) - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^3 + 9m^2 - 9m - 16 = 0 \Leftrightarrow m = -1 (\text{thỏa})$$

Vậy $m = -1$

Bài 3.

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abc} ($a, c \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{N}$)

Theo đề bài ta có:

$$+)\text{Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị là } 14 \Rightarrow a + c = 14 \Rightarrow a = 14 - c \quad (1)$$

$$+)\text{Chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là } 1 \text{ đơn vị} \Rightarrow b = c - 1 \quad (2)$$

Khi viết ngược số ban đầu ta được số mới có dạng \overline{cba}

Ta có số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 396$$

$$\Leftrightarrow 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 396$$

$$\Leftrightarrow 100a - 100c + c - a = 396$$

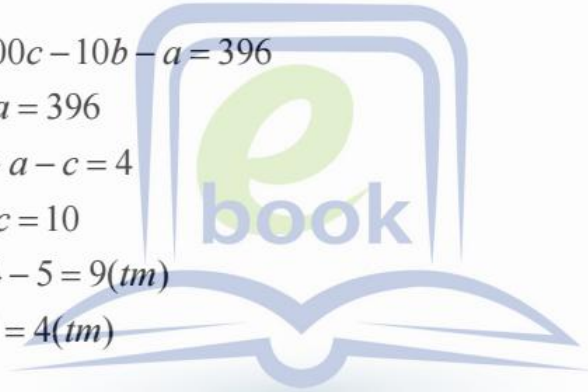
$$\Leftrightarrow 99(a - c) = 396 \Leftrightarrow a - c = 4$$

$$\Leftrightarrow 14 - c - c = 4 \Leftrightarrow 2c = 10$$

$$\Leftrightarrow c = 5(tm) \Rightarrow a = 14 - 5 = 9(tm)$$

$$(2) \Leftrightarrow b = c - 1 = 5 - 1 = 4(tm)$$

Vậy số cần tìm là 945.



a) Ta có: $\begin{cases} BF \perp AC(gt) \Rightarrow BEC = 90^\circ \\ CF \perp AB(gt) \Rightarrow BFC = 90^\circ \end{cases}$

b) Do K là điểm đối xứng của H qua I nên I là trung điểm của HK .
Xét tứ giác $BHCK$ có hai đường chéo BC, HI cắt nhau tại I là trung điểm mỗi đường suy ra tứ giác $BHCK$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

$$\Rightarrow BH \parallel CK \text{ hay } BE \parallel CK$$

Mà $BE \perp AC(gt)$ nên $CK \perp AC \Rightarrow \widehat{ACK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACK}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O), do đó AK là đường kính của (O) hay ba điểm A, O, K thẳng hàng.

c) Gọi $P = AK \cap EF$. Ta cần chứng minh $\angle APE = 90^\circ$

Tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle AEF = \angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp) mà $\angle ABC = \angle AKC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AC)

Suy ra $AEF = AKC = AEP$

Xét tam giác APE có $PAE + EAP = KAC + AKC = 180^\circ - ACK = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow APE = 90^\circ \Rightarrow AP \perp EP$ hay $AK \perp EF$

d) Gọi $G = OH \cap AI$. Trong ΔAHK có AI, HO là hai đường trung tuyến

$\Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác $AHK \Rightarrow \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$ (1) (Tính chất trọng tâm của tam giác)

Xét tam giác ABC có AI là đường trung tuyến và $\frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$ (cmt) $\Rightarrow G$ là trọng tâm ΔABC .

Giả sử $AD = xHD (x > 1)$

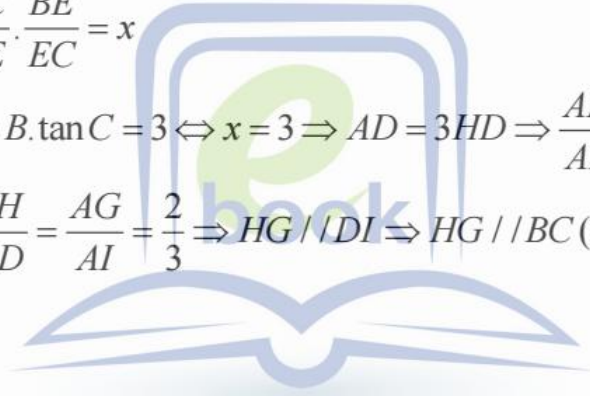
Ta có:

$$\tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{xHD}{BD} = x \tan HBD = x \tan EBC = x \cdot \frac{EC}{BE} \quad ; \tan C = \frac{BE}{EC}$$

$$\Rightarrow \tan B \cdot \tan C = x \cdot \frac{EC}{BE} \cdot \frac{BE}{EC} = x$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } \tan B \cdot \tan C = 3 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow AD = 3HD \Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{AH}{AD} = \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow HG \parallel DI \Rightarrow HG \parallel BC \text{ (định lý Talet đảo)}$$



Câu 1. (2,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{5}(\sqrt{20} - 3) + \sqrt{45}$
- b) Chứng minh rằng: $\sqrt{24 + 16\sqrt{2}} - \sqrt{24 - 16\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$
- c) Tìm tập hợp các giá trị của x sao cho $\sqrt{2x+1} \leq 5$

Câu 2. (1,5 điểm)

- a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 8$
- b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = -7 \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$ (x là ẩn)

- a) Giải phương trình khi $m = -\frac{3}{2}$
- b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt
- c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 8$

Câu 4. (1,5 điểm)

Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm riêng xong được công việc ấy, thì đội thứ hai cần nhiều hơn đội thứ nhất là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm riêng xong công việc ấy trong bao lâu?

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH .

Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$, vẽ CE vuông góc với AD ($E \in AD$).

- a) Chứng minh tứ giác $AHEC$ nội tiếp, xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$
- b) Chứng minh CH là tia phân giác của $\angle ACE$
- c) Tính diện tích giới hạn bởi đoạn thẳng CA, CH và cung nhỏ AH của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$. Biết $CA = 6\text{cm}$, $\angle ACB = 30^\circ$.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{5} \cdot (\sqrt{20} - 3) + \sqrt{45} \\ &= \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{9 \cdot 5} \\ &= \sqrt{100} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= 10 \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \sqrt{24 + 16\sqrt{2}} - \sqrt{24 - 16\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{16 + 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} + 8} - \sqrt{16 - 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} + 8} \\ &= \sqrt{(4 + 2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(4 - 2\sqrt{2})^2} \\ &= 4 + 2\sqrt{2} - |4 - 2\sqrt{2}| \\ &= 4 + 2\sqrt{2} - (4 - 2\sqrt{2}) \quad (\text{do } 4 - 2\sqrt{2} > 0) \\ &= 4 + 2\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} = VP(dfcm) \end{aligned}$$

c) Điều kiện: $2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

Khi đó, bất phương trình đề $\Leftrightarrow 2x + 1 \leq 25$

$$\Leftrightarrow 2x \leq 24 \Leftrightarrow x \leq 12$$

Kết hợp với điều kiện, ta có: $-\frac{1}{2} \leq x \leq 12$

Câu 2.

a) Ta có: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

Điều kiện: $(x - 2)^2 \geq 0$ luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 8 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} + x = 8 (*)$$

$$\Leftrightarrow |x-2| + x = 8$$

Nếu $x-2 \geq 0$ thì $x \geq 2 \Rightarrow |x-2| = x-2$

Khi đó phương trình (*) trở thành: $x-2+x=8 \Leftrightarrow x=5(tm)$

Nếu $x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow |x-2| = -x+2$

Khi đó, phương trình (*) trở thành $-x-2+x=8 \Leftrightarrow -2=8$ (vô lý)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{5\}$

$$b) \begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=-3 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (-1; 5)$

Câu 3.

a) Thay $m = -\frac{3}{2}$ vào phương trình đã cho ta được:

$$x^2 - 2 \cdot \left(\frac{-3}{2} + 2 \right) x - \frac{3}{2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - \frac{1}{2} = 0 (*)$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = 3 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{3}$$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}; x_2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

b) Phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$ (x là ẩn)

$$\Delta' = (m+2)^2 - 1(m+1)$$

$$= m^2 + 4m + 4 - m - 1$$

$$= m^2 + 3m + 3$$

$$= \left(m^2 + 2 \cdot m \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4} \right) + \frac{3}{4}$$

$$\Delta' = \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ với mọi } m$$

Vậy phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt

c) Phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) = 2m+4 \\ x_1 x_2 = m+1 \end{cases}$$

Theo đề, ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 8$

$$\Rightarrow (2m+4)^2 - 2(m+1) = 8$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 2m - 2 = 8$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 14m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 7m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m^2 + 6m) + (m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m(m+3) + (m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m+1)(m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1=0 \\ m+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ m=-3 \end{cases}$$

Vậy $m = -3, m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4.

Gọi thời gian làm riêng công việc của đội thứ nhất là x (giờ) $x > 0$

Thời gian làm riêng xong công việc của đội thứ hai là $x+6$ (giờ)

Trong 1 giờ, đội thứ nhất làm được: $\frac{1}{x}$ (công việc)

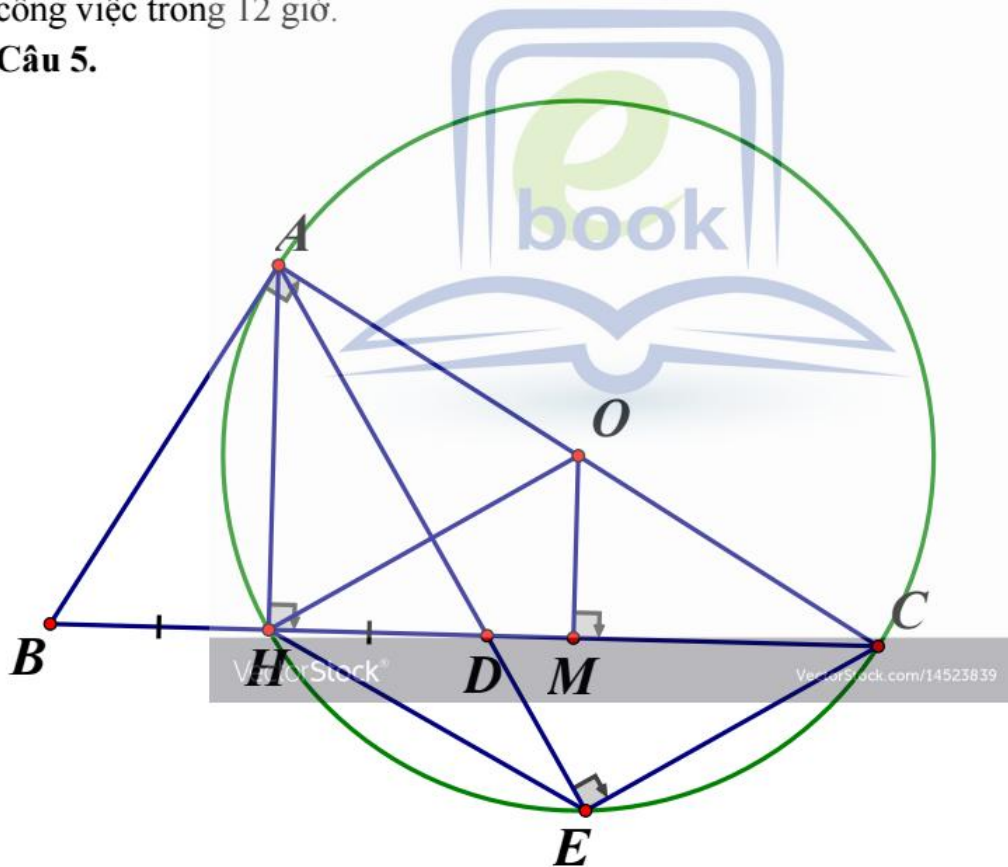
Trong 1 giờ, đội thứ hai làm được: $\frac{1}{x+6}$ (công việc)

Hai đội cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ nên ta có:

$$\begin{aligned}
4 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} \right) &= 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \\
\Leftrightarrow \frac{4 \cdot (x+6)}{4x(x+6)} + \frac{4x}{4x(x+6)} &= \frac{x(x+6)}{4x(x+6)} \\
\Rightarrow 4 \cdot (x+6) + 4x &= x(x+6) \Leftrightarrow 4x + 24 + 4x = x^2 + 6x \\
\Leftrightarrow x^2 + 6x - 4x - 24 - 4x &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \\
\Leftrightarrow x^2 - 6x + 4x - 24 &= 0 \Leftrightarrow x(x-6) + 4(x-6) = 0 \\
\Leftrightarrow (x+4)(x-6) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4(ktm) \\ x = 6(tm) \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy đội thứ nhất làm riêng xong công việc trong 6 giờ, đội thứ hai làm riêng xong công việc trong 12 giờ.

Câu 5.



a) Ta có: $AHC = 90^\circ$ (vì $AH \perp BC$) và $AEC = 90^\circ$ (vì $AE \perp EC$)

Xét tứ giác $AHCE$ có E, H là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh AC dưới một góc $\alpha = 90^\circ$ ($AHC = AEC = 90^\circ$)

Suy ra tứ giác $AHEC$ là tứ giác nội tiếp. Tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$ là trung điểm của cạnh AC .

b) Vì tứ giác $AHEC$ là tứ giác nội tiếp nên:

$$\angle ACH = \frac{1}{2} \text{đ cung } AH \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AH) \quad (1)$$

Theo câu a, tứ giác $AHEC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC .

Theo đề bài: $\angle BAC = 90^\circ$ (Vì $\triangle ABC$ vuông tại A)

$\Rightarrow AB$ là tiếp tuyến của đường tròn tâm O , đường kính AC .

$$\Rightarrow \angle BAH = \frac{1}{2} \text{đ cung } AH \text{ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \angle ACH = \angle BAH \quad (3)$$

Vì tứ giác $AHEC$ là tứ giác nội tiếp nên:

$$\angle EAH = \angle ECH = \frac{1}{2} \text{đ cung } EH \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } EH) \quad (4)$$

Xét $\triangle ABD$ có AH là đường cao, đồng thời là đường trung tuyến nên $\triangle ABD$ cân tại $A \Rightarrow AH$ là phân giác của $\angle BAD \Rightarrow \angle BAH = \angle EAH \quad (5)$

$$\text{Từ (3), (4), (5) suy ra } \angle ACH = \angle ECH$$

Vậy CH là tia phân giác của $\angle ACE$

$$\text{c) Gọi diện tích hình quạt tròn } AOH \text{ là } S_q = \frac{\pi R^2 \cdot \angle AOH}{360^\circ}$$

Diện tích cần tính là: $S_q + S_{OHC}$

Theo đề bài, $AC = 6\text{cm}$, O là trung điểm của AC

$$\Rightarrow OA = OC = R = 3\text{cm}$$

Ta lại có: $OH = OC = R = 3\text{cm} \Rightarrow \triangle OHC$ cân tại O

$$\Rightarrow \angle OHC = \angle OCH = 30^\circ \text{ (vì } \angle ACB = 30^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle AOH = \angle OHC + \angle OCH = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ \text{ (góc ngoài của tam giác)}$$

$$S_q = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 3^2}{6} = \frac{3}{2} \pi (\text{cm}^2)$$

Gọi M là trung điểm của HC

$\Rightarrow OM \perp HC$ (tính chất đường kính dây cung)

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} OM \cdot HC$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có:

$$\cos ACH = \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = AC \cdot \cos ACH = AC \cdot \cos 30^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(cm)$$

$$\text{Vì M là trung điểm của } HC \Rightarrow HM = \frac{HC}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

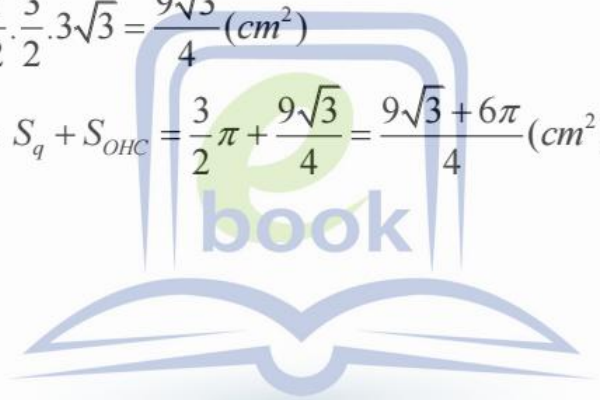
Xét $\triangle OMH$ vuông tại M, theo định lý Pytago ta có: $OH^2 = OM^2 + MH^2$

$$\Rightarrow OM^2 = OH^2 - MH^2 = 3^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$OM^2 = 9 - \frac{27}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow OM = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}(cm)$$

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot HC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{4}(cm^2)$$

$$\text{Diện tích cần tính là : } S_q + S_{OHC} = \frac{3}{2}\pi + \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3} + 6\pi}{4}(cm^2)$$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1.(4,0 điểm)

- a) Thực hiện phép tính: $4\sqrt{9} - 3\sqrt{25}$
- b) Cho hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$. Tìm giá trị của a để $x = 2$ thì $y = -8$
- c) Giải phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$
- d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 9 \\ \frac{5}{x} + \frac{1}{y} = 7 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm) Thầy Minh đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau $60km$ với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A do trời mưa, thầy Minh giảm vận tốc của xe máy xuống $10km/h$ so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút. Hỏi lúc về thầy Minh đi xe máy với vận tốc bao nhiêu ?

Câu 3. (1,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A với $BC = 13cm, AB = 5cm$.

- a) Tính độ dài cạnh AC
- b) Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

Câu 4. (2,0 điểm) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ lần lượt hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm P bất kỳ (P khác B và C), từ P kẻ các đường thẳng PQ, PE, PF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, AC, AB ($Q \in BC, E \in AC, F \in AB$)

- a) Chứng minh tứ giác $PECQ$ nội tiếp
- b) Gọi M là giao điểm của PB và FQ , N là giao điểm của PC và EQ . Chứng minh rằng $MN \perp PQ$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{mx - 2019}{x^2} (x \neq 0)$. Tìm các số thực dương m để biểu thức P có giá trị lớn nhất bằng 2019

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) $4\sqrt{9} - 3\sqrt{25} = 4.3 - 3.5 = 12 - 15 = -3$

b) Thay $x = 2, y = -8$ vào công thức $y = ax^2$ ($a \neq 0$) ta được:

$$-8 = 2^2 \cdot a \Leftrightarrow 4a = -8 \Leftrightarrow a = -2(tm)$$

Vậy $a = -2$

c) $3x^2 - 5x + 2 = 0$, phương trình có dạng $a + b + c = 3 - 5 + 2 = 0$ nên có hai

nghiệm phân biệt
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{1; \frac{2}{3}\right\}$

d) Điều kiện $x \neq 0, y \neq 0$, Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x} = a \\ \frac{1}{y} = b \end{cases}$ ($a, b \neq 0$). Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 9 \\ 5a + b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a = 16 \\ b = 3a - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} (tm)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 2 \\ \frac{1}{y} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} (tm) \\ y = -\frac{1}{3} (tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$

Câu 2. Gọi vận tốc lúc về của thầy Minh là $x(km/h)$ ($x > 0$)

\Rightarrow Thời gian về của thầy Minh là: $\frac{60}{x}$ (giờ)

Do lúc về thầy Minh giảm tốc độ xuống 10km/h so với lúc đi nên vận tốc lúc đi của thầy Minh là: $x + 10(\text{km/h}) \Rightarrow$ Thời gian lúc đi của thầy Minh: $\frac{60}{x+10}(\text{h})$

Theo đề bài ta có thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 120(x+10) - 120x = x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

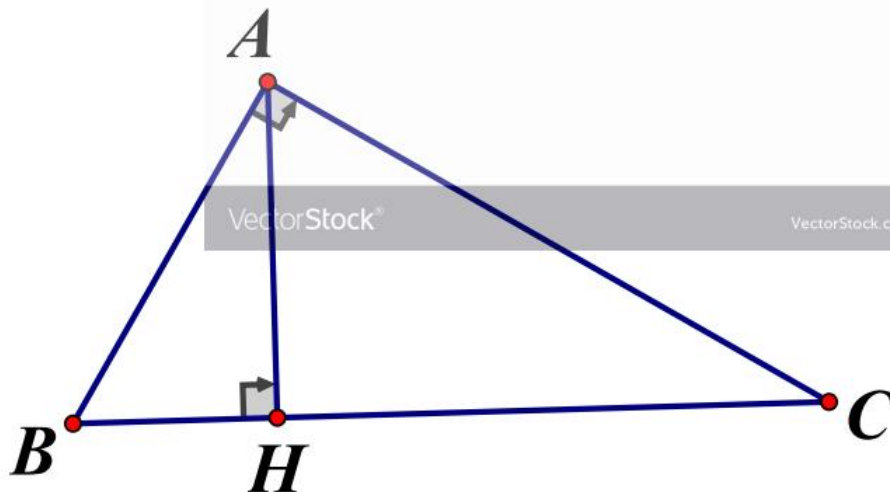
$$\Leftrightarrow x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+40) - 30(x+40) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+40)(x-30) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+40=0 \\ x-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-40(\text{ktm}) \\ x=30(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc về của thầy Minh là 30km/h

Câu 3.

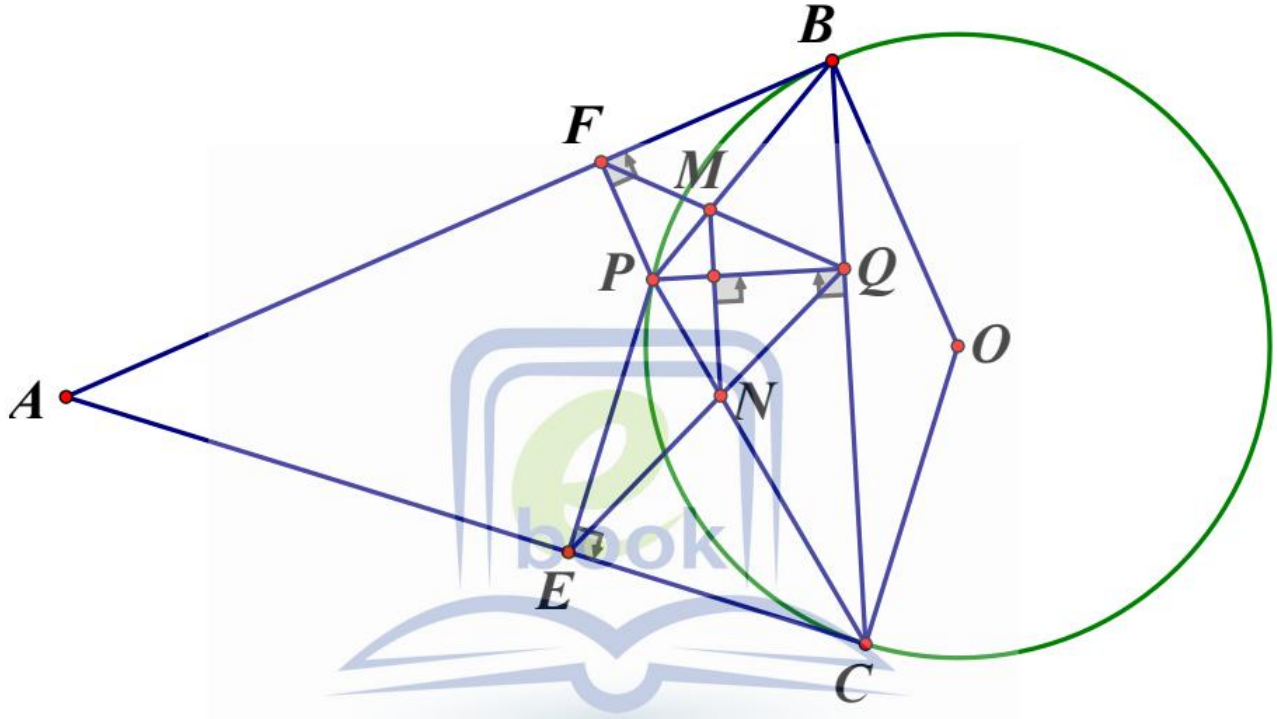


a) Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow AC = 12\text{cm}$$

b) Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABC vuông tại A và có đường cao AH ta có:
 $AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13} (cm)$

Câu 4.



a) Xét tứ giác $PECQ$ ta có:

$$\begin{cases} \angle PQC = 90^\circ (PQ \perp BC) \\ \angle PEC = 90^\circ (PE \perp AC) \end{cases} \Rightarrow \angle PQC + \angle PEC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $PECQ$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có tứ giác $PECQ$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle PQE = \angle PCE$ (cùng chắn cung PE)

Lại có: $\angle PCE = \angle PBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn PC)

$$\Rightarrow \angle PQE = \angle PBC \text{ hay } \angle PBC = \angle PQN (= \angle PCE) \quad (1)$$

$$\text{Xét tứ giác } PFBQ \text{ ta có: } \begin{cases} \angle PQB = 90^\circ (PQ \perp BC) \\ \angle PFC = 90^\circ (PF \perp AB) \end{cases} \Rightarrow \angle PQB + \angle PFC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện $\Rightarrow PFBQ$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow FBP = FQP$ (cùng nhìn PF)

Lại có: $PBF = BCP$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn PB)

$$\Rightarrow PQF = PCB \text{ hay } PCB = PQM (= PBF) \quad (2)$$

Xét $\triangle PBC$ có: $BPC + PBC + PCB = 180^\circ$ (tổng 3 góc trong tam giác) (3)

Từ (1) (2) (3)

$$\Rightarrow BPC + MQP + PQN = MPN + MQP + PQN = MPN + MQN = 180^\circ$$

$\Rightarrow MPNQ$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow PMN = PQN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PN)

$\Rightarrow PMN = PBC (= PQN)$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow MN \parallel BC$

Lại có $BC \perp PQ \Rightarrow MN \perp PQ$ (đpcm)

Câu 5.

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{mx - 2019}{x^2} = \frac{m}{x} - \frac{2019}{x^2} = -2019 \cdot \left(\frac{1}{x^2} - \frac{m}{2019x} \right) \\ &= -2019 \left(\frac{1}{x} - \frac{m}{4038} \right)^2 + \frac{m^2}{8076} \leq \frac{m^2}{8076} \end{aligned}$$

$$\text{Mà theo đề } \max P = 2019 \Leftrightarrow \frac{m^2}{8076} = 2019 \Leftrightarrow m = 4038$$

Đề thi gồm hai phần: Trắc nghiệm và Tự luận

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm: gồm 20 câu, từ câu 1 đến câu 20)

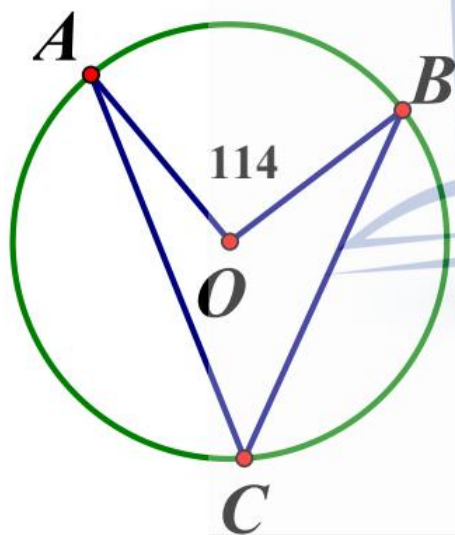
Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ là

- A. $\{1; 6\}$ B. $\{-6; -1\}$ C. $\{-3; 2\}$ D. $\{2; 3\}$

Câu 2. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{2x-4}$ có nghĩa là

- A. $x \geq \frac{1}{2}$ B. $x \geq -\frac{1}{2}$ C. $x \geq 2$ D. $x \geq -2$

Câu 3. Trên đường tròn (O) lấy các điểm phân biệt A, B, C sao cho $AOB = 114^\circ$ (như hình vẽ bên dưới). Số đo của ACB bằng



A. 76°

B. 57°

C. 38°

D. 114°

Câu 4. Bạn Thanh trình bày lời giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y = -3 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$ theo các bước như sau:

*Bước 1: Hệ phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} -3x + 9y = 9 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$

*Bước 2: Cộng từng vế hai phương trình của hệ ta được: $11y = 22 \Rightarrow y = 2$

*Bước 3: Thay $y = 2$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $x = 3$

*Bước 4: Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(3; 2)$

Số bước giải đúng trong lời giải của bạn Thanh là:

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 5. Diện tích của một hình tròn có bán kính bằng 4cm là:

- A. $64\pi\text{cm}^2$ B. $8\pi\text{cm}^2$ C. $4\pi\text{cm}^2$ D. $16\pi\text{cm}^2$

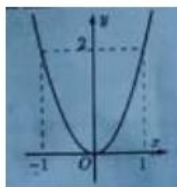
Câu 6. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases}$ là:

- A. $\left(\frac{-46}{5}; \frac{39}{5}\right)$ B. $\left(\frac{46}{13}; \frac{-9}{13}\right)$ C. $(-2; 3)$ D. $(2; -3)$

Câu 7. Thể tích của một hình cầu có bán kính bằng 15cm là

- A. $4500\pi\text{cm}^3$ B. $225\pi\text{cm}^3$ C. $100\pi\text{cm}^3$ D. $300\pi\text{cm}^3$

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đó là

- A. $y = 2x^2$ B. $y = x^2$ C. $y = -x^2$ D. $y = -2x^2$

Câu 9. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = 2\sqrt{27} + \sqrt{300} - 3\sqrt{75}$ bằng

- A. $-3\sqrt{3}$ B. $31\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

Câu 10. Điểm nào sau đây là giao điểm của đường thẳng $(d): y = 2x + 3$ và

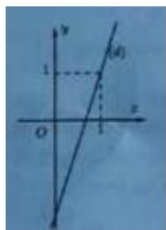
parabol $(P): y = -\frac{1}{4}x^2$

- A. $Q(6; -9)$ B. $N(-2; -6)$ C. $P(-6; 9)$ D. $M(-2; -1)$

Câu 11. Xét hai đường tròn bất kỳ có tâm không trùng nhau $(O_1, R_1), (O_2, R_2)$ và $R_1 > R_2$. Khẳng định nào sau đây **sai**

- A. Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì $O_1O_2 = R_1 - R_2$
B. Nếu hai đường tròn ở ngoài nhau thì $O_1O_2 < R_1 + R_2$
C. Nếu hai đường tròn cắt nhau thì $O_1O_2 > R_1 - R_2$
D. Nếu hai đường tròn tiếp xúc ngoài thì $O_1O_2 = R_1 + R_2$

Câu 12. Cho hàm số $y = ax - 2$ có đồ thị là đường thẳng (d) như hình vẽ bên dưới. Hệ số góc của đường thẳng (d) bằng



- A. 3 B. -3 C. 2 D. 1

Câu 13. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $3x^2 + 12x - 14 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = x_1 + x_2$ bằng:

- A. $-\frac{14}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. -4 D. 4

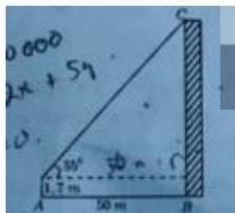
Câu 14. Cho đường thẳng d cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt A, B . Biết khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d bằng 8 cm và độ dài đoạn thẳng AB bằng 12 cm. Bán kính của đường tròn (O) bằng:

- A. 10 cm B. $4\sqrt{13}$ cm C. 20 cm D. $4\sqrt{5}$ cm

Câu 15. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất

- A. $y = \frac{2}{x} + 1$ B. $y = -3\sqrt{x} + 2$ C. $y = 3x^2$ D. $y = 2x - 3$

Câu 16. Anh Bình đứng tại vị trí A cách một đài kiểm soát không lưu 50 m và nhìn thấy đỉnh C của đài này dưới một góc 55° so với phương nằm ngang (như hình vẽ bên dưới). Biết khoảng cách từ mắt của anh Bình đến mặt đất bằng 1,7 m. Chiều cao BC của đài kiểm soát không lưu bằng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



VectorStock®

VectorStock.com/14523839

- A. 40,96 m B. 73,11 m C. 71,41 m D. 42,66 m

Câu 17. Để chuẩn bị tốt cho việc tham gia kỳ thi Tuyển sinh vào lớp 10 THPT, bạn An đến cửa hàng sách mua thêm 1 bút bi để làm bài tự luận và 1 bút chì để làm bài trắc nghiệm khách quan. Bạn An trả cho cửa hàng hết 30 000 đồng khi mua hai cây bút trên. Mặt khác, người bán hàng cho biết tổng số tiền thu được khi bán 5 bút

bi và 3 bút chì bằng với tổng số tiền thu được khi bán 2 bút bi và 5 bút chì. Giá bán của mỗi bút bi và mỗi bút chì lần lượt là

- A. 14 000 đồng và 16 000 đồng
- B. 18 000 đồng và 12 000 đồng
- C. 16 000 đồng và 14 000 đồng
- D. 12 000 đồng và 18 000 đồng

Câu 18. Khi thả chìm hoàn toàn tượng một con ngựa nhỏ bằng đá vào một ly nước có dạng hình trụ thì người ta thấy nước trong ly dâng lên thêm $1,5\text{cm}$ và không tràn ra ngoài. Biết diện tích đáy của ly nước bằng 80cm^2 . Thể tích của tượng đá bằng:

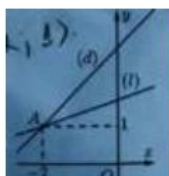
- A. 1200cm^3
- B. 120cm^3
- C. 400cm^3
- D. 40cm^3

Câu 19. Cho đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với đường thẳng

$(d_2): y = -2x + 1$ và cắt trục tung tại điểm $A(0;3)$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng:

- A. 23
- B. 1
- C. 81
- D. 13

Câu 20. Cho điểm $A(a;b)$ là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (l) như hình vẽ bên dưới



Cặp số (a,b) là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây ?

- A. $\begin{cases} 5x - 4y = -14 \\ 4x + 5y = -3 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 2x - 5y = -9 \\ 3x - 6y = 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$

PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm, gồm 4 câu, từ câu 1 đến câu 4)

Câu 1. (0,5 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x^2$

Câu 2. (1,5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - x - 20 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases}$

Câu 3. (1,5 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 4m^2 - 8m + 3$ (m là tham số thực). Tìm các giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $y_1 + y_2 = 10$
- b) Trong kỳ thi Tuyển sinh lớp 10 THPT năm 2019, tổng chỉ tiêu tuyển sinh của trường THPT A và trường THPT B là 900 học sinh. Do cả hai trường đều có chất lượng giáo dục rất tốt nên sau khi hết thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường THPT A và trường THPT B tăng lần lượt là 15% và 10% so với chỉ tiêu ban đầu. Vì vậy, tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của hai trường là 1010. Hỏi số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển của mỗi trường là bao nhiêu ?

Câu 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H ($D \in AC, E \in AB$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC .

- a) Chứng minh các tứ giác $BCDE, AMON$ nội tiếp
- b) Chứng minh $AE \cdot AM = AD \cdot AN$
- c) Gọi K là giao điểm của ED và MN , F là giao điểm của AO và MN , I là giao điểm của ED và AH . Chứng minh F là trực tâm của tam giác KAI

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1A 2C 3B 4D 5D 6A 7D 8C 9B 10B

11C 12B 13D 14C 15A 16D 17B 18A 19C 20A

II. Tự luận

Câu 1. Học sinh tự vẽ Parabol

Câu 2.

a) $x^2 - x - 20 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-4; 5\}$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó phương trình trở thành: $4t^2 - 5t - 9 = 0 (*)$

Phương trình có dạng $a - b + c = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t_1 = -1(ktm) \\ t = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset \\ x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

$$c) \begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 5y = 40 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ y = 2x - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x; y) = (3; -2)$

Câu 3.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 - 2x - 4m^2 + 8m - 3 = 0 \quad (1)$$

Số giao điểm của (d) và (P) cũng chính là số nghiệm của phương trình (1)

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

$$\Delta' = (-1)^2 + 4m^2 - 8m + 3 = 4m^2 - 8m + 4 = 4(m-1)^2$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -4m^2 + 8m - 3 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$y_1 + y_2 = 10 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow 2^2 - 2(-4m^2 + 8m - 3) = 10 \Leftrightarrow 4 + 8m^2 - 16m + 6 = 10$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 16m = 0 \Leftrightarrow 8m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(tm) \\ m = 2(tm) \end{cases}$$

Vậy với $m = 0, m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Gọi số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển theo chỉ tiêu của trường THPT A là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 900$)

Số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển theo chỉ tiêu của trường THPT B là y (học sinh), ($y \in \mathbb{N}^*, y < 900$)

Do tổng chỉ tiêu tuyển sinh của trường THPT A và THPT B là 900 học sinh nên ta có phương trình: $x + y = 900$ (1)

Sau khi hết thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường THPT A là : $115\%x$ (học sinh)

Sau khi hết thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường THPT B là: $110\%x$ (học sinh)

Khi đó tổng số thí sinh đăng ký cả 2 trường là 1010 học sinh nên ta có phương trình là: $115\%x + 110\%y = 1010 \Leftrightarrow 1,15x + 1,1y = 1010$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

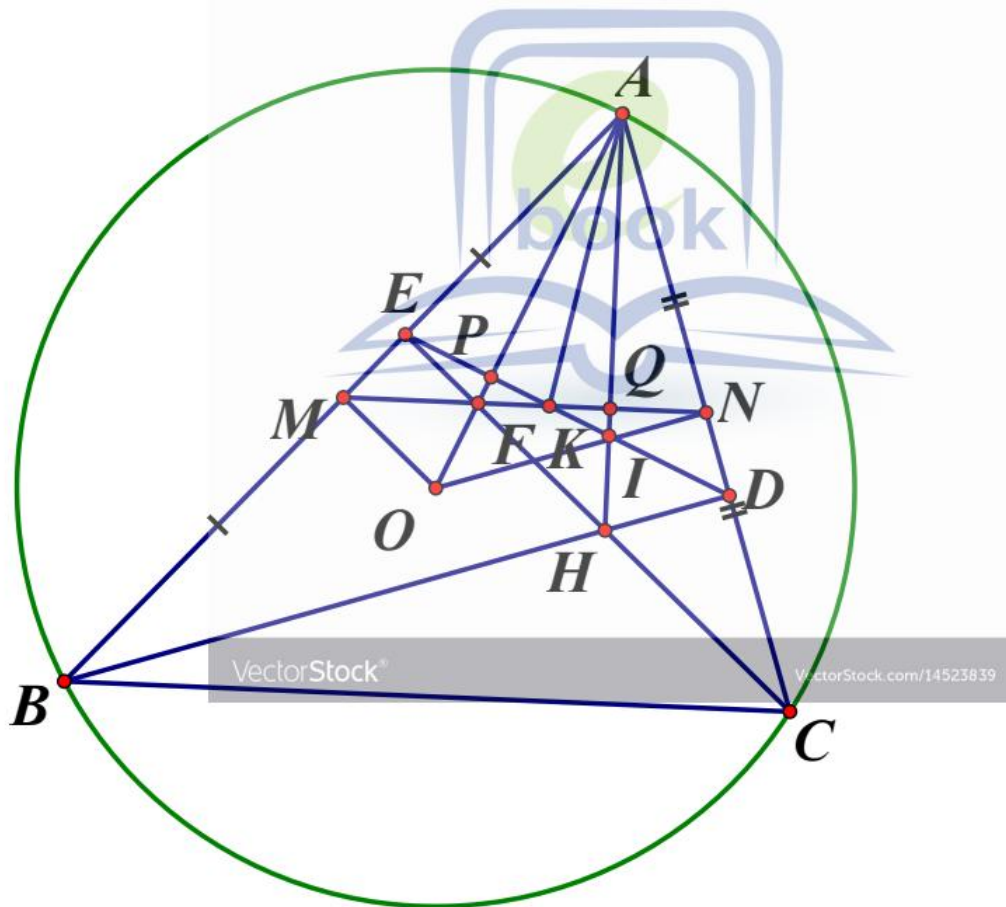
$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,15x + 1,1y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400(tm) \\ y = 500(tm) \end{cases}$$

Vậy số lượng học sinh đăng ký dự tuyển vào

THPT A: $115\%.400 = 460$ (học sinh)

THPT B: $1010 - 460 = 550$ (học sinh)

Câu 4.



- a) Xét tứ giác $BCDE$ có $BEC = BDC = 90^\circ$ (gt) \Rightarrow Tứ giác $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

Ta có: M là trung điểm AB (gt) $\Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow OAM = 90^\circ$ (tính chất đường kính dây cung).

Tương tự N là trung điểm của AC(gt) $\Rightarrow ON \perp AC \Rightarrow ONA = 90^\circ$ (tính chất đường kính dây cung)

Xét tứ giác AMON có $OMA + ONA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác OMAN là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Tứ giác BCDE nội tiếp (cmt) $\Rightarrow AED = ACB$ (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Dễ thấy MN là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow MN \parallel BC$

$$\Rightarrow ACB = ANM \text{ (đồng vị)} \Rightarrow AED = ANM (= ACB)$$

Dễ thấy MN là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow MN \parallel BC$

$$\Rightarrow ACB = ANM \text{ (đồng vị)} \Rightarrow AED = ANM (= ACB)$$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ANM$ có:

$$EAN \text{ chung; } AED = ANM \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ANM (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AD}{AM} \Rightarrow AE \cdot AM = AD \cdot AN$$

c) Gọi $P = OA \cap ED$; $Q = MN \cap AH$

$H = BD \cap CE \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác ABC $\Rightarrow AH \perp BC$

Ta có $MN \parallel BC$ (cmt); $AH \perp BC$ (cmt) $\Rightarrow MN \perp AH$ tại Q

Xét $\triangle AMQ$ và $\triangle AON$ có:

$AMQ = AMN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

$$AQM = AON = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AMQ \sim \triangle AON (g.g) \Rightarrow MAQ = OAN \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow MAQ - QAO = OAN - QAO$$

$$\Rightarrow OAM = QAN \Rightarrow PAE = QAN$$

Lại có: $AED = ANM$ (cmt) $\Rightarrow AEP = ANQ \Rightarrow PAE + AEP = QAN + ANQ$

Xét tam giác vuông AQN có: $QAN + ANQ = 90^\circ \Rightarrow PAE + AEP = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle APE \text{ vuông tại P} \Rightarrow AP \perp PE \text{ hay } FA \perp KI \quad (1)$$

Ta đã chứng minh $MN \perp AH \Rightarrow FQ \perp AI$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow F$ là giao điểm của 2 đường cao FA, FQ của tam giác KAI

Vậy F là trực tâm tam giác KAI (đpcm)



ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian: 120 phút

Bài 1. (1,5 điểm)

- a) Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3}$
b) Cho biểu thức $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$. Tìm x sao cho B có giá trị là 18

Bài 2. (2,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 6 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = -2x + 4$

- a) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ
b) Tìm tọa độ hai giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;0)$ đến đường thẳng AB .

Bài 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$

Bài 5. (1,0 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Nếu giảm chiều rộng $3m$ và tăng chiều dài $10m$ thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tìm kích thước của mảnh đất

Bài 6. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O , đường kính AB và C là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (với $C \neq B$). Kẻ dây DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC . Gọi K là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn đường kính BC

- a) Chứng minh tứ giác $DHCK$ là tứ giác nội tiếp
b) Chứng minh CE song song với AD và ba điểm E, C, K thẳng hàng
c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (với M thuộc cung nhỏ AD). Chứng minh $EM^2 + DN^2 = AB^2$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3 \cdot 4} + \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} \\ &= \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1} \\ &= 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = 6\sqrt{x+1} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } B = 18 \Leftrightarrow 6\sqrt{x+1} = 18 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3 \Rightarrow x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 8(tm)$$

Vậy $x = 8$ thì $B = 18$

Bài 2.

$$\text{a) } \begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+8y=12 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=6 \\ x=3-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (-1; 2)$

b) Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$. Khi đó phương trình trở thành

$$\begin{aligned} 4t^2 + 7t - 2 &= 0 \Leftrightarrow 4t^2 + 8t - t - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow 4t(t+2) - (t+2) &= 0 \Leftrightarrow (t+2)(4t-1) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2(ktm) \\ t = \frac{1}{4}(tm) \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ các đồ thị

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -2x + 4$ và parabol (P): $y = 2x^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=-2 \Rightarrow y=8 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(1;2); B(-2;8)$

*Tính khoảng cách từ $M(-2;0)$ đến đường thẳng AB

Kẻ $MH \perp AB (M \in AB)$. Nhận xét thấy khoảng cách từ $M(-2;0)$ xuống đường thẳng AB chính là MH.

Lại thấy $B(-2;8), M(-2;0) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng BM là $x = -2 \Rightarrow BM \perp Ox$ hay $BM \perp MC$ suy ra $\triangle BMC$ vuông tại M.

Ta lại có: $B(-2;8); M(-2;0); C(2,0) \Rightarrow BM = 8, CM = 4$

Xét $\triangle BMC$ vuông tại M có MH là đường cao nên :

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{MC^2} = \frac{1}{8^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{5}{64} \Leftrightarrow MH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $MH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

Bài 4.

Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 2m - 15)^2 - 16[(m+1)^2 - 20] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow [(m+1)^2 - 16] - 16(m+1)^2 + 320 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^4 - 32.(m+1)^2 + 256 - 16(m+1)^2 + 320 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^4 - 48.(m+1)^2 + 576 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^4 - 2.24.(m+1)^2 + 24^2 \geq 0$$

$$[(m+1)^2 - 24] \geq 0 \quad \forall m$$

Nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m^2 + 2m - 15}{4} = -\frac{(m+1)^2 - 16}{4} = -\frac{(m+1)^2}{4} + 4 \\ x_1 x_2 = \frac{(m+1)^2 - 20}{4} = \frac{(m+1)^2}{4} - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_1 x_2 = -1(*)$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } x_1^2 + x_2 + 2019 = 0 \Leftrightarrow x_2 = -x_1^2 - 2019$$

Thay vào (*) ta có:

$$x_1 - x_1^2 - 2019 + x_1(-x_1^2 - 2019) = -1 \Leftrightarrow x_1 - x_1^2 - 2019 - x_1^3 - 2019x_1 = -1$$

$$\Leftrightarrow x_1^3 + x_1^2 + 2018x_1 + 2018 = 0 \Leftrightarrow x_1^2(x_1 + 1) + 2018(x_1 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_1^2 + 2018) = 0 \Leftrightarrow x_1 + 1 = 0 (x_1^2 + 2018 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = -1 - 2019 = -2020$$

$$\text{Mặt khác } x_1 x_2 = \frac{(m+1)^2}{4} - 5$$

$$\Leftrightarrow 2020 = \frac{(m+1)^2}{4} - 5 \Leftrightarrow 2025.4 = (m+1)^2$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 8100 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 = 90 \\ m+1 = -90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 89 \\ m = -91 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{89; -91\}$ thỏa mãn điều kiện bài toán

VectorStock.com/14523839

Bài 5.

Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (mét) ($x > 3$)

Chiều dài của mảnh đất là y mét ($y > x > 3$)

Diện tích mảnh đất là $80m^2$ nên ta có phương trình $xy = 80(1)$

Nếu giảm chiều rộng đi 3m thì chiều rộng mới là $x - 3(m)$

Nếu tăng chiều dài lên $10m$ thì chiều dài mới là $y + 10(m)$

Diện tích mảnh đất mới là $80 + 20 = 100(m^2)$ nên ta có phương trình:

$$(x - 3)(y + 10) = 100(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} xy = 80 \\ (x - 3)(y + 10) = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ xy - 3y + 10x - 30 - 100 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ 80 + 10x - 3y - 130 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10xy = 800 \\ 10x + 3y + 50 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3y + 50)y = 800 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 50y - 800 = 0 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10(tm) \\ y = -\frac{80}{3}(ktm) \\ x = \frac{80}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases} (tm) \end{aligned}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là $10m$ và chiều rộng mảnh đất là $8m$

$$\angle CKB = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BC)} \Rightarrow \angle CKD = 90^\circ$$

b) Có $DE \perp AB \Rightarrow HD = HE$ (đường kính dây cung)

Lại có $CKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BC) $\Rightarrow CK \perp KB$ (1)

Mà $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB) $\Rightarrow AD \perp DB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CK \parallel AD$ (từ vuông góc đến song song)

Mà $CE \parallel AD$ (cmt) nên theo tiên đề Oclit suy ra ba điểm E, C, K thẳng hàng.

c) Kẻ đường kính MP của đường tròn (O) . Nối N với P cắt AB tại I . Nối E với P , E với B .

Có $MNP = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow MN \perp NP$

Mà $MN \perp DE(gt)$ nên $NP \parallel DE \Rightarrow DNPE$ là hình thang

Lại có $DE \perp AB, NP \parallel DE \Rightarrow NP \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm của NP (tính chất đường kính dây cung) $\Rightarrow B$ là điểm chính giữa cung NP .

$$\Rightarrow sdNB = sdPB$$

Để thấy tam giác BDE cân tại B (đường cao BH cũng là đường trung tuyến)

$$\Rightarrow BD = BE \Rightarrow sdBD = sdBE$$

$\Rightarrow sdDB - sdBN = sdEB - sdBP \Rightarrow sdDN = sdEP \Rightarrow DN = EP$ (hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau)

Do đó: $EM^2 + DN^2 = EM^2 + EP^2 = MP^2$ (Do tam giác MEP vuông tại E), mà $MP = AB$ (=đường kính)

Vậy $EM^2 + EP^2 = AB^2 (dpcm)$



Câu 1. (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{32} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$

2) Giải phương trình: $x^2 - 2x = 0$

3) Xác định hệ số a của hàm số $y = ax^2$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-3;1)$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - (2m - n)x + (2m + 3n - 1) = 0$ (1) (m, n là tham số)

1) Với $n = 0$, chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

2) Tìm m, n để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = -1$ và $x_1^2 + x_2^2 = 13$

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $y = -x + \frac{\sqrt{2}}{2}$. Gọi

A, B lần lượt là giao điểm của d với trục hoành và trục tung; H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tính độ dài đoạn thẳng OH (đơn vị trên các trục tọa độ là xentimet).

2) Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao là $12cm$, bán kính đáy là $2cm$, lượng nước trong cốc cao $8cm$. Người ta thả vào cốc nước 6 viên bi hình cầu có cùng bán kính $1cm$ và ngập hoàn toàn trong nước làm nước trong cốc dâng lên. Hỏi sau khi thả 6 viên bi vào thì mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu xentimet? (Giả sử độ dài của cốc là không đáng kể)

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M thuộc cung nhỏ BD sao cho $\angle BOM = 30^\circ$. Gọi N là giao điểm của CM và OB . Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt OB, OD kéo dài lần lượt tại E và F . Đường thẳng qua N và vuông góc với AB cắt EF tại P

1) Chứng minh tứ giác $ONMP$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh tam giác EMN là tam giác đều

3) Chứng minh $CN = OP$

4) Gọi H là trực tâm của tam giác AEF . Hỏi ba điểm A, H, P có thẳng hàng không?

Vì sao?

Câu 5. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x + 2y + 3z = 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = \sqrt{\frac{xy}{xy + 3z}} + \sqrt{\frac{3yz}{3yz + x}} + \sqrt{\frac{3xz}{3xz + 4y}}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = \sqrt{32} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$$

$$= \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{18} + \sqrt{\frac{22}{11}}$$

$$= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } A = 2\sqrt{2}$$

$$2) x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{0; 2\}$

3) Đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-3; 1)$ nên thay tọa độ điểm A vào công thức

$$\text{hàm số ta được: } 1 = a \cdot (-3)^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{9}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{9}$$

Câu 2.

1) Với $n = 0$ ta có phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

$$\text{Phương trình có } \Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 \geq 0 \forall m$$

Vậy với $n = 0$ thì phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m

$$2) \text{ Ta có: } \Delta = (2m - n)^2 - 4(2m + 3n - 1) = 4m^2 - 4mn + n^2 - 8m - 12n + 4$$

Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 4mn + n^2 - 8m - 12n + 4 \geq 0 (*)$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - n(2) \\ x_1 x_2 = 2m + 3n - 1(3) \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1^2 + x_2^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \quad (4) \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13 \quad (5) \end{cases}$$

Thế (3) và (4) vào (5) ta được:

$$(5) \Leftrightarrow (-1)^2 - 2(2m + 3n - 1) = 13$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4m - 6n + 2 = 13$$

$$\Rightarrow 4m + 6n = -10 \Leftrightarrow 2m + 3n = -5(6)$$

$$\text{Từ (2) và (4) ta có: } 2m - n = -1 \Leftrightarrow n = 2m + 1(7)$$

$$\text{Thế (7) vào (6) ta được: } 2m + 3(2m + 1) = -5 \Leftrightarrow 2m + 6m + 3 = -5 \Leftrightarrow 8m = -8 \Leftrightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow n = 2m + 1 = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$$

Thay $m = -1, n = -1$ vào điều kiện (*) ta có:

$$4.(-1)^2 - 4.(-1)(-1) + (-1)^2 - 8.(-1) - 12.(-1) + 4 = 25 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -1 \end{cases} \text{ thỏa mãn}$$

Vậy $m = -1, n = -1$ là các giá trị cần tìm

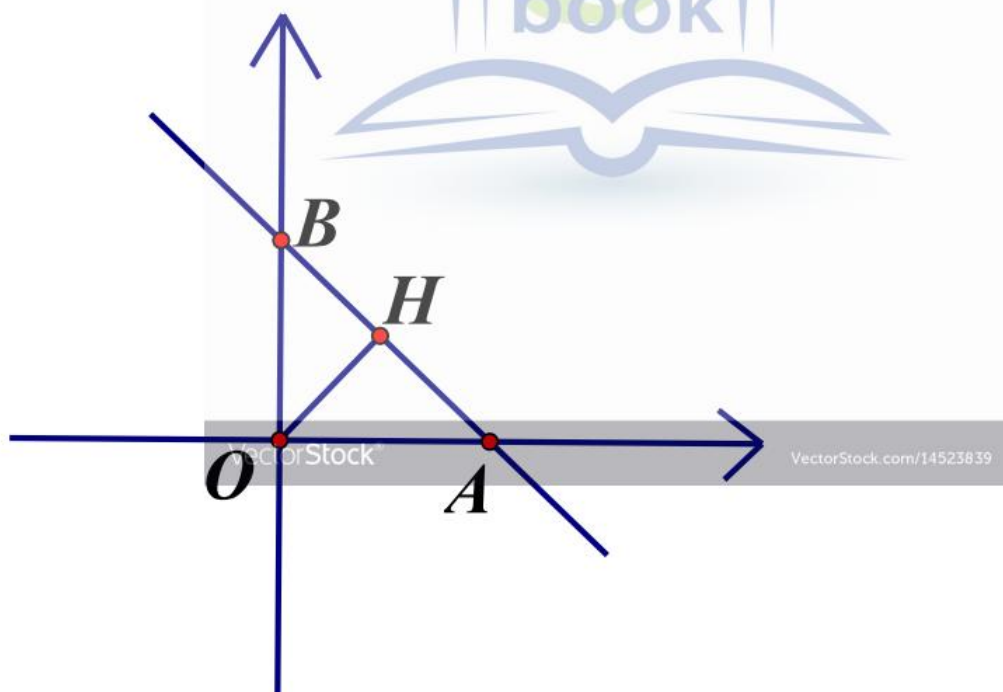
Câu 3.

1) Cho $d: y = -x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $d \cap Ox = \{A\} \Rightarrow A(x_A; 0) \Rightarrow -x_A + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow x_A = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$d \cap Oy = \{B\} \Rightarrow B(0; y_B) \Rightarrow 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} = y_B \Leftrightarrow y_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vì $\triangle OAB$ vuông cân tại O (do $OA = OB = \frac{\sqrt{2}}{2}$) mà OH là đường trung tuyến nên OH cũng là đường cao



Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác $\triangle OAB$ vuông tại O có đường cao OH ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow OH = 0,5cm$$

Vậy $OH = 0,5cm$

2) Thể tích dâng lên bằng thể tích 6 viên bi thả vào cốc

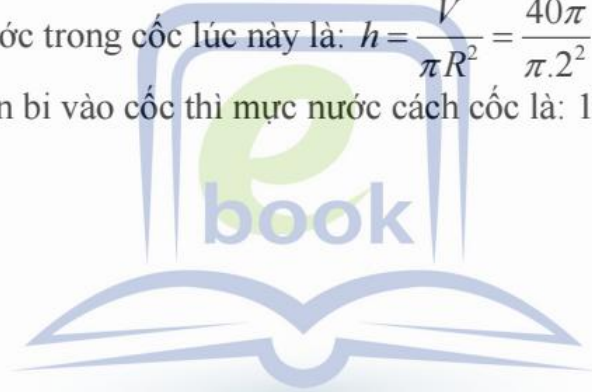
Thể tích nước trong cốc ban đầu: $V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 8 = 32\pi (cm^3)$

Thể tích của 6 viên bi được thả vào cốc là: $V_2 = 6 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = 8\pi (cm^3)$

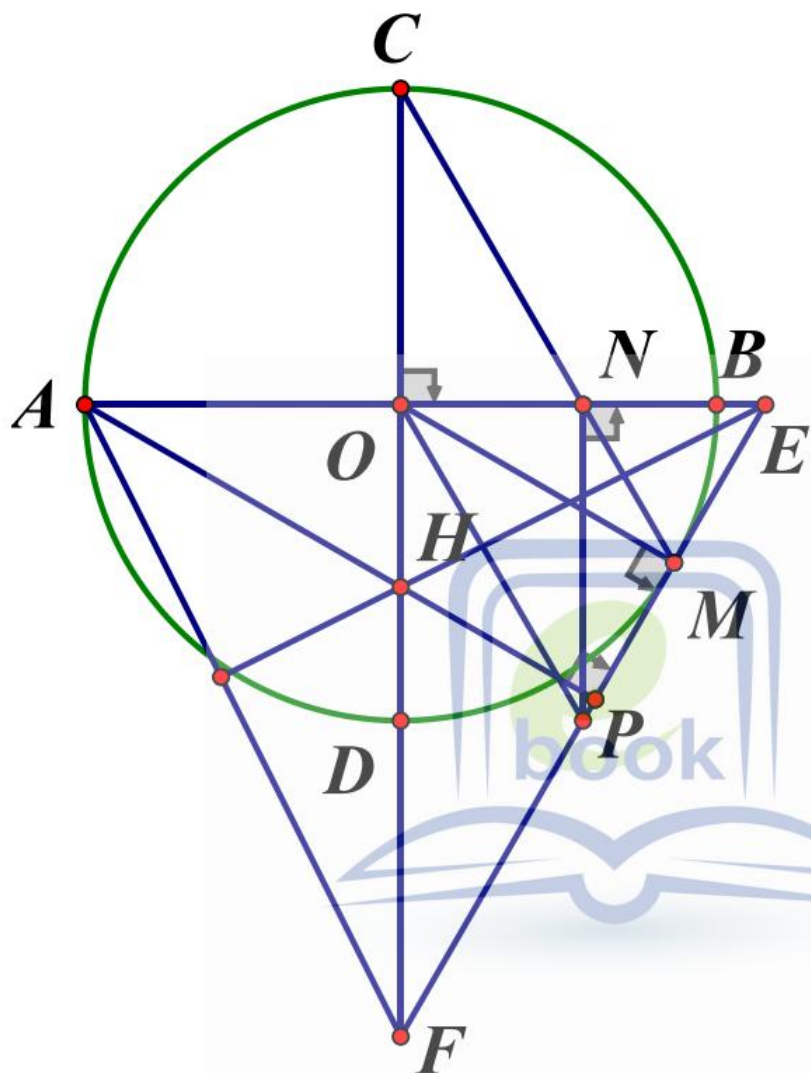
Thể tích sau khi được thả thêm 6 viên bi là: $V = V_1 + V_2 = 32\pi + 8\pi = 40\pi (cm^3)$

\Rightarrow Chiều cao mực nước trong cốc lúc này là: $h = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{40\pi}{\pi \cdot 2^2} = 10(cm)$

Vậy sau khi thả 6 viên bi vào cốc thì mực nước cách cốc là: $12 - 10 = 2(cm)$



Câu 4.



1) Xét tứ giác $ONMP$ ta có:

$$\angle ONP = 90^\circ \quad (NP \perp AB)$$

$$\angle OMP = 90^\circ \quad (EF \text{ là tiếp tuyến của } (O)) \Rightarrow \angle ONP = \angle OMP = 90^\circ$$

Mà hai đỉnh N, P là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh OP nên $ONMP$ là tứ giác nội tiếp.

2) Xét (O) ta có:

$\angle COM$ là góc ở tâm chắn cung CM

$\angle CME$ là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CM

$$\Rightarrow \angle CME = \frac{1}{2} \angle COM = \frac{1}{2} (\angle COB + \angle BOM) = \frac{1}{2} (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \quad (\text{tính chất góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 1 cung})$$

$$\text{Hay } \angle NME = 60^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle OME \text{ vuông tại } M, \text{ ta có: } \angle OEM = 90^\circ - \angle EOM = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Xét $\triangle MNE$ ta có: $NEM = NME = 60^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \triangle NME$ là tam giác đều (đpcm).

3) Ta có: $\triangle MNE$ là tam giác đều (cmt)

$$\Rightarrow ENM = 60^\circ = ONC \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow OCN = 90^\circ - ONC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Vì $ONMP$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow OPN = OMN = 30^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ON)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OC \perp AB = \{O\} \\ NP \perp AB = \{N\} \end{cases} \Rightarrow OC = NP \Rightarrow OCPN \text{ là hình thang}$$

$$\text{Mà } OCN = OPN = 30^\circ \text{ (cmt)}$$

Lại có hai góc này là hai góc đối nhau nên $OCNP$ là hình bình hành

$$\Rightarrow OC = NP \text{ (đpcm)}$$

4) Gọi I là chân đường cao kẻ từ A đến EF thì $H \in AI$

Giả sử phản chứng A, H, P thẳng hàng thì $P \equiv I$ hay $AP \perp EF$

Có $EOP = NOP = 90^\circ - ONP = 60^\circ$ và $OEP = 60^\circ$ (cmt) nên $\triangle OEP$ là tam giác cân có một góc bằng 60° nên là tam giác đều $\Rightarrow OP = PE$ (1)

Lại có: $POF = 90^\circ - EOP = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ và $PFO = 90^\circ - OEP = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ nên tam giác OPF cân tại P hay $OP = PF$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $PE = PF (= OP)$

Xét $\triangle AEF$ có $AP \perp EF$ (gt) $\Rightarrow PE = PF$ nên AP vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến

$\Rightarrow \triangle AEF$ cân tại A , mà $AEF = 60^\circ$ nên tam giác AEF đều

$\Rightarrow FO$ vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến $\Rightarrow OA = OE$ (vô lý vì $OA < OE$)

Vậy ba điểm A, H, P không thẳng hàng

Câu 5.

Do $x + 2y + 3z = 2$ nên $\begin{cases} x = 2 - 2y - 3z \\ 2y = 2 - x - 3z, \text{ Khi đó:} \\ 3z = 2 - x - 2y \end{cases}$

$$xy + 3z = xy + (2 - x - 2y) = (xy - x) - (2y - 2) = x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$$

$$3yz + x = 3yz + (2 - 2y - 3z) = (3yz - 3z) - (2y - 2) = (y - 1)(3z - 2)$$

$$3xz + 4y = 3xz + 2(2 - x - 3z) = (3xz - 6z) - (2x - 4) = 3z(x - 2) - 2(x - 2) = (x - 2)(3z - 2)$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{xy}{(x-2)(y-1)}} + \sqrt{\frac{3yz}{(y-1)(3z-2)}} + \sqrt{\frac{3xz}{(x-2)(3z-2)}} \\ &= \sqrt{\frac{x}{2(1-y)}} \sqrt{\frac{2y}{2-x}} + \sqrt{\frac{2y}{1-3z}} \sqrt{\frac{3z}{2(1-y)}} + \sqrt{\frac{x}{2-3z}} \sqrt{\frac{3z}{2-x}} \\ &\leq \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2(1-y)} + \frac{2y}{2-x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{2y}{2-3z} + \frac{3z}{2(1-y)} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2-3z} + \frac{3z}{2-x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2(1-y)} + \frac{2y}{2-x} + \frac{2y}{2-3z} + \frac{3z}{2(1-y)} + \frac{x}{2-3z} + \frac{3z}{2-x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{x+3z}{2(1-y)} + \frac{2y+3z}{2-x} + \frac{2y+x}{2-3z} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2-2y}{2(1-y)} + \frac{2-x}{2-x} + \frac{2-3z}{2-3z} \right) = \frac{1}{2} (1+1+1) = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Hãy $S \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \text{Max} S = \frac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2(1-y)} = \frac{2y}{2-x} \\ \frac{2y}{2-3z} = \frac{3z}{2(1-y)} \\ \frac{x}{2-3z} = \frac{3z}{2-x} \end{cases} \Rightarrow 2x - x^2 = 4y - 4y^2 = 6z - 9z^2 \text{ và } x + 2y + 3z = 2$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (Không chuyên)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình:

a) $x - 3 = 0$

b)
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$$

Bài 2. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$

b) $B = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$ với $x > 0$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

- Vẽ parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d)

Bài 4. (1,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $1200m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó, biết rằng chiều dài hơn chiều rộng $10m$.

Bài 5. (3,0 điểm) Cho một điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O; $6cm$). Kẻ hai tiếp tuyến MN, MP (N, P là hai tiếp điểm) của đường tròn (O). Vẽ cát tuyến MAB của đường tròn (O) sao cho đoạn thẳng $AB = 6cm$, với A, B thuộc đường tròn (O), A nằm giữa M và B

- Chứng minh tứ giác OPMN nội tiếp đường tròn
- Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB. So sánh $\angle MON$ và $\angle MHN$
- Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB của đường tròn tâm (O)

Bài 6. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = \frac{1}{abc}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a + b)(a + c)$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \quad S = \{3\}$$

$$b) \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 8 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$

Bài 2.

$$a) A = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$b) B = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2} (x > 0) = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + 2} \\ = \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 2 = 2\sqrt{x} - 1$$

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) là:

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 9 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm (P) và (d) là: $(3; 9); (-1; 1)$

Bài 4.

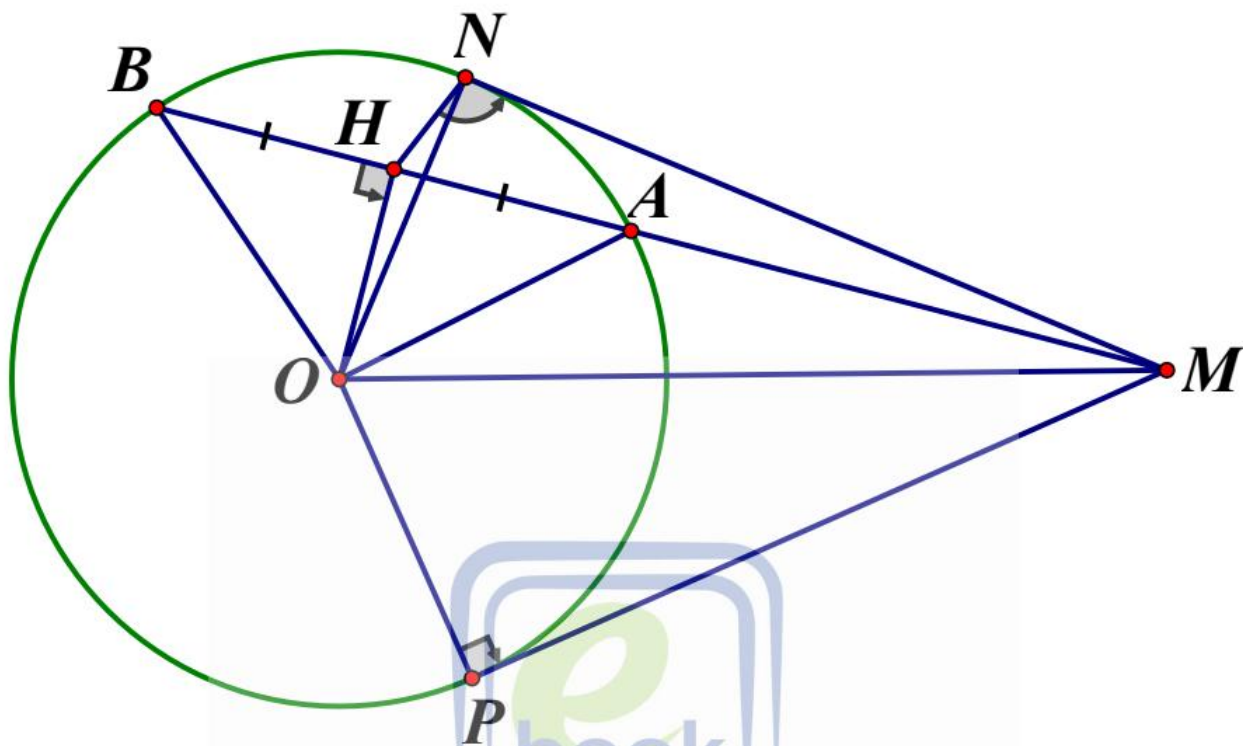
Gọi $x(m)$ là chiều dài ($x > 10$) \Rightarrow Chiều rộng là: $x - 10$

Theo bài ta có phương trình:

$$x(x - 10) = 1200 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -30(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều dài là $40m$, chiều rộng là $30m$

Bài 5.



a) Vì MN, MP là hai tiếp tuyến

$\Rightarrow N = P = 90^\circ \Rightarrow \angle ONM + \angle OPM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ONMP$ là tứ giác nội tiếp

b) Vì H là trung điểm AB $\Rightarrow OH \perp AB$ (tính chất đường kính dây cung)

$\Rightarrow \angle OHM = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $OHNM$ có $\angle OHM = \angle ONM = 90^\circ$ cùng nhìn cạnh OM

$\Rightarrow OHNM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MON = \angle MHN$ (cùng nhìn MN)

c) Ta có: $OB = OA = AB = 6\text{cm} \Rightarrow \triangle OAB$ đều $\Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$

$$S_{\text{quạt } AOB} = \frac{\pi R^2 n}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 6\pi (\text{cm}^2)$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

$$\Rightarrow S_{\text{vp } AB} = S_{\text{q}(AOB)} = S_{\triangle AOB} = 6\pi - 9\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

Bài 6.

Ta có , áp dụng BĐT Cô si:

$$P = (a+b)(a+c) = a^2 + ab + ac + bc$$

$$= a(a+b+c) + bc \geq 2\sqrt{abc(a+b+c)} = 2\sqrt{abc \cdot \frac{1}{abc}} = 2$$

$$\Rightarrow \text{Min} P = 2 \Leftrightarrow a = b = c$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐIỆN BIÊN**

**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019-2020**

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}-3}{x-9}$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{A}{B}$

Câu 2. (2,5 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 5x + 4 = 0$

b) $x^4 + x^2 - 6 = 0$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ với a, b là tham số. Tìm giá trị của a, b để

phương trình trên có 1 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases}$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$ và có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại I (I khác O). kẻ đường kính CE

1. Chứng minh tứ giác $ABDE$ là hình thang cân
2. Chứng minh $\sqrt{AB^2 + CD^2} + \sqrt{BC^2 + DA^2} = 2\sqrt{2}R$
3. Từ A và B kẻ các đường thẳng vuông góc với CD lần lượt cắt BD tại F , cắt AC tại K . Tứ giác $ABKF$ là hình gì ?

Câu 5. (1,0 điểm)

- 1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^3 = x^3 + x^2 + x + 1$
- 2) Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh rằng: $A = (1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2)$ là một số chính phương

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) Điều kiện để biểu thức A xác định là $x \geq 0, x \neq 9$.

$$\text{Khi } x = 25(tm) \Rightarrow A = \frac{25+5}{\sqrt{25}-3} = \frac{30}{2} = 15$$

Vậy khi $x = 25$ thì $A = 15$.

2) Điều kiện : $x \geq 0, x \neq 9$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}-3}{x-9} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3) + 7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-3\sqrt{x}-\sqrt{x}+3+7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

3) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 9$

$$\text{Ta có: } \frac{A}{B} = \frac{x+5}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{5}{\sqrt{x}}$$

Áp dụng BĐT Cô si cho hai số $\sqrt{x}, \frac{5}{\sqrt{x}}$ dương ta có: VectorStock.com/14523839

$$\sqrt{x} + \frac{5}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{5}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 5(tm)$$

Vậy với $x = 5$ thì biểu thức $\frac{A}{B}$ đạt giá trị nhỏ nhất là $2\sqrt{5}$

Câu 2.

1)

a) $x^2 - 5x + 4 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 - 5 + 4 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt:

$x_1 = 1; x_2 = 4.$

Vậy $S = \{1; 4\}$

b) $x^4 + x^2 - 6 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, khi đó ta có phương trình:

$t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 3t - 2t - 6 = 0$

$\Leftrightarrow t(t+3) - 2(t+3) = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t+3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(tm) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \\ t = -3(ktm) \end{cases}$$

Vậy $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

$$2) \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ y = 2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (5; 3)$

Câu 3.

Phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ có hai nghiệm

$x_1, x_2 \Rightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 4(b+1) \geq 0 (*)$

Khi đó áp dụng định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b + 1 \end{cases}$

Ta có:

$$+) (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \Leftrightarrow 9 = a^2 - 4(b+1) \quad (1)$$

$$+) x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 + 3x_1 x_2 (x_1 - x_2)$$

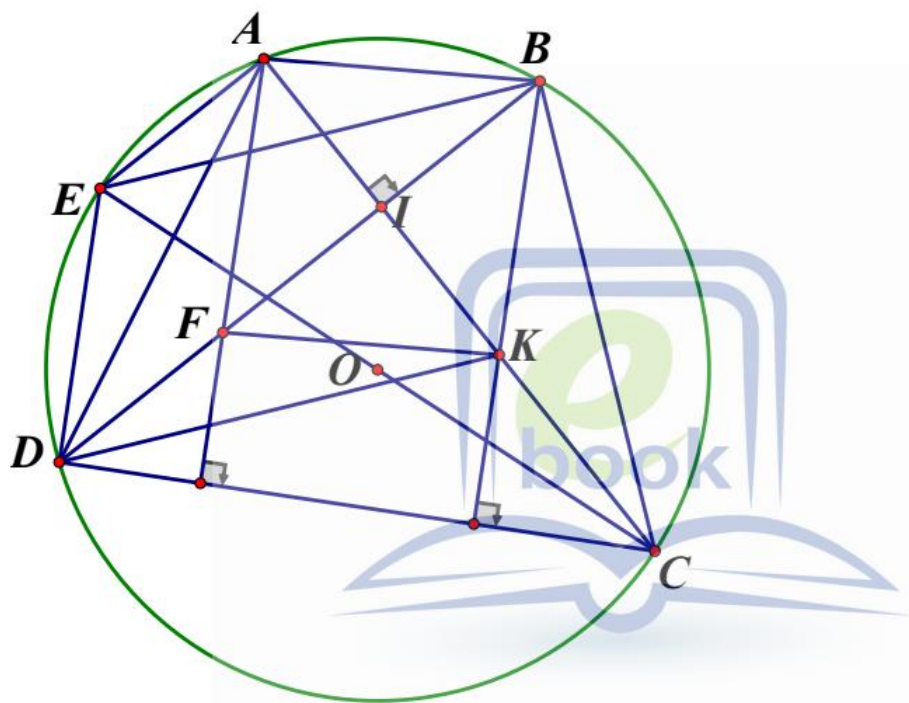
$$\Leftrightarrow 9 = 3^2 + 3(b+1).3 \Leftrightarrow -18 = 9(b+1) \Leftrightarrow b+1 = -2 \Leftrightarrow b = -3$$

Thay $b = -3$ vào (1) ta có: $a^2 - 4(-3+1) = 9 \Leftrightarrow a^2 + 8 = 9 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$

Thử lại $a^2 = 1; b = -3 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 1 - 4(-3+1) = 9 > 0(tm)$

Vậy $(a, b) = (1; -3)$ hoặc $(a, b) = (-1; -3)$

Câu 4.



1) Ta có: $\angle CAE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AE \perp AC$
 Mà $BD \perp AC(gt) \Rightarrow AE \parallel BD$ (từ vuông góc đến song song)
 \Rightarrow Tứ giác $ABDE$ là hình thang (Tứ giác có 2 cạnh đối song song)
 Ta có: $\angle CDE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \triangle CDE$ vuông tại D
 Có: $\angle CED = \angle CBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)
 $\Rightarrow 90^\circ - \angle CED = 90^\circ - \angle CBD \Rightarrow \angle DCE = \angle ACB$
 Mà $sd DE = sd AB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau)
 $\Rightarrow DE = AB \Rightarrow DE + AE = AB + AE \Rightarrow AD = BE$
 $\Rightarrow \angle ABD = \angle EDB$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)
 \Rightarrow Tứ giác $ABDE$ là hình thang cân (hình thang có 2 góc kề 1 đáy bằng nhau)

2) Do $ABDE$ là hình thang cân (cmt) $\Rightarrow AB = DE, AD = BE$

Khi đó ta có $AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2 = DE^2 + CD^2 + BC^2 + BE^2$

Ta có $CBE = CDE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \triangle BCE$ vuông tại B và tam giác CDE vuông tại D

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$\begin{cases} DE^2 + CD^2 = CE^2 = (2R)^2 = 4R^2 \\ BC^2 + BE^2 = EC^2 = (2R)^2 = 4R^2 \end{cases} \Rightarrow DE^2 + CD^2 + BC^2 + BE^2 = 8R^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2 = 8R^2 \Leftrightarrow \sqrt{AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2} = \sqrt{8R^2} = 2\sqrt{2}R$$

3) Xét $\triangle BCD$ có K là trực tâm (giao của hai đường cao) $\Rightarrow DK \perp BC$.

Mà $BE \perp BC$ ($CBE = 90^\circ$) $\Rightarrow DK \parallel BE$ (từ vuông góc đến song song)

Ta có: $\begin{cases} BK \perp CD \\ DE \perp CD \end{cases} \left(CDE = 90^\circ \right) \Rightarrow BK \parallel DE$ (từ vuông góc đến song song)

Ta có: $\begin{cases} AF \perp CD \text{ (gt)} \\ DE \perp CD \end{cases} \left(CDE = 90^\circ \right) \Rightarrow AF \parallel DE$ (từ vuông góc đến song song)

Xét tứ giác $AEDF$ có $\begin{cases} AF \parallel DE \\ AE \parallel DF \text{ (AE} \parallel \text{BD)} \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $AEDF$ là hình bình hành

$$\Rightarrow AF = DE \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BK = AF (= DE)$

Xét tứ giác $ABKF$ có: $\begin{cases} AF \perp CD \text{ (gt)} \\ BK \perp CD \end{cases} \Rightarrow AF \parallel BK$ và $AF = BK$ (cmt)

\Rightarrow Tứ giác $ABKF$ là hình bình hành.

Câu 5.

1) Tìm nghiệm nguyên.....

TH1: Xét $x^2 + x > 0 \Leftrightarrow x(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -1 \end{cases}$, từ đó ta có $2(x^2 + x) > 0$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 + x + 1 < x^3 + x^2 + x + 1 + 2(x^2 + x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x+1)^3$$

$$\Rightarrow x^3 < x^3 + x^2 + x + 1 < (x+1)^3$$

Theo đề bài ta có: $y^3 = x^3 + x^2 + x + 1$

$$\Rightarrow x^3 < y^3 < (x+1)^3, \text{ lại có } x, y \in \mathbb{Z}(gt)$$

\Rightarrow Không tồn tại số nguyên x, y thỏa mãn $x^3 < y^3 < (x+1)^3$

TH2: Xét $-1 \leq x \leq 0$, lại có $x \in \mathbb{Z}(gt) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$

$$+) \text{ Với } x = -1 \Rightarrow y^3 = (-1)^3 + (-1)^2 - 1 + 1 = 0 \Rightarrow y = 0(tm)$$

$$+) \text{ Với } x = 0 \Rightarrow y^3 = 1 \Leftrightarrow y = 1(tm)$$

Vậy phương trình có các cặp nghiệm nguyên là $(x, y) = \{(-1; 0); (0; 1)\}$

2) Theo đề bài ta có: $ab + bc + ca = 1$

$$\Rightarrow 1 + a^2 = ab + bc + ca + a^2 = b(a+c) + a(c+a) = (a+c)(a+b)$$

$$\text{Tương tự ta có: } \begin{cases} 1 + b^2 = (b+a)(b+c) \\ 1 + c^2 = (c+a)(c+b) \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = (1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2) = (a+c)(a+b)(b+a)(b+c)(c+a)(c+b)$$

$$= (a+b)^2 (a+c)^2 (b+c)^2 = [(a+b)(a+c)(b+c)]^2 \quad (a, b, c \in \mathbb{Z})$$

Vậy A là một số chính phương.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (1,75 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2x^2 - 7x + 6 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$$
- 3) Giải phương trình: $x^4 + 7x^2 - 18 = 0$

Câu 2. (2,25 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = 2x - 1$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- 2) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + m$ và $y = 2x - 1$ song song với nhau.
- 3) Tìm các số thực x để biểu thức $M = \sqrt{3x - 5} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$

Câu 3. (2 điểm)

- 1) Cho tam giác MNP vuông tại N có $MN = 4a$, $NP = 3a$ với $0 < a \in \mathbb{R}$. Tính theo a diện tích xung quanh của hình nón tạo bởi tam giác MNP quay quanh đường thẳng MN
- 2) Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là $2x_1 - (x_2)^2$ và $2x_2 - (x_1)^2$
- 3) Bác B vay ở một ngân hàng 100 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn và lãi, song, bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết 2 năm, bác B phải trả tất cả 121 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm

Câu 4.

- 1) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{a} + a}{1 + \sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{a - 3\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2} \right) (a \geq 0, a \neq 4)$
- 2) Tìm các số thực x và y thỏa mãn
$$\begin{cases} 4x^2 - xy = 2 \\ y^2 - 3xy = -2 \end{cases}$$

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại trực tâm H . Biết ba góc CAB, ABC, BAC đều là góc nhọn

- 1) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh DE vuông góc với OA
- 3) Cho M, N lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng BC, AH . Cho K, L lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng OM và CE, MN và BD . Chứng minh KL song song với AC .

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho ba số thực a, b, c . Chứng minh rằng

$$(a^2 - bc)^3 + (b^2 - ca)^3 + (c^2 - ab)^3 \geq 3(a^2 - bc)(b^2 - ca)(c^2 - ab)$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) GPT: $2x^2 - 7x + 6 = 0$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.2.6 = 1 > 0$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{1}}{2.2} = 2 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{1}}{2.2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $S = \left\{ \frac{3}{2}; 2 \right\}$

2) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = -15 \\ 6x + 8y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 51 \\ x = \frac{3y - 5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 3)$

3) $x^4 + 7x^2 - 18 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, khi đó ta có phương trình: $t^2 + 7t - 18 = 0$ (1)

Ta có: $\Delta = 7^2 + 4.18 = 121 > 0$

\Rightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} t_1 = \frac{-7 + \sqrt{121}}{2} = 2(tm) \\ t_2 = \frac{-7 - \sqrt{121}}{2} = \frac{-7 - 11}{2} = -9(ktm) \end{cases}$

Với $t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

Câu 2.

1) Học sinh tự vẽ các đồ thị

2) Hai đường thẳng: $y = (m^2 + 1)x + m$ và $y = 2x - 1$ song song với nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 = 2 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \Leftrightarrow m = 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn bài toán

3) Biểu thức M đã cho xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5 \geq 0 \\ x^2 - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq 5 \\ x^2 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{3} \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{3} \\ x \neq 2 \end{cases}$

Vậy biểu thức M xác định khi và chỉ khi $x \geq \frac{5}{3}, x \neq 2$

Câu 3.

1) Khi xoay tam giác MNP vuông tại N quanh đường thẳng MN ta được hình nón có chiều cao $h = MN = 4a$ và bán kính đáy $R = NP = 3a$.

Áp dụng định lý Pyta go trong tam giác vuông MNP ta có:

$$MP^2 = MN^2 + NP^2 = (4a)^2 + (3a)^2 = 25a^2 \Rightarrow MP = \sqrt{25a^2} = 5a (\text{Do...} a > 0)$$

Do đó hình nón có độ dài đường sinh là $l = MP = 5a$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 3a \cdot 5a = 15\pi a^2$

2) Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1, x_2 (gt)$ nên áp dụng định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$$

Xét các tổng và tích sau:

$$\begin{aligned}
P &= [2x_1 - (x_2)^2][2x_2 - (x_1)^2] = 4x_1x_2 - 2x_1^3 - 2x_2^3 + (x_1x_2)^2 \\
&= 4x_1x_2 - 2(x_1^3 + x_2^3) + (x_1x_2)^2 \\
&= 4x_1x_2 - 2[(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)] + (x_1x_2)^2 \\
&= 4.1 - 2[3^3 - 3.1.3] + 1^2 = -31 \\
S &= 2x_1 - (x_2)^2 + 2x_2 - (x_1)^2 = 2(x_1 + x_2) - (x_1^2 + x_2^2) \\
&= 2(x_1 + x_2) - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = 2.3 - [3^2 - 2.1] = -1
\end{aligned}$$

Ta có: $S^2 = (-1)^2 = 1 \geq 4P = -124$

$\Rightarrow 2x_1 - (x_2)^2$ và $2x_2 - (x_1)^2$ là hai nghiệm của phương trình

$$X^2 - SX + P = 0 \Leftrightarrow X^2 + X - 31 = 0$$

3) Gọi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là x (%/năm) (ĐK: $x > 0$)

Số tiền lãi bác B phải trả sau 1 năm gửi 100 triệu đồng là $100.x\% = x$ (triệu đồng)

\Rightarrow Số tiền bác B phải trả sau 1 năm là $100 + x$ (triệu đồng)

Do số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào tiền vốn để tính lãi năm sau nên số tiền lãi

bác B phải trả sau 2 năm là $(100 + x)x\% = \frac{(100 + x)x}{100}$ (triệu đồng)

Hết 2 năm bác B phải trả tất cả là 121 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$100 + x + \frac{(100 + x)x}{100} = 121 \Leftrightarrow 10000 + 100x + 100x + x^2 = 12100$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 200x - 2100 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 210x - 2100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 10) + 210(x - 10) = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x + 210) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -210(ktm) \end{cases}$$

Vậy lãi suất của ngân hàng đó là 10%/năm

Câu 4.

1) Với $a \geq 0, a \neq 4$ thì

$$\begin{aligned}
 P &= \left(\frac{\sqrt{a} + a}{1 + \sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{a - 3\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2} \right) = \frac{\sqrt{a}(1 + \sqrt{a})}{1 + \sqrt{a}} \cdot \frac{a - 2\sqrt{a} - \sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2} \\
 &= \sqrt{a} \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 2) - (\sqrt{a} - 2)}{\sqrt{a} - 2} = \sqrt{a} \cdot \frac{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} - 2)}{\sqrt{a} - 2} \\
 &= \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = a - \sqrt{a}
 \end{aligned}$$

$$2) \begin{cases} 4x^2 - xy = 2(1) \\ y^2 - 3xy = -2(2) \end{cases}$$

Lấy (1) cộng (2) về theo về ta được:

$$4x^2 - xy + y^2 - 3xy = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4xy + y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - y)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 0 \Leftrightarrow y = 2x$$

Thay $y = 2x$ vào (2) ta được:

$$(2x)^2 - 3x(2x) = -2 \Leftrightarrow 4x^2 - 6x^2 = -2$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x, y) = \{(1; 2); (-1; -2)\}$

Tứ giác $BEDC$ có $BDC = BEC = 90^\circ$ nên nó là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

2) Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O) tại $A \Rightarrow Ax \perp AO$ (tính chất tiếp tuyến)

Do tứ giác $BEDC$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow CBA = EDA$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) (2)

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $DE \parallel Ax$ mà $Ax \perp AO(cmt) \Rightarrow DE \perp AO(dpcm)$

3) Kẻ đường kính AI của đường tròn (O) , gọi giao điểm của NM và ED là P

Xét đường tròn (O) ta có: $\widehat{ACI} = 90^\circ, \widehat{ABI} = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
Suy ra $CI \perp AC, BI \perp AB$ lại có: $BD \perp AC, CE \perp AB(gt)$ nên $BH \parallel CI, CH \parallel BI$

Xét tứ giác $BHCI$ có: $\begin{cases} BH \parallel CI \\ CH \parallel BI \end{cases} \Rightarrow BHCI$ là hình bình hành có M là trung điểm BC

nên M cũng là trung điểm của HI .

Xét $\triangle HIA$ có: M là trung điểm của HI, N là trung điểm của AH

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của $\triangle HAI \Rightarrow MN \parallel AI$ (tính chất đường trung bình)

Theo câu b) ta có: $AO \perp DE \Rightarrow MN \perp DE$ tại P

Xét tam giác vuông PLD có $\widehat{PLD} = 90^\circ - \widehat{PDL}(3)$

Xét đường tròn (O) có M là trung điểm của $BC \Rightarrow OM \perp BC$ hay OM là đường trung trực của BC .

Mà $K \in OM \Rightarrow KB = KC$

Xét $\triangle KBC$ cân tại K có KM là đường cao nên KM cũng là đường phân giác $\triangle KBC$

$\Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{MKC}$ (tính chất đường phân giác)

Xét $\triangle KMC$ vuông tại M có $\widehat{MKC} = 90^\circ - \widehat{KCM} \Rightarrow \widehat{BKM} = 90^\circ - \widehat{KCM}(4)$

Lại có: $\widehat{EDB} = \widehat{ECB}$ (do tứ giác $BEDC$ nội tiếp) hay $\widehat{PDL} = \widehat{KCM}(5)$

Từ (3) (4) (5) suy ra $\widehat{BKM} = \widehat{PLD}$ mà $\widehat{PLD} = \widehat{BLM}$ (hai góc đối đỉnh) nên
 $\widehat{BLM} = \widehat{BKM}$

Xét tứ giác $BLKM$ có $\widehat{BLM} = \widehat{BKM}$ nên hai đỉnh L, K kề nhau cùng nhìn cạnh BM dưới các góc bằng nhau, do đó tứ giác $BLKM$ là tứ giác nội tiếp

Suy ra $\widehat{BLM} + \widehat{BMK} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{BLK} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

Hay $KL \perp BD$ mà $AC \perp BD(gt) \Rightarrow KL \parallel AC$

Câu 6.

VectorStock®

VectorStock.com/14523839

Đặt $x = a^2 - bc, y = b^2 - ca, z = c^2 - ab$

Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$

Ta có:

$$\begin{aligned}
x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= (x^3 + y^3) - 3xyz + z^3 \\
&= (x + y)^3 - 3xy(x + y) - 3xyz + z^3 \\
&= (x + y)^3 + z^3 - 3xy(x + y + z) \\
&= (x + y + z) \left[(x + y)^2 - (x + y)z + z^2 \right] - 3xy(x + y + z) \\
&= (x + y + z) \left[x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz + z^2 - 3xy \right] \\
&= (x + y + z) (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)
\end{aligned}$$

Dễ thấy

$$\begin{aligned}
x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz &= \frac{1}{2} (x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2) \\
&= \frac{1}{2} \left[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \right] \geq 0 \forall x, y, z
\end{aligned}$$

Do đó ta đi xét dấu $x + y + z$

Ta có:

$$\begin{aligned}
x + y + z &= a^2 - bc + b^2 - ca + c^2 - ab \\
&= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2} \left[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \right] \geq 0, \forall a, b, c
\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } x + y + z \geq 0 \Rightarrow (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz) \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$$

$$\text{hay } (a^2 - bc)^3 + (b^2 - ca)^3 + (c^2 - ab)^3 \geq 3(a^2 - bc)(b^2 - ca)(c^2 - ab) \text{ (đpcm)}$$

dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP**

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019-2020**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. (1 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{36} - \sqrt{4}$
- b) Tìm x biết $\sqrt{x} = 3$

Câu 2. (1 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

Câu 3. (1 điểm) Giải phương trình : $x^2 - 7x + 12 = 0$

Câu 4. (1 điểm) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 6x + b$ và parabol $(P): y = ax^2 (a \neq 0)$

- a) Tìm giá trị của b để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(0;9)$
- b) Với b tìm được, tìm giá trị của a để (d) tiếp xúc với (P)

Câu 5. (1 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx - 2m^2 + 3m - 2 = 0$ (với m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

Câu 6. (1,0 điểm) Chiều cao trung bình của 40 học sinh lớp 9A là $1,628m$. Trong đó chiều cao trung bình của học sinh nam là $1,64m$ và chiều cao trung bình của nữ là $1,61m$. Tính số học sinh nam, số học sinh nữ của lớp 9A.

Câu 7. (1,0 điểm) Người ta muốn tạo một cái khuôn đúc dạng hình trụ, có chiều cao bằng $16cm$, bán kính đáy bằng $8cm$, mặt đáy trên lõm xuống dạng hình nón và khoảng cách từ đỉnh hình nón đến mặt đáy dưới hình trụ bằng $10cm$. Tính diện tích toàn bộ khuôn (lấy $\pi = 3,14$)

Câu 8. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và đường cao $AK (K \in BC)$. Vẽ đường tròn (O) đường kính BC. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (với M, N là các tiếp điểm, M và B nằm trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AO). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng MN, AK

- a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh KA là tia phân giác MKN
- c) Chứng minh $AN^2 = AK \cdot AH$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Ta có $A = \sqrt{36} - \sqrt{4} = 6 - 2 = 4$

b) Điều kiện $x \geq 0$

Ta có: $\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 3^2 \Leftrightarrow x = 9(tm)$

Vậy $x = 9$

Câu 2.

Ta có:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ x = \frac{4-y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

Câu 3.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) - 4(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3; 4\}$

Câu 4.

a) Đường thẳng $d: y = 6x + b$ đi qua điểm $M(0; 9)$

\Rightarrow Thay $x = 0, y = 9$ vào phương trình đường thẳng $(d): y = 6x + b$ ta được:

$$9 = 6.0 + b \Leftrightarrow b = 9 \quad \text{Vậy } b = 9$$

b) Theo câu a ta có $b = 9 \Rightarrow (d): y = 6x + 9$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) ta được:

$$ax^2 = 6x + 9 \Leftrightarrow ax^2 - 6x - 9 = 0(*)$$

Để đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P) thì phương trình $(*)$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ (-3)^2 - a \cdot (-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a = -1$$

Vậy $a = -1$ là giá trị cần tìm

Câu 5.

Phương trình $x^2 - mx - 2m^2 + 3m - 2 = 0$ có $a = 1 \neq 0, b = -m, c = -2m^2 + 3m - 2$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2m^2 + 3m - 2) = 9m^2 - 12m + 8 = (3m - 2)^2 + 4$

Vì $(3m - 2)^2 \geq 0, \forall m \Leftrightarrow (3m - 2)^2 + 4 > 0 \forall m$ hay $\Delta > 0 \forall m$ nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Câu 6.

Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 40$)

Lớp 9A có 40 học sinh nên ta có phương trình $x + y = 40$ (1)

Vì chiều cao trung bình của học sinh lớp 9A là $1,628m$ nên ta có phương trình:

$$\frac{1,64x + 1,61y}{40} = 1,628 \Leftrightarrow 1,64x + 1,61y = 65,12 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 1,64x + 1,61y = 65,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 1,61(40 - x) = 65,12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 64,4 - 1,61x = 65,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 0,03x = 0,72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 16 \end{cases} (tm)$$

Vậy lớp 9A có 24 nam, 16 nữ

Câu 7.

Hình trụ có bán kính đáy $r = 8cm$ và chiều cao $h = 16cm$ nên diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1 = 2\pi rh = 2\pi \cdot 8 \cdot 16 = 256\pi (cm^2)$

a) Xét đường tròn (O) có AM là tiếp tuyến nên $AM \perp OM$ hay $AMO = 90^\circ$

Lại có: $AK \perp BC \Rightarrow AKO = 90^0$

Xét tứ giác $AMKO$ có $AMO = AKO (= 90^0)$ nên hai đỉnh M, K kề nhau cùng nhìn cạnh AO dưới các góc vuông, do đó tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét đường tròn (O) có AN là tiếp tuyến nên $AN \perp ON$ hay $ANO = 90^0$
Xét tứ giác $KONA$ có $AKO + ANO = 90^0 + 90^0 = 180^0$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên $KNOA$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow NKA = NOA$ (1)

Lại có tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow MKA = MOA$ (2)

Xét đường tròn (O) có AM, AN là hai tiếp tuyến nên OA là tia phân giác của MON
Do đó $MOA = NOA$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $MKA = NKA$ hay KA là tia phân giác của MKN (dfcm)

c) Xét đường tròn (O) có AMN là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung MN nên
 $AMN = \frac{1}{2}sd MN$ (4)

Lại có: $MKA = MOA = \frac{1}{2}MON$ (cmt) nên $MKA = \frac{1}{2}sd MN$ (5)

Từ (4), (5) suy ra $AMH = MKA$

Xét $\triangle AMH$ và $\triangle AKM$ có: MAH chung; $AMH = MKA$ (cmt)

Nên $\triangle AMH \sim \triangle AKM$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AM}{AK} = \frac{AH}{AM} \Leftrightarrow AM^2 = AK.AH$

Lại có: $AM = AN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow AN^2 = AK.AH$ (dfcm)

Câu 1. (2,0 điểm)

- a) Không sử dụng máy tính bỏ túi, giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$
- b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{a-4}{\sqrt{a}+2} : \frac{a-4\sqrt{a}+4}{2\sqrt{a}-4}$, với $a \geq 0, a \neq 4$.

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Cho đường thẳng $(d): y = 2x - 1$. Xác định giá trị của a và b để đường thẳng $(\Delta): y = ax + b$ đi qua điểm $A(1; -2)$ và song song với đường thẳng (d)
- b) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3} = 5 - 3x$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình : $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 3m - 1 = 0$, với m là tham số

- a) Giải phương trình đã cho khi $m = 1$
- b) Xác định giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 9$

Câu 4. (1,0 điểm)

Quãng đường AB dài 180km. Cùng một lúc, hai ô tô khởi hành từ A đến B. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhiều hơn ô tô thứ hai 10km nên ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai 36 phút. Tính vận tốc trung bình mỗi ô tô

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O) . Đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$). Qua A vẽ một đường thẳng không đi qua điểm O, cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AO tại A cắt đường thẳng CE tại F.

- a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp đường tròn.
- b) Gọi M là giao điểm của đường thẳng FB và đường tròn (O) (M không trùng B). Chứng minh AC là đường trung trực của đoạn thẳng DM
- c) Chứng minh $CE.CF + AD.AE = AC^2$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x, y) = (1; 2)$

$$b) P = \frac{a-4}{\sqrt{a}+2} : \frac{a-4\sqrt{a}+4}{2\sqrt{a}-4} = \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}{\sqrt{a}+2} : \frac{(\sqrt{a}-2)^2}{2(\sqrt{a}-2)} \begin{pmatrix} a \geq 0 \\ a \neq 4 \end{pmatrix}$$
$$= \frac{\sqrt{a}-2}{1} \cdot \frac{2}{\sqrt{a}-2} = 2$$

Câu 2.

$$a) \text{Đề } (\Delta): y = ax + b \text{ song song với } (d) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq -1 \end{cases}$$

$$\text{Đề } (\Delta): y = 2x + b \text{ qua } A(1; -2) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\text{Thay vào ta có: } -2 = 2 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = -4 \text{ (thỏa)}$$

$$\text{Vậy } a = 2, b = -4$$

$$b) \sqrt{x^2 + 3} = 5 - 3x \left(x < \frac{5}{3} \right)$$

Bình phương 2 vế:

$$x^2 + 3 = 25 - 30x + 9x^2$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - 30x + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} (ktm) \\ x = \frac{5}{4} (tm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

Câu 3.

a) Khi $m = 1$, phương trình thành:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$b) x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 3m - 1 = 0$$

$$\Delta' = (m-2)^2 - (m^2 - 3m - 1) = -m + 5$$

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow -m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$

Khi đó, áp dụng Vi-et
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 \\ x_1 x_2 = m^2 - 3m - 1 \end{cases}$$

Ta có:

$$x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 9$$

$$(2m - 4)^2 - 3(m^2 - 3m - 1) = 9$$

Hay $\Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 16 - 3m^2 + 9m + 3 = 9$

$$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5(TM) \\ m = 2(TM) \end{cases}$$

Vậy $m \in \{5; 2\}$

Câu 4.

Gọi x (km/h) là vận tốc ô tô thứ nhất ($x > 10$) \Rightarrow vận tốc ô tô thứ hai: $x - 10$

Thời gian đi của ô tô thứ nhất: $\frac{180}{x}$

Thời gian đi của ô tô thứ hai: $\frac{180}{x - 10}$

$$36' = \frac{3}{5}h$$

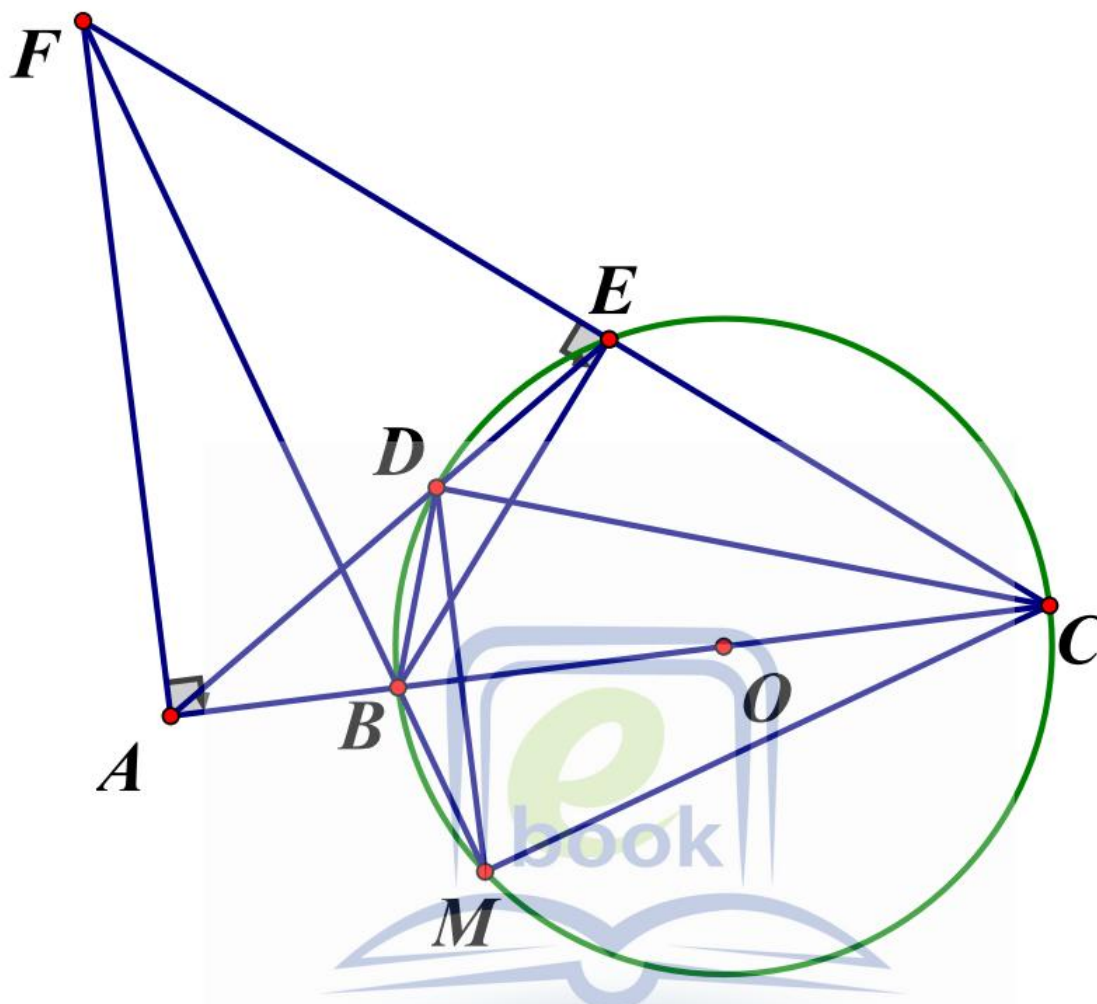
Ta có phương trình:

$$\frac{180}{x - 10} - \frac{180}{x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{180x - 180x + 1800}{x(x - 10)} = \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 30x - 9000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60(TM) \\ x = -50(KTM) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô 1: $60km/h$, vận tốc ô tô 2: $50km/h$

Câu 5.



a) $FAB + FEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow FEBA$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có: $DEB = DMB$ (cùng chắn DB)

Mà $DEB = AEB$ ($AFEB$ nội tiếp cùng nhìn cạnh AB)

$\Rightarrow DMB = BFA$ mà hai góc ở vị trí so le trong $\Rightarrow DM \parallel AF$ mà

$CA \perp AF \Rightarrow CA \perp DM$

Lại có CA đi qua O nên CA là đường trung trực DM (tính chất đường kính dây cung)

c) Xét $\triangle CBE$ và $\triangle CFA$ có: C chung; $E = A = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle CBE \sim \triangle CFA (g - g) \Rightarrow \frac{CB}{CE} = \frac{CF}{CA} \Rightarrow CE \cdot CF = CB \cdot CA (1)$$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có: A chung; $D = C$ (tứ giác nội tiếp)

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AD \cdot AE = AB \cdot AC (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow CE.CF + AD.AE = CB.CA + AB.AC = AC.(CB + BA) = AC^2$$



Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm a để $P > \frac{1}{6}$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 = 3x_2$

Câu 3.

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình trong mấy giờ thì xong.

Câu 4.

Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB; C là điểm chính giữa của cung AB. M thuộc cung AC ($M \neq A; M \neq C$). Qua M kẻ tiếp tuyến d với nửa đường tròn, gọi H là giao điểm của BM và OC. Từ H kẻ một đường thẳng song song với AB, đường thẳng cắt tiếp tuyến d ở E.

a) Chứng minh OHME là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $EH = R$.

c) Kẻ MK vuông góc với OC tại K. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMK

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}$, biết $x+y=4$

DAP AN DE VAO 10 HA GIANG 2015-2016

Câu 1

$$a) P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right) \begin{pmatrix} a > 0 \\ a \neq 1; a \neq 4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1) - (\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}{a-1-a+4} = \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}}$$

$$b) \forall P > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6\sqrt{a}-12 > 3\sqrt{a} \Leftrightarrow 9\sqrt{a} > 12 \Leftrightarrow \sqrt{a} > \frac{4}{3} \Leftrightarrow a > \frac{16}{9}$$

$$\text{Vậy } a > \frac{16}{9} \text{ và } a \neq 4 \text{ thì } P > \frac{1}{6}$$

Câu 2: a) $x^2 - 2(m-1)x + m+1 = 0$

$$\Delta' = (m-1)^2 - m - 1 = m^2 - 2m + 1 - m - 1 = m^2 - 3m$$

$$\text{Để trình có 2 nghiệm phân biệt thì } \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}$$

b) áp dụng Viet $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 2m - 2 \\ x_1 = 3x_2 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{m-1}{2} \\ x_1 = \frac{3m-3}{2} \end{cases}$$

$$x_1 x_2 = m + 1 \Leftrightarrow \left(\frac{m-1}{2} \right) \cdot \frac{3}{2} (m-1) = m + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} (m^2 - 2m + 1) = m + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} m^2 - \frac{5}{2} m - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5+2\sqrt{7}}{3} \text{ (chọn)} \\ m = \frac{5-2\sqrt{7}}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bài 3. Gọi x (giờ) là thời gian xong việc của người thứ I ($x > 16$)

Gọi y (giờ) là thời gian xong việc của người thứ II ($y > 16$)

$$\Rightarrow 1 \text{ giờ người thứ I làm được: } \frac{1}{x}$$

$$1 \text{ giờ người thứ II làm được: } \frac{1}{y}$$

$$\text{Theo đề ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} \text{ (chọn)}$$

vậy người thứ nhất mất 24h xong; người thứ hai mất 48h xong

Cau 5

áp dụng hệ thức Bunhiacopxki

$$\Rightarrow A = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} \leq \sqrt{(1^2+1^2)(x-1+y-2)} = \sqrt{2 \cdot (4-3)} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{Max } A = \sqrt{2}. \text{ Dấu " = " xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y-2 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy Max } A = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{5}{2} \end{cases}$$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình : $x^2 - 5x + 4 = 0$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

Câu II. (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{4}{\sqrt{5}-1} - 3\sqrt{45} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$

2) Cho biểu thức: $B = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$ ($x > 0, x \neq 9$)

Rút gọn biểu thức B và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B > \frac{1}{2}$

Câu III. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d) có phương trình : $y = -mx + 3 - m$ (với m là tham số)

1) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P), biết điểm M có hoành độ bằng 4

2) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

A, B . Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B . Tìm m để

$$x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$$

Câu IV. (4,0 điểm)

1) Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn $(O; R)$ vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn đó. Gọi M là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn $(O; R)$ (với M khác A, M khác B), tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh tứ giác ACMO nội tiếp

b) Chứng minh tam giác COD vuông tại O

c) Chứng minh $AC \cdot BD = R^2$

2) Tính thể tích của một hình nón có bán kính đáy $r = 4cm$, độ dài đường sinh $l = 5cm$.

Câu V. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $abc = 1$

Chứng minh :
$$\frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b} + \frac{1}{2+c} \leq 1$$

ĐÁP ÁN

Câu I.

1)

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) - (x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{1; 4\}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 3x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

Câu II.

1)

$$A = \frac{4}{\sqrt{5}-1} - 3\sqrt{45} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1} - 3\sqrt{9 \cdot 5} + |\sqrt{5}-1|$$

$$= \sqrt{5} + 1 - 9\sqrt{5} + \sqrt{5} - 1$$

$$= -7\sqrt{5}$$

2) Điều kiện $x > 0, x \neq 9$

$$B = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{3+\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{3-\sqrt{x}}$$

Ta có:

$$B > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3-\sqrt{x}} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{4-3+\sqrt{x}}{2(3-\sqrt{x})} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{2(3-\sqrt{x})} > 0 \Leftrightarrow 3-\sqrt{x} > 0 \text{ (do } \sqrt{x}+1 > 0 \forall x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9$$

Câu III.

1) Ta có $M(4; y_M)$ thuộc (P) : $y = \frac{x^2}{2}$ nên thay $x = 4$ vào công thức hàm số

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ ta được: } y_M = \frac{1}{2}.4^2 = 8 \Rightarrow M(4; 8)$$

Vậy $M(4; 8)$

2) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\frac{x^2}{2} = -mx + 3 - m \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 6 = 0(*)$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 6 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + 5 > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \forall m$$

\Rightarrow Đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$

Áp dụng định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 2m - 6 \end{cases}$$

Theo bài ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1 x_2 + 20$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 - 4x_1 x_2 - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(2m - 6) - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn bài toán

MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M $\Rightarrow OMC = 90^\circ$

b) Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

OC là tia phân giác của \widehat{AOM}

OD là tia phân giác của BOM

$$\Rightarrow \angle COD = 90^\circ \text{ hay } \triangle COD \text{ vuông tại O.}$$

c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ODC vuông tại O có đường cao OM ta có $OM^2 = MC.MD$ mà $OM = R \Rightarrow MC.MD = R^2$ (1)

Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau ta có: $AC = MC.BD = MD(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $AC.BD = R^2$

d) Ta có $\begin{cases} AC \perp AB \\ BD \perp AB \text{ (gt)} \Rightarrow AC // BD // MN \text{ (Từ vuông góc đến song song)} \\ MN \perp AB \end{cases}$

Gọi $P = AM \cap CN$. Áp dụng định lý Ta-let ta có: $\frac{MI}{AC} = \frac{PI}{PC}; \frac{NI}{AC} = \frac{BI}{BC}$ (3)

Ta có: $AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$AMN + NMB = 90^\circ \Rightarrow AMN = NBM = ABM$$

Ta có: $ABM = AMC$ (góc nội tiếp và tạo bởi tiếp tuyến dây cùng cung chắn cung AM) $ABM = AMN$ (cmt) $\Rightarrow AMC = AMN \Rightarrow MA$ là tia phân giác trong của CMN

Mà $MB \perp MA$ ($AMB = 90^\circ$) $\Rightarrow MB$ là tia phân giác ngoài của CMN

Áp dụng tính chất đường phân giác trong của $\triangle CMI$ ta có: $\frac{MI}{MC} = \frac{PI}{PC} = \frac{BI}{BC}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{MI}{AC} = \frac{NI}{AC} \Leftrightarrow MI = NI$. Vậy I là trung điểm của MN (dpcm)

2) Chiều cao của hình nón: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm})$

Thể tích của hình nón đã cho: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi (\text{cm}^3)$

Câu V.

Ta có: $\frac{1}{2+a} = \frac{abc}{2abc+a} = \frac{bc}{2bc+1}$ (Do $a > 0$).

Áp dụng BĐT Cô si ta có:

$$2bc+1 = bc+bc+1 \geq 3\sqrt[3]{(bc)^2} \Rightarrow \frac{bc}{2bc+1} \leq \frac{bc}{3\sqrt[3]{(bc)^2}} = \frac{\sqrt[3]{bc}}{3} \Rightarrow \frac{1}{2+a} \leq \frac{\sqrt[3]{bc}}{3}$$

Chứng minh tương tự ta có: $\frac{1}{2+b} \leq \frac{\sqrt[3]{ca}}{3}; \frac{1}{2+c} \leq \frac{\sqrt[3]{ab}}{3}$

Cộng vế theo vế ta được:

$$\frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b} + \frac{1}{2+c} \leq \frac{1}{3} (\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{bc} + \sqrt[3]{ca}) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}} \leq \frac{9}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}} \leq \frac{9}{3\sqrt[3]{abc}} = \frac{9}{3} = 3$$

Ta có

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{a}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}} \leq 3 \Leftrightarrow 3 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}} \right) \leq 1$$

Vậy $\frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b} + \frac{1}{2+c} \leq 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ ($x \geq 0, x \neq 25$)

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ đạt giá trị nguyên lớn nhất

Bài 2. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

- 2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao $1,75m$ và diện tích đáy là $0,32m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy nước được bao nhiêu mét khối (Bỏ qua bề dày của bồn nước)

Bài 3. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$ (1)
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

$$x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$$

Bài 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) .

Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

- 1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn
- 2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF
- 3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I , đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P . Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP .

Bài 5. (0,5 điểm) Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab$, với a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Khi $x=9(tm)$ thay vào A ta được $A = \frac{4 \cdot (\sqrt{9} + 1)}{25 - 9} = \frac{16}{16} = 1$

Vậy với $x=9$ thì $A=1$

2) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 25$

$$B = \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5} = \left[\frac{15 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right] \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1}$$

$$= \frac{15 - \sqrt{x} + 2(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1} = \frac{15 - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

3) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 25$

Ta có: $P = AB = \frac{4(\sqrt{x} + 1)}{25 - x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{4}{25 - x}$

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{25 - x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 4 : (25 - x) \Rightarrow (25 - x) \in U(4)$$

Mà $U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\} \Rightarrow (25 - x) \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

Ta có bảng giá trị

$25 - x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	29 TM	27 TM	26 TM	24 TM	23 TM	1 TM
P	1	-2	-4	4	2	1

$\Rightarrow x \in \{23; 24; 26; 27; 29\}$ thì $P \in \mathbb{Z}$

Qua bảng giá trị ta thấy với $x=24$ thì $P=4$ là số nguyên lớn nhất

Vậy $x=24$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 2.

1) Gọi số ngày làm một mình xong công việc của đội 1 là x (ngày) ($x > 15$)

Số ngày làm một mình xong công việc của đội 2 là y (ngày) ($y > 15$)

Trong một ngày đội 1 làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong một ngày đội 2 làm được số phần công việc là $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai đội làm chung trong 15 ngày thì xong nên ta có phương trình: $\frac{15}{x} + \frac{15}{y} = 1$ (1)

Trong 3 ngày đội 1 làm được $\frac{3}{x}$ công việc, trong 5 ngày đội 2 làm được $\frac{5}{y}$ công việc

Đội 1 làm trong 3 này và đội hai làm trong 5 ngày được $25\% = \frac{1}{4}$ công việc nên ta có

phương trình $\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{15}{x} + \frac{15}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x} = a \\ \frac{1}{y} = b \end{cases}$ ta được:
$$\begin{cases} 15a + 15b = 1 \\ 3a + 5b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{24} \\ b = \frac{1}{40} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(tm) \\ y = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy đội 1 mất 24 ngày làm xong, đội 2 mất 40 ngày làm xong

2) Thể tích bồn nước là: $V = Sh = 0,32.1,75 = 0,56(m^3)$

Vậy bồn nước đựng được $0,56m^3$ nước

Bài 3.

VectorStock®

VectorStock.com/14523839

1) Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$ ta có phương trình: $t^2 - 7t - 18 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 - 9t + 2t - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t - 9) + 2(t - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t + 2)(t - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -2(ktm) \\ t = 9(tm) \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy $S = \{\pm 3\}$

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$x^2 = 2mx - m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0(*)$$

Số giao điểm của (d) và (P) cũng chính là số nghiệm của phương trình (*)

Phương trình (*) có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0$ nên (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Theo hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1 \quad (x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-2 + x_1 x_2}{x_1 x_2}$$

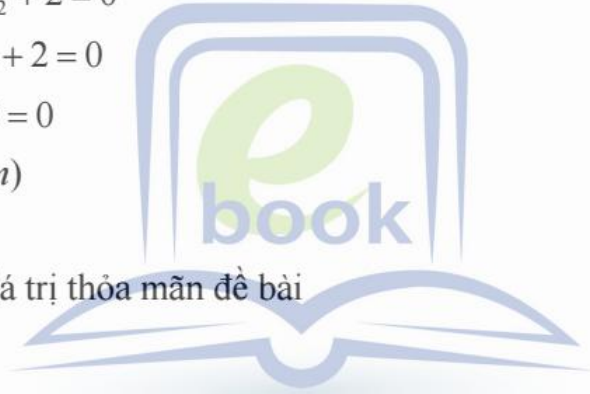
$$\Rightarrow x_1 + x_2 - x_1 x_2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m - m^2 + 1 + 2 = 0$$

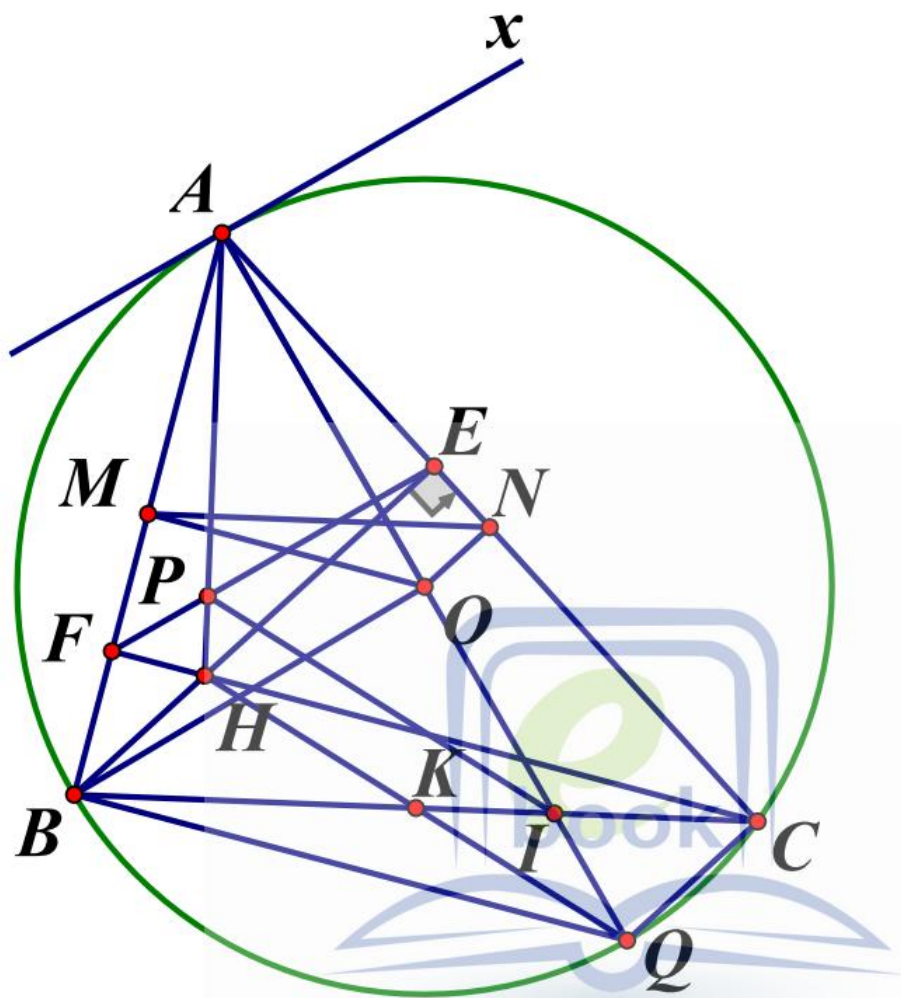
$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(ktm) \\ m = 3(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 3$ là giá trị thỏa mãn đề bài



Bài 4.



1) Ta có $BEC = BFC = 90^\circ$ (gt) \Rightarrow Tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

Vậy bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) tại A , ta có $Ax \perp OA$

Ta có: $\angle xAE = \angle ABC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn AC)

Mà $\angle ABC = \angle AEF$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

$\Rightarrow \angle xAE = \angle AEF$, mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow EF \parallel Ax \Rightarrow EF \perp OA$

3) Ta đã chứng minh được $\angle DAF = \angle GAN$ hay $\angle IAB = \angle PAE$

Lại có: $\angle AEF = \angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

$\Rightarrow \triangle APE \sim \triangle AIB$ (g.g)

Kéo dài AI cắt (O) tại Q $\Rightarrow AQ$ là đường kính của (O)

Nối BQ, CQ ta có: $ABQ = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AB \perp BQ$

Mà $CH \perp AB \Rightarrow CH \parallel BQ$

Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được: $BH \parallel CQ$

Suy ra $BHCQ$ là hình bình hành mà K là trung điểm của BC (gt)

$\Rightarrow K$ cũng là trung điểm của HQ nên H, K, Q thẳng hàng

Ta có: $\triangle APE \sim \triangle AIB$ (cmt) $\Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AE}{AB}$ (3)

Xét $\triangle AHE$ và $\triangle AQB$ có:

$AEH = ABQ = 90^\circ$; $QAB = EAH$ (cmt) (do $\angle DAF = \angle GAN$)

$\Rightarrow \triangle AHE \sim \triangle AQB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AH}{AQ} = \frac{AE}{AB}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AQ} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AQ} \Rightarrow PI \parallel HQ$ (định lý Talet đảo) (đpcm)

Bài 5.

Ta có: $a^2 + b^2 + ab = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3 - ab$

Ta thấy $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow 3 - ab \geq 2ab \Leftrightarrow ab \leq 1$

Lại có: $(a + b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Leftrightarrow 3 - ab \geq -2ab \Leftrightarrow 3 \geq -ab \Leftrightarrow ab \geq -3$

$\Rightarrow -3 \leq ab \leq 1$

Xét $a^2 + b^2 = 3 - ab$ với $-3 \leq ab \leq 1$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)^2 = (3 - ab)^2$$

$$\Leftrightarrow a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 9 - 6ab + a^2b^2$$

$$\Leftrightarrow a^4 + b^4 = -a^2b^2 - 6ab + 9$$

$$\text{Khi đó: } P = a^4 + b^4 - ab = -a^2b^2 - 6ab + 9 - ab = -(ab)^2 - 7ab + 9 = \frac{85}{4} - \left(ab + \frac{7}{2}\right)^2$$

$$\text{Vì } -3 \leq ab \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{9}{2} \Leftrightarrow \left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{81}{4}$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{85}{4} - \left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \geq \frac{85}{4} - \frac{81}{4} = 1 \Leftrightarrow P \geq 1$$

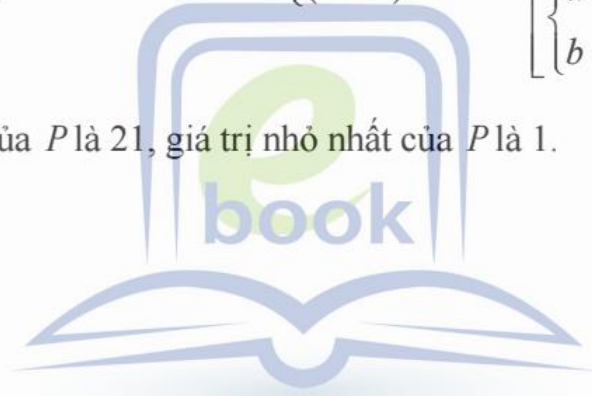
$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } ab = 1 \text{ và } a^2 + b^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1, b = 1 \\ a = -1, b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta lại có: } P = -(ab)^2 - 7ab + 9 = (ab + 3)(-ab - 4) + 21$$

$$\text{Mà } -3 \leq ab \leq 1 \text{ nên } \begin{cases} ab + 3 \geq 0 \\ -ab - 4 < 0 \end{cases} \text{ nên } (ab + 3)(-ab - 4) + 21$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} ab = -3 \\ a^2 + b^2 + ab = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = -3 \\ (a + b)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = -\sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 21, giá trị nhỏ nhất của P là 1.



Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{50} - \sqrt{18}$

b) $B = \left(\frac{2}{a^2 + a} - \frac{2}{a + 1} \right) : \frac{1 - a}{a^2 + 2a + 1} \quad (a \neq 0, a \neq \pm 1)$

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Tìm các giá trị của a và b để đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(2;8)$

b) Cho phương trình $x^2 - 6x + m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 - 1)(x_2^2 - 5x_2 + m - 4) = 2$$

Câu 3. (1,5 điểm) Một đội xe vận tải được phân công chở 112 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự tính. Tính số xe ban đầu của đội xe, biết rằng mỗi xe đều chở khối lượng hàng như nhau.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn đó. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm). Đường thẳng (d) thay đổi đi qua M , không đi qua O và luôn cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt C và D (C nằm giữa M và D)

a) Chứng minh $AMBO$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $MC \cdot MD = MA^2$

c) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác OCD luôn đi qua điểm cố định khác O .

Câu 5. (1,0 điểm) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn: $a + b + 3ab = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{6ab}{a+b} - a^2 - b^2$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) A = \sqrt{50} - \sqrt{18} = \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$b) B = \left(\frac{2}{a^2 + a} - \frac{2}{a + 1} \right) : \frac{1 - a}{a^2 + 2a + 1} \quad (a \neq 0; a \neq \pm 1)$$
$$= \frac{2 - 2a}{a(a + 1)} \cdot \frac{(a + 1)^2}{1 - a} = \frac{2(1 - a)(a + 1)}{a(1 - a)} = \frac{2a + 2}{a}$$

Câu 2.

$$a) \text{ Vì } M(1; 5); N(2; 8) \in (d): y = ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a = 3, b = 2$$

$$b) x^2 - 6x + m - 3 = 0 \text{ có } \Delta' = (-3)^2 - (m - 3) = 12 - m$$

$$\text{Đề phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 12$$

$$\text{Áp dụng định lý Viet } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$(x_1 - 1)(x_2^2 - 5x_2 + m - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2^2 - 6x_2 + m - 3 + x_2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(0 + x_2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 - 6 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 8(tm)$$

$$\text{Vậy } m = 8$$

Câu 3.

Gọi số xe ban đầu của đội là x (xe) ($x > 2$)

Theo kế hoạch mỗi xe phải chở số hàng $\frac{144}{x}$ (tấn hàng)

Do có 2 xe đi làm nhiệm vụ nên số xe thực tế là $x - 2$ xe

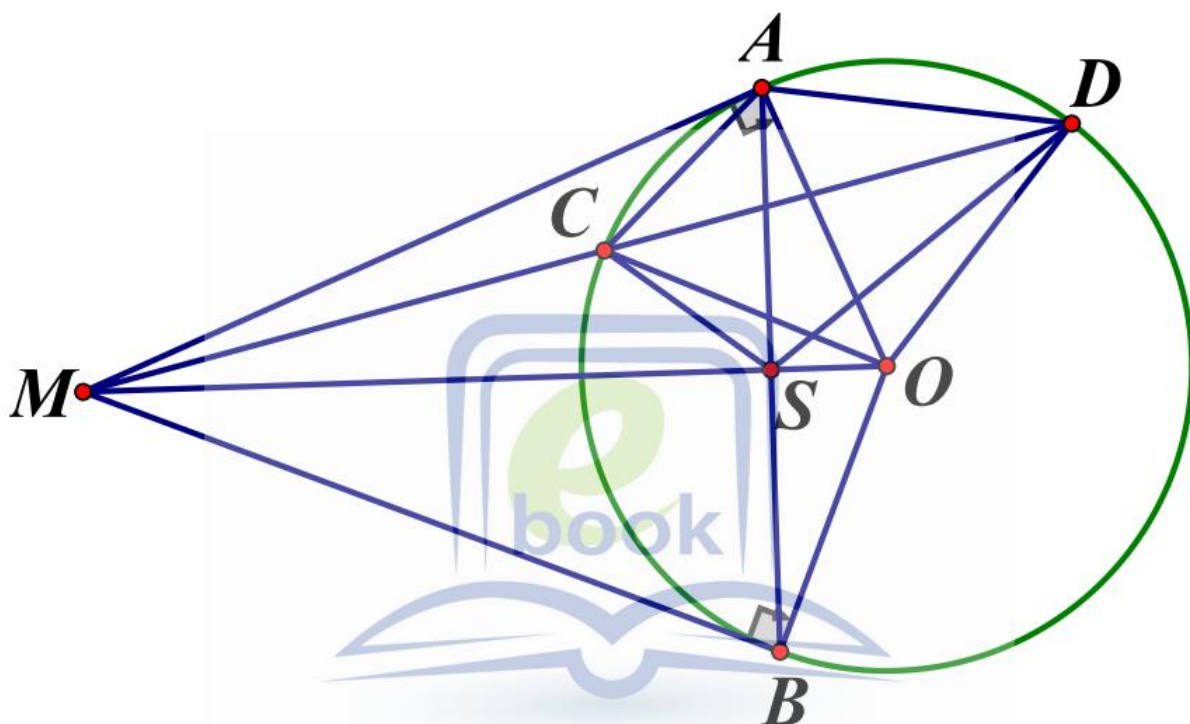
Nên mỗi xe thực tế phải chở số hàng: $\frac{144}{x - 2}$ (tấn hàng)

Theo đề ta có phương trình:

$$\frac{144}{x-2} - \frac{144}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 288 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -16(ktm) \\ x = 18(tm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu đội có 18 xe

Câu 4.



a) Tứ giác $AMBO$ có: $MAO = MBO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

suy ra $MAO + MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác $AMBO$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ có: M chung; $A = D$ (cùng chắn AC)

$$\Rightarrow \triangle MCA \sim \triangle MAD (g.g) \Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow MC \cdot MD = MA^2 (đpcm)$$

c) Gọi S là giao điểm của AB và MO

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle MAO$ vuông ta có $MA^2 = MS \cdot MO$

Mà $MA^2 = MC \cdot MD$ (cmt) $\Rightarrow MS \cdot MO = MC \cdot MD \Rightarrow \frac{MC}{MS} = \frac{MO}{MD}$, lại có M chung

$\Rightarrow \triangle MCS \sim \triangle MOD$ (cgc) $\Rightarrow MCS = MOD$, mà hai góc này ở vị trí góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện $\Rightarrow CSOD$ là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow Đường tròn ngoại tiếp ΔOCD đi qua điểm S cố định

Câu 5.

Theo đề bài ta có: $a + b + 3ab = 1 \Leftrightarrow 3ab = 1 - (a + b) \Leftrightarrow ab = \frac{1 - (a + b)}{3}$

Áp dụng BĐT Cosi ta có: $ab \leq \frac{(a + b)^2}{4}$

$$\Rightarrow \frac{1 - (a + b)}{3} \leq \frac{(a + b)^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4(a + b) \leq 3(a + b)^2$$

$$\Leftrightarrow 3(a + b)^2 + 4(a + b) - 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3(a + b)^2 + 6(a + b) - 2(a + b) - 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3(a + b)^2 + 6(a + b) - 2(a + b + 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3(a + b)(a + b + 2) - 2(a + b + 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a + b + 2)[3(a + b) - 2] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3(a + b) - 2 \geq 0 \text{ (do } a + b + 2 > 0 \forall a, b > 0)$$

$$\Leftrightarrow a + b \geq \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow P = \frac{6ab}{a + b} - (a^2 + b^2) = \frac{2 - 2(a + b)}{a + b} - (a^2 + b^2)$$

$$\leq \frac{2}{a + b} - 2 - \frac{(a + b)^2}{2} \leq \frac{2}{\frac{2}{3}} - 2 - \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{2} = \frac{7}{9}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } \text{Max} P = \frac{7}{9} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3}$$

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 - 4x + 9} = 3$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2y - x = 0 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

- 1) Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x - 5$ và $(d_2): y = 4x - m$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành Ox
- 2) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{2x}{9 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 3\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ (với $x > 0, x \neq 9, x \neq 25$)

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 360 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đã may nhiều hơn 4 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?
- 2) Cho phương trình: $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm các giá trị của m sao cho $|x_1| - |x_2| = 5$ và $x_1 < x_2$

Câu 4. (3,0 điểm)

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AO chứa điểm B vẽ cát tuyến AMN với đường tròn (O) ($AM < AN$, MN không đi qua O). Gọi I là trung điểm của MN

- 1) Chứng minh: Tứ giác $AIOC$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Gọi H là giao điểm của AO và BC . Chứng minh $AH \cdot AO = AM \cdot AN$ và tứ giác $MNOH$ là tứ giác nội tiếp
- 3) Qua M kẻ đường thẳng song song với BN , cắt AB và BC theo thứ tự tại E và F . Chứng minh rằng M là trung điểm của EF .

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a + b + c = 2019$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) \sqrt{4x^2 - 4x + 9} = 3 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 9 = 9$$

$$\Leftrightarrow 4x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 1\}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 5 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

Câu 2.

1) Do $2 \neq 4$ nên (d_1) và (d_2) luôn cắt nhau.

Giao điểm của (d_1) với trục Ox là điểm $M\left(\frac{5}{2}; 0\right)$

Giao điểm của (d_2) với trục Ox là điểm $N\left(\frac{m}{4}; 0\right)$

Để (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục Ox thì $\frac{m}{4} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow m = 10$

Vậy $m = 10$ thỏa mãn đề bài.

$$2) P = \left[\frac{\sqrt{x}(3 - \sqrt{x}) + 2x}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \right] : \left[\frac{\sqrt{x} - 1 - 2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} \right]$$

$$= \frac{3\sqrt{x} + x}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} : \frac{5 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{5 - \sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x} - 5}$$

Vậy $P = \frac{x}{\sqrt{x} - 5}$ với $x > 0, x \neq 9, x \neq 25$

Câu 3.

1) Gọi x là số bộ quần áo mà xưởng may phải may trong một ngày theo kế hoạch ($0 < x < 360, x \in \mathbb{N}$)

Suy ra số ngày mà xưởng may phải hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{360}{x}$ (ngày)

Số bộ quần áo mà xưởng thực tế đã may trong một ngày là $x + 4$ (bộ)

Số ngày thực tế mà xưởng may đã hoàn thành là $\frac{360}{x + 4}$ (ngày)

Theo bài ta có phương trình: $\frac{360}{x + 4} + 1 = \frac{360}{x}$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 1440 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36(tm) \\ x = -40(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày xưởng phải may 36 bộ quần áo

2. Xét phương trình $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ có

$$\Delta = [-(2m + 1)]^2 - 4 \cdot (-3) = (2m + 1)^2 + 12 > 0$$

$\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

Vì $x_1 x_2 = -3 < 0$ nên x_1, x_2 trái dấu nhau mà $x_1 < x_2$ nên $x_1 < 0$ & $x_2 > 0$

Khi đó ta có $|x_1| - |x_2| = 5 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 5 \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = 5 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -5$

$$\Leftrightarrow 2m + 1 = -5 \Leftrightarrow m = -3$$

Vậy $m = -3$ thỏa mãn đề bài.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH.AO = AM.AN$

+ Vì $AH.AO = AM.AN \Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{AM}{AO}$ và $\angle A$ chung

$\Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle AON$ (c.g.c) $\Rightarrow AHM = ANO$

Mà $AHM + MHO = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow ANO + MHO = 180^\circ$

Hay $MNO + MHO = 180^\circ$

Xét tứ giác $MNOH$ có $MNO + MHO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác $MNOH$ là tứ giác nội tiếp.

3) Gọi Hx là tia đối của tia HN

Vì tứ giác $MNOH$ nội tiếp $\Rightarrow \angle NHO = \angle NMO$

Mà $\angle NMO = \angle MNO$ (do $\triangle MNO$ cân tại O) $\Rightarrow \angle NHO = \angle MNO$

Do $AHM = ANO$ (cmt) hay $AHM = MNO \Rightarrow AHM = NHO$

Vì $AHM + MHB = 90^\circ$ và $NHO + NHB = 90^\circ \Rightarrow MHB = NHB$

$\Rightarrow HB$ là tia phân giác của $\angle MHN$

Gọi BC cắt AN tại $D \Rightarrow HD$ là tia phân giác của $\angle MHN$

Vì $\angle NHO = \angle AHx$ (đối đỉnh) và $AHM = NHO \Rightarrow AHM = AHx$

$\Rightarrow HA$ là tia phân giác của $\angle MHx$

Xét $\triangle MHN$ có HD là đường phân giác trong tại đỉnh $H \Rightarrow \frac{HM}{HN} = \frac{DM}{DN}$ (3)

Xét $\triangle MHN$ có HA là đường phân giác ngoài tại đỉnh $H \Rightarrow \frac{HM}{HN} = \frac{AM}{AN}$ (4)

Từ (3) (4) $\Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{AM}{AN}$

Ta có: $EM \parallel BN \Rightarrow \frac{EM}{BN} = \frac{AM}{AN}$

Ta có: $BN \parallel MF \Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{MF}{BN}$

Mà $\frac{DM}{DN} = \frac{AM}{AN} \Rightarrow \frac{EM}{BN} = \frac{MF}{BN} \Rightarrow ME = MF \Rightarrow M$ là trung điểm của EF

Câu 5.

Ta có:

$$4(2a^2 + ab + 2b^2) = 5(a^2 + 2ab + b^2) + 3(a^2 - 2ab + b^2) \\ = 5(a^2 + b^2) + 3(a - b)^2 \geq 5(a + b)^2, \text{ do } (a - b)^2 \geq 0$$

Vì a, b dương nên:

$$2\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq 5(a + b) \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a + b) \quad (1)$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$

Chứng minh tương tự để có:

$$\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b + c) \quad (2), \text{ Dấu "=" xảy ra khi } b = c$$

$$\text{Và } \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c + a) \quad (3), \text{ Dấu "=" xảy ra khi } c = a$$

Cộng vế theo vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được:

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 2(a + b + c) = 2019\sqrt{5}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a + b + c = 2019 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 673$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 2019\sqrt{5} \Leftrightarrow a = b = c = 673$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức :

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5}$$

$$B = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3}$$

a) Rút gọn các biểu thức A, B

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức B bằng giá trị biểu thức A

Bài 2. (1,5 điểm) a) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số

$y = (m + 4)x + 1$ và $y = x + m^2 + 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$$

Bài 3. (2,5 điểm) 1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (x là ẩn số, m : tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$

2. Bài toán có nội dung thực tế: Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $2m$ thì diện tích thửa ruộng đó tăng thêm $30m^2$; và nếu chiều rộng giảm đi $2m$, chiều dài tăng thêm $5m$ thì diện tích thửa ruộng giảm đi $20m^2$. Tính diện tích thửa ruộng trên.

Bài 4. (3,5 điểm) 1. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AD, AE (D, E là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ABC của đường tròn (O) sao cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C ; tia AC nằm giữa hai tia AD và AO . Từ điểm O kẻ $OI \perp AC$ tại I

a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh IA là tia phân giác của DIE và $AB \cdot AC = AD^2$

c) Gọi K và F lần lượt là giao điểm của ED với AC và OI . Qua điểm D vẽ đường thẳng song song với IE cắt OF và AC lần lượt tại H và P . Chứng minh D là trung điểm của HP .

2. Một hình trụ có diện tích xung quanh $140\pi (cm^2)$ và chiều cao $h = 7 (cm)$.

Tính thể tích của hình trụ đó

Bài 5. (1,0 điểm)

a) Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh: $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$

b) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức:
$$A = \frac{ab}{a + 3b + 2c} + \frac{bc}{b + 3c + 2a} + \frac{ca}{c + 3a + 2b}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Rút gọn

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} \\ = 2\sqrt{5} : \sqrt{5} = 2$$

$$B = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-9}{\sqrt{x}+3} \quad (x > 0) \\ = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} \\ = \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 3 = 2\sqrt{x} - 1$$

b) Với $x > 0$ ta có $B = A$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x} - 1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9}{4} (tm)$$

Vậy với $x = \frac{9}{4}$ thì giá trị biểu thức $B = A$

Bài 2.

a) Để đường thẳng $y = (m+4)x + 11$ và $y = x + m^2 + 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung

$$\Rightarrow \begin{cases} a \neq a' \\ b = b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 \neq 1 \\ 11 = m^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m = 3(tm) \\ m = -3(ktm) \end{cases}$$

Vậy với $m = 3$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases} \quad (\text{ĐK } y \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ 4x + \frac{2}{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \frac{7}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y+1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 0(tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 0\right)$

Bài 3.

1. Xét phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1)

a) Với $m = 1$ thay vào (1) $\Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy với $m = 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $x = 0$ hoặc $x = 2$

b) Xét phương trình (1) ta có

$$\Delta = (-2m)^2 - 4(4m - 4) = 4m^2 - 16m + 16 = (2m - 4)^2 \geq 0 \forall m$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 2m - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Áp dụng hệ thức Viet ta được: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 4m - 4 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = 12$$

$$\Rightarrow (2m)^2 - (4m - 4) = 12$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)(m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(tm) \\ m = 2(ktm) \end{cases}$$

Vậy với $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$$

2. Gọi chiều dài của thửa ruộng là $x(m)$ ($x > 2$)

Chiều rộng của thửa ruộng là $y(m)$ ($y > 2$)

Diện tích của thửa ruộng là $xy(m^2)$

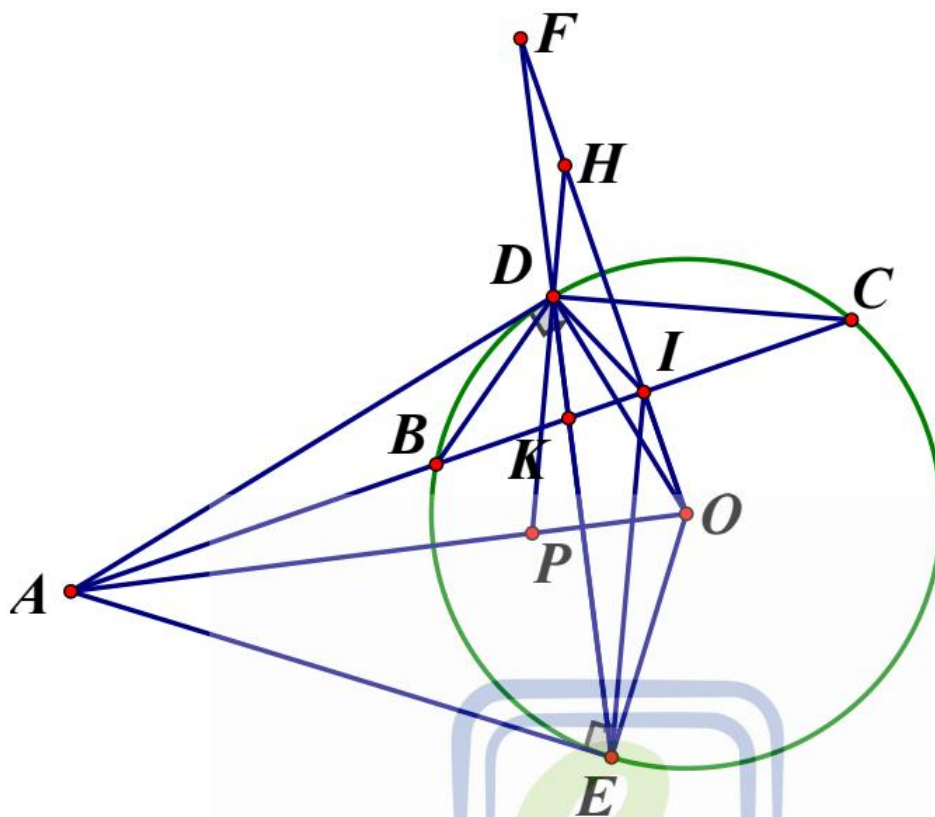
Theo đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (x - 2)(y + 2) = xy + 30 \\ (x + 5)(y - 2) = xy - 20 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 34 \\ -2x + 5y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ y = 8(tm) \end{cases}$$

Vậy thửa ruộng có chiều dài $25m$, chiều rộng là $8m$

Diện tích thửa ruộng là $25.8 = 200(m^2)$

Bài 4.



1) a) Xét (O) ta có:

$$ADO = 90^\circ \text{ (} AD \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{)}$$

$$AIO = 90^\circ \text{ (} OI \perp AC \text{)}$$

$$AEO = 90^\circ \text{ (} AE \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{)}$$

\Rightarrow 5 điểm A, D, I, E, O cùng nằm trên đường tròn đường kính AO

b) Xét đường tròn đường kính AO

Ta có: $AID = AED$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AD)

$$AIE = ADE \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } AE \text{)}$$

Mà $AED = ADE$ ($\triangle ADE$ cân tại A do $AD = AE$ là hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow AID = AIE \Rightarrow IA \text{ là tia phân giác của } DIE$$

*) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ADC$ có:

$\angle DAC$ chung; $\angle ADB = \angle ACD$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn BD)

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ADC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB.AC = AD^2 (dfcm)$$

$$\text{c) Ta có: } PD \parallel IE (gt) \Rightarrow \frac{DP}{IE} = \frac{DK}{KE} \text{ (hệ quả Ta let) (1)}$$

Vì IA là tia phân giác DIE (cmt) $\Rightarrow IK$ là tia phân giác $\triangle DIE$

$$\Rightarrow \frac{DK}{KE} = \frac{ID}{IE} \text{ (tính chất tia phân giác) (2)}$$

$$\text{Mà } IF \perp IA (OI \perp AC) \Rightarrow IF \text{ là đường phân giác ngoài } \triangle DIE \Rightarrow \frac{FD}{FE} = \frac{ID}{IE} \text{ (3)}$$

$$\text{Xét } \triangle FEI \text{ có } DH \parallel IE (gt) \Rightarrow \frac{DH}{IE} = \frac{FD}{FE} \text{ (4) (hệ quả Ta let)}$$

$$\text{Từ (2), (3), (4)} \Rightarrow \frac{DH}{IE} = \frac{DK}{KE} \text{ (5)}$$

$$\text{Từ (1) và (5)} \Rightarrow \frac{DP}{IE} = \frac{DH}{IE} \text{ hay } DP = DH$$

Vậy D là trung điểm của HP (đpcm)

Bài 4.2

Diện tích xung quanh hình trụ là $140\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = 140\pi \Leftrightarrow 2\pi R \cdot 7 = 140\pi \Leftrightarrow R = 10 \text{ (cm)}$$

$$\text{Thể tích hình trụ là } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 7 = 700\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



Bài 5.

a) Ta có: $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$

$$= 1 + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + 1 + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + 1$$

$$= \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y}\right) + 3$$

Áp dụng bất Cô si cho các số $x, y, z > 0$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 2$$

$$\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \geq 2 \quad \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \geq 2$$

Suy ra $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geq 2+2+2+3=9(dfcm)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z>0$

b) Áp dụng câu a $\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$

Ta có: $\frac{ab}{a+3b+2c} = \frac{ab}{(a+c)+(b+c)+2b} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{ab}{a+c} + \frac{ab}{b+c} + \frac{a}{2}\right)$

Tương tự:

$$\frac{bc}{2a+b+3c} = \frac{bc}{(a+b)+(a+c)+2c} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{bc}{a+b} + \frac{bc}{a+c} + \frac{b}{2}\right)$$

$$\frac{ac}{3a+2b+c} = \frac{ac}{(a+b)+(b+c)+2a} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{ac}{a+b} + \frac{ac}{b+c} + \frac{c}{2}\right)$$

Suy ra

$$A \leq \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{ac+bc}{a+b} + \frac{ab+ac}{b+c} + \frac{ab+bc}{a+c} \right) = \frac{a+b+c}{6} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow A \leq 1$$

Vậy $Max A = 1 \Leftrightarrow a=b=c=2$

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Điều kiện để hàm số $y = (-m + 3)x - 3$ đồng biến trên \mathbb{R} là:

- A. $m = 3$ B. $m < 3$ C. $m > 3$ D. $m \neq 3$

Câu 2. Cho hàm số $y = -3x^2$. Kết luận nào đúng

- A. $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số
B. $y = 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số
C. Không xác định được giá trị lớn nhất của hàm số
D. Xác định được giá trị nhỏ nhất của hàm số trên

Câu 3. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{2019 - \frac{2019}{x}}$ là:

- A. $x \neq 0$ B. $x \geq 1$ C. $x \geq 1$ hoặc $x < 0$ D. $0 < x \leq 1$

Câu 4. Cho phương trình $x - 2y = 2(1)$. Phương trình nào sau đây kết hợp với (1) để được hệ phương trình vô số nghiệm

- A. $2x - 3y = 3$ B. $2x - 4y = -4$ C. $-\frac{1}{2}x + y = -1$ D. $\frac{1}{2}x - y = -1$

Câu 5. Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} - \sqrt{5}$ có kết quả là:

- A. $3 + 2\sqrt{5}$ B. $3 - 2\sqrt{5}$ C. $2 - 3\sqrt{5}$ D. -3

Câu 6. Cho hai phương trình: $x^2 - 2x + a = 0$ và $x^2 + x + 2a = 0$. Để hai phương trình cùng vô số nghiệm thì:

- A. $a > 1$ B. $a < 1$ C. $a > \frac{1}{8}$ D. $a < \frac{1}{8}$

Câu 7. Cho đường tròn $(O;R)$ và một dây cung $AB=R$. Khi đó số đo cung nhỏ AB là

- A. 60^0 B. 120^0 C. 150^0 D. 100^0

Câu 8. Đường tròn là hình

- A. Không có trục đối xứng C. Có 1 trục đối xứng
B. Có 2 trục đối xứng D. Có vô số trục đối xứng

Câu 9. Cho phương trình $x^2 - x - 4 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 , biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị

- A. $A=28$ B. $A=-13$ C. $A=13$ D. $A=18$

Câu 10. Thể tích hình cầu thay đổi như thế nào nếu bán kính tăng 2 lần

- A. Tăng gấp 16 lần C. Tăng gấp 4 lần
B. Tăng gấp 8 lần D. Tăng gấp 2 lần

Câu 11. Diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh a là:

- A. πa^2 B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $3\pi a^2$ D. $\frac{\pi a^2}{3}$

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi đó khẳng định đúng là :

- A. $\frac{AB}{AC} = \frac{\cos C}{\cos B}$ B. $\sin B = \cos C$ C. $\sin B = \tan C$ D. $\tan B = \cos C$

PHẦN II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Câu 1. (1,0 điểm)

VectorStock®

VectorStock.com/14523839

Rút gọn biểu thức sau : $A = \frac{4 + \sqrt{8} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Câu 2. (1,5 điểm)

Không sử dụng máy tính cầm tay, giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $5x^2 + 13x - 6 = 0$

b) $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$

c) $\begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$

Câu 3. (1,5 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ parabol $y = \frac{1}{2}x^2$
- b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = (m-1)x + \frac{1}{2}m^2 + m$ đi qua điểm $M(1; -1)$

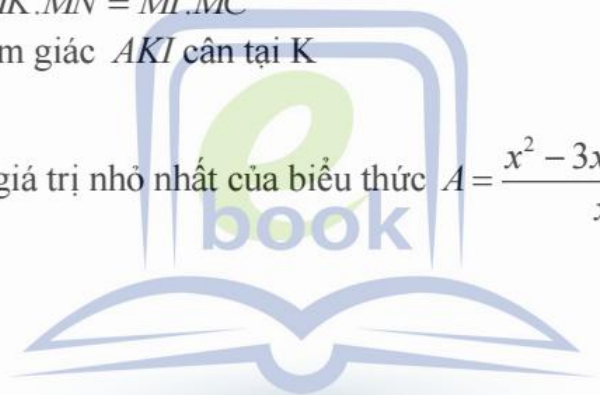
Câu 4. (2,5 điểm)

Cho đường tròn tâm (O) với dây AB cố định không phải đường kính. Gọi C là điểm thuộc cung lớn AB sao cho tam giác ABC nhọn. M, N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và AC . Gọi I là giao điểm BN và CM , dây MN cắt AB và AC lần lượt tại H và K

- a) Chứng minh tứ giác $BMHI$ nội tiếp
- b) Chứng minh $MK \cdot MN = MI \cdot MC$
- c) Chứng minh tam giác AKI cân tại K

Câu 5.

Với $x \neq 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x^2 - 3x + 2019}{x^2}$



ĐÁP ÁN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

1B 2A 3C 4C 5B 6A 7A 8D 9C 10B 11D 12B

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1.

$$\begin{aligned} A &= \frac{4 + \sqrt{8} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{4 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{4 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2.3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{4 + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2.3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) + (2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2.3})}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2} \cdot (2 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 2.

a) $5x^2 + 13x - 5 = 0$

$$\Delta = 13^2 + 4.5.6 = 289 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{289} = 17$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-13+17}{2.5} = \frac{2}{5} \\ x_2 = \frac{-13-17}{2.5} = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ -3; \frac{2}{5} \right\}$

b) $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, khi đó ta có phương trình

$$\begin{aligned}
 t^2 + 2t - 15 = 0 &\Leftrightarrow t^2 + 5t - 3t - 15 = 0 \\
 &\Leftrightarrow t(t+5) - 3(t+5) = 0 \Leftrightarrow (t-3)(t+5) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3(tm) \\ t = -5(ktm) \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{\pm\sqrt{3}\}$

$$c) \begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ 10x + 4y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x, y) = (3; -2)$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị parabol

b) Ta có điểm $M(1; -1) \in (d): y = (m-1)x + \frac{1}{2}m^2 + m$, thay vào ta được

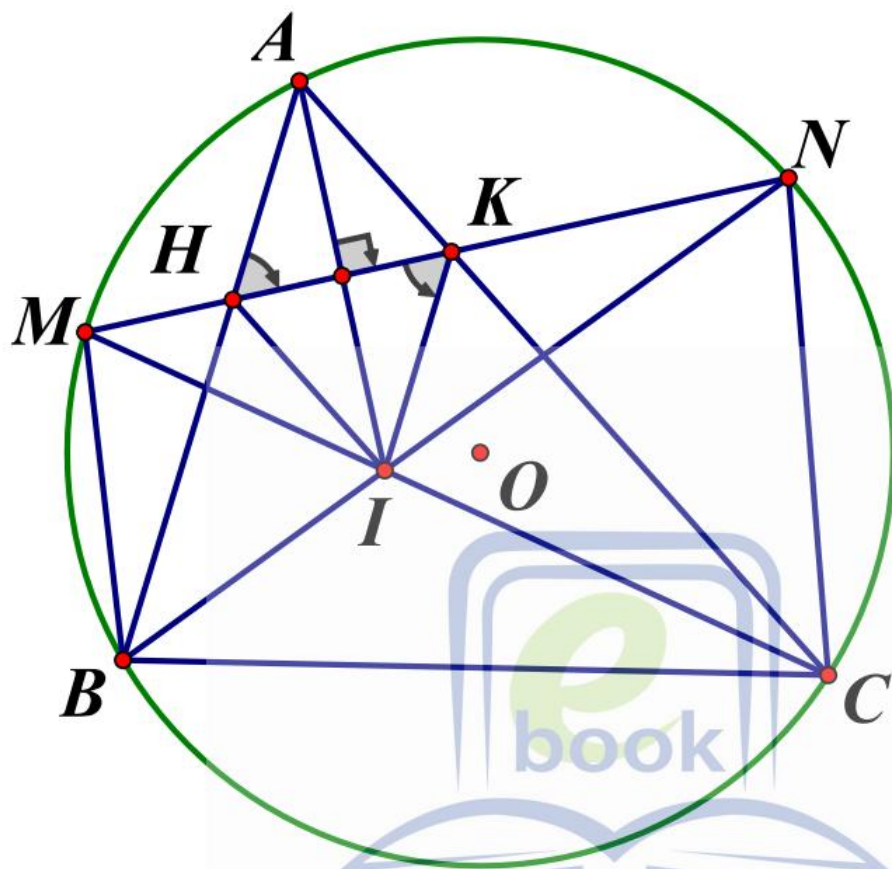
$$-1 = (m-1) \cdot 1 + \frac{1}{2}m^2 + m \Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + m - 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m(m+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$$

Vậy $m = 0, m = -4$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4.



a) Ta có: $\angle ABN = \angle NMC$ (trong 1 đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

$\Rightarrow \angle HBI = \angle HMI \Rightarrow$ Tứ giác $BMHI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

b) Ta có $\angle MNB = \angle ACM$ (hai góc chắn hai cung bằng nhau) $\Rightarrow \angle MNI = \angle MCK$

Xét $\triangle MIN$ và $\triangle MKC$ có: $\angle MNI = \angle MCK$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle MIN \sim \triangle MKC (g.g) \Rightarrow \frac{MI}{MN} = \frac{MK}{MC} \Rightarrow MK \cdot MN = MI \cdot MC (dfcm)$$

c) Ta có: $\angle MNI = \angle MCK$ (cmt) \Rightarrow Tứ giác $NCIK$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \angle HKI = \angle NCI = \angle NCM$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Ta có: $\angle NMC = \frac{sđ MN}{2}$ (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn)

$$\widehat{AHN} = \frac{sd AN + sd BM}{2} = \frac{sd AN + sd AM}{2} = \frac{sd MN}{2} \text{ (góc có đỉnh bên ngoài đường tròn)}$$

$$\Rightarrow \widehat{NCM} = \widehat{AHK} \Rightarrow \widehat{HKI} = \widehat{AHK}$$

Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow AH // KI$

Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có $\widehat{AKH} = \widehat{KHI} \Rightarrow AK // HI$

Xét tứ giác $AHIK$ có: $\begin{cases} AH // KI \\ AK // HI \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $AHIK$ là hình bình hành (1)

Tứ giác $BMHI$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{MIB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn MB)

Tứ giác $NCIK$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NKC} = \widehat{KIC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn NC)

Mà $\widehat{MIB} = \widehat{NIC}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{NKI}$

$\widehat{AHK} = \widehat{AKH}$ ($\widehat{MHB} = \widehat{AHK}$, $\widehat{NKC} = \widehat{AKH}$ đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta AHK$ cân tại $H \Rightarrow AH = AK$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AHIK$ là hình thoi $\Rightarrow KA = KI$

Vậy tam giác AKI cân tại K (đpcm)

Câu 5.

Điều kiện $x \neq 0$

$$\text{Ta có } A = \frac{x^2 - 3x + 2019}{x^2} = 1 - \frac{3}{x} + \frac{2019}{x^2}$$

Đặt $t = \frac{1}{x}$ ($t \neq 0$), khi đó ta có:

$$A = 1 - 3t + 2019t^2 = 2019 \left(t^2 - \frac{1}{673}t \right) + 1$$

$$= 2019 \left[t^2 - 2t \cdot \frac{1}{1346} + \left(\frac{1}{1346} \right)^2 \right] - 2019 \cdot \left(\frac{1}{1346} \right)^2 + 1$$

$$= 2019 \left(t - \frac{1}{1346} \right)^2 + \frac{2689}{2692}$$

Ta có:

$$\left(t - \frac{3}{4038}\right)^2 \geq 0 \forall t \Leftrightarrow 2019 \cdot \left(t - \frac{3}{4038}\right)^2 \geq 0 \forall t$$

$$\Leftrightarrow \left(t - \frac{3}{4038}\right)^2 + \frac{2689}{2692} \geq \frac{2689}{2692} \forall t$$

$$\Rightarrow A \geq \frac{2689}{2692} \forall t$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow t = \frac{1}{1346} (tm)$$

$$\text{Vậy } \min A = \frac{2689}{2692} \text{ đạt được khi } t = \frac{1}{1346} \Leftrightarrow x = 1346(tm)$$



SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ
NĂM HỌC 2019-2020**

**ĐỀ THI MÔN TOÁN
(DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH)**

Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2019

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể giao đề)

(Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu)

Câu 1. (2,0 điểm)

1) a) Tìm x biết $4x + 2 = 0$

b) Rút gọn: $A = (\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3) + 6$

2) Cho đường thẳng $(d): y = 2x - 2$

a) Vẽ đường thẳng (d) trong hệ trục tọa độ Oxy

b) Tìm m để đường thẳng $(d'): y = (m - 1)x + 2m$ song song với đường thẳng (d)

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình $2x^2 - 6x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số)

1) Giải phương trình với $m = 2$

2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6$

Câu 3. (2,0 điểm)

Bác Bình dự định trồng 300 cây cam theo nguyên tắc trồng thành các hàng, mỗi hàng có số cây bằng nhau. Nhưng khi thực hiện bác Bình đã trồng thêm 2 hàng, mỗi hàng thêm 3 cây so với dự kiến ban đầu nên đã trồng được tất cả 391 cây. Tính số cây trên một hàng mà bác Bình dự kiến trồng ban đầu

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB , điểm I nằm giữa hai điểm A và O (I khác A và O). Kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại I , đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại M và N . Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng BM và AN , qua S kẻ đường thẳng song song với MN , đường thẳng này cắt các đường thẳng AB và AM lần lượt tại K và H

1) Chứng minh rằng tứ giác $SKAM$ nội tiếp

2) Chứng minh rằng $SA \cdot SN = SB \cdot SM$

3) Chứng minh rằng KM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

4) Chứng minh rằng 3 điểm H, N, B thẳng hàng

Câu 5. (1,0 điểm) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b = 4ab$

Chứng minh rằng: $\frac{a}{4b^2 + 1} + \frac{b}{4a^2 + 1} \geq \frac{1}{2}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) a) $4x + 2 = 0 \Leftrightarrow 4x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ Vậy $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

b) $A = (\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3) + 6 = 5 - 9 + 6 = 2$

2) a) Học sinh tự vẽ

b) Để $(d')y = (m-1)x + 2m$ song song với $(d) \Rightarrow \begin{cases} m-1=2 \\ 2m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$

Câu 2.

1) Khi $m=2$ ta có phương trình: $2x^2 - 6x - 1 = 0$

$\Delta' = (-3)^2 - 2 \cdot (-1) = 11 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm $\begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{11}}{2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{11}}{2} \end{cases}$

2) $2x^2 - 6x + 2m - 5 = 0(1)$

$\Delta' = (-3)^2 - 2(2m - 5) = 9 - 4m + 10 = 19 - 4m$

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 19 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{19}{4}$

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi-et $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = \frac{2m-5}{2} \end{cases}$

Ta có: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6$

$\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 6 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 6x_1 x_2$

$\Leftrightarrow 3 = 6 \cdot \frac{2m-5}{2} \Leftrightarrow 3 = 3(2m-5) \Leftrightarrow m=3$

Câu 3.

Gọi x là số cây trên 1 hàng ($x \in \mathbb{N}^*, x < 300$) \Rightarrow Số hàng là: $\frac{300}{x}$

Theo đề ta có phương trình:

$$\Leftrightarrow 300 + 2x + \frac{900}{x} + 6 = 391$$

Vậy dự định bác Bình trồng 20 cây/ 1 hàng

Câu 4.



1) Vì $MN \parallel SH$ mà $BI \perp MN \Rightarrow BK \perp SH \Rightarrow SKA = 90^\circ$
 $AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow SMA = 90^\circ$
 Tứ giác $SKAM$ có $K + M = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow SKAM$ là tứ giác nội tiếp.
 2) Ta có: $SNB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle SAM$ và $\triangle SBN$ có S chung; $M = N = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle SAM \sim \triangle SBN (g.g) \Rightarrow \frac{SA}{SM} = \frac{SB}{SN} \Rightarrow SA.SN = SB.SM$$

3) Ta có: $AI \perp MN$ và I là trung điểm MN (đường kính – dây cung)

$$\Rightarrow \triangle AMN \text{ cân tại } A \Rightarrow N_1 = M_1 \quad (1)$$

Mà $N_1 = S_1$ (so le trong) (2), $S_1 = H_1 (= M_1 = N_1 \text{ (so le...trong)})$ (3)

$$H_1 = B_1 \text{ (cùng phụ } KSM) \quad (4) \quad B_1 = M_2 (\triangle MOB \text{ cân}) \quad (5)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4), (5)} \Rightarrow M_1 = M_2$$

Lại có $sd AM = sd AN \Rightarrow M_1 = M_3$ (hai góc cùng chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow M_2 = M_3 \Rightarrow M_2 + OMA = M_3 + OMA \Rightarrow OMK = 90^\circ$$

Mà $M \in (O) \Rightarrow KM$ là tiếp tuyến của (O)

$$4) \text{ Ta có: } ANB = 90^\circ (cmt) \Rightarrow AN \perp NB \text{ hay } SN \perp NB \quad (6)$$

Lại có: $AMB = 90^\circ \Rightarrow HMS = 90^\circ$ (kề bù)

$\Rightarrow \triangle SBH$ có BK, HM là hai đường cao $\Rightarrow A$ là trực tâm $\Rightarrow SN \perp HB$ (7)

Từ (6), (7) $\Rightarrow H, N, B$ thẳng hàng

Câu 5.

$$\text{Ta có: } a + b = 4ab \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4 \geq \frac{4}{a+b}$$

$$\Rightarrow a + b \geq 1 \Rightarrow (a+b)^2 \geq a+b$$

Ta có:

$$\frac{a}{4b^2 + 1} = \frac{a^2}{4ab^2 + a} = \frac{a^2}{b^2 + ab + a}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b}{4a^2 + 1} = \frac{b^2}{4a^2b + b} = \frac{b^2}{a^2 + ab + b}$$

$$\Rightarrow VT \geq \frac{(a+b)^2}{(a+b)^2 + (a+b)} \geq \frac{(a+b)^2}{2(a+b)^2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi : 03 tháng 6 năm 2019

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 4$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$

Bài 3. (0,75 điểm)



Quy tắc sau đây cho ta biết được ngày n , tháng t , năm 2019 là ngày thứ mấy trong tuần
Đề tiên, ta tính giá trị của biểu thức $T = n + H$, ở đây H được xác định bởi bảng sau:

Tháng t	8	2;3;11	6	9;12	4;7	1;10	5
H	-3	-2	-1	0	1	2	3

Sau đó, lấy T chia cho 7 ta được số dư r ($0 \leq r \leq 6$)

Nếu $r = 0$ thì ngày đó là ngày thứ Bảy
Nếu $r = 1$ thì ngày đó là ngày Chủ Nhật
Nếu $r = 2$ thì ngày đó là ngày thứ Hai
Nếu $r = 3$ thì ngày đó là ngày thứ Ba

.....

Nếu $r = 6$ thì ngày đó là ngày thứ Sáu

Ví dụ: Ngày 31/12/2019 có $n = 31, t = 12; H = 0 \Rightarrow T = 31 + 0 = 31$; số 31 chia cho 7 có số dư là 3, nên ngày đó là ngày thứ Ba.

- Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định các ngày 02/09/2019 và 20/11/2019 là thứ mấy?
- Bạn Hằng tổ chức sinh nhật của mình trong tháng 10/2019. Hỏi sinh nhật của bạn Hằng là ngày mấy? Biết rằng ngày sinh nhật của Hằng là một bội số của 3 và là thứ Hai

Bài 4. (0,75 điểm)

Tại bề mặt đại dương, áp suất nước bằng áp suất khí quyển và là 1 atm (atmosphere). Bên dưới mặt nước, áp suất nước tăng thêm 1 atm cho mỗi 10 mét xuống sâu. Biết rằng mối liên hệ giữa áp suất $y(\text{atm})$ và độ sâu $x(\text{m})$ dưới mặt nước là một hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$

a) Xác định các hệ số a và b

b) Một người thợ lặn đang ở độ sâu bao nhiêu nếu người ấy chịu một áp suất $2,85 \text{ atm}$

Bài 5. (1,0 điểm)

Một nhóm gồm 31 bạn học sinh tổ chức một chuyến đi du lịch (chi phí chuyến đi được chia đều cho mỗi bạn tham gia). Sau khi đã họp đồng xong, vào giờ chót có 3 bạn bạn viết đột xuất không đi được nên họ không đóng tiền. Cả nhóm thống nhất mỗi bạn còn lại sẽ đóng thêm 18000 đồng so với dự kiến ban đầu để bù lại cho 3 bạn không tham gia. Hỏi tổng chi phí chuyến đi là bao nhiêu

Bài 6. (1,0 điểm)

Cuối năm học, các bạn lớp 9A chia làm hai nhóm, mỗi nhóm chọn một khu vườn sinh thái ở Bắc bán cầu để tham quan. Khi mở hệ thống định vị GPS, họ phát hiện một sự trùng hợp khá thú vị là hai vị trí mà hai nhóm chọn đều nằm cùng trên một kinh tuyến và lần lượt ở các vĩ tuyến $47^\circ, 72^\circ$

a) Tính khoảng cách (làm tròn đến hàng trăm) giữa hai vị trí đó, biết rằng kinh tuyến là một cung tròn nối liền hai cực của trái đất và có độ dài khoảng 20000 km

b) Tính (làm tròn đến hàng trăm) độ dài bán kính và đường xích đạo của trái đất. Từ kết quả của bán kính (đã làm tròn), hãy tính thể tích của trái đất, biết rằng trái đất có dạng hình cầu và thể tích của hình cầu được

tính theo công thức $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3$ với R là bán kính

hình cầu

Bài 7. (1,0 điểm)

Bạn Dũng trung bình tiêu thụ 15 calo cho mỗi phút bơi và 10 calo cho mỗi phút chạy bộ. Hôm nay, Dũng mất 1,5 giờ cho cả hai hoạt động trên và tiêu thụ hết 1200 calo.

Hỏi hôm nay, bạn Dũng mất bao nhiêu thời gian cho mỗi hoạt động

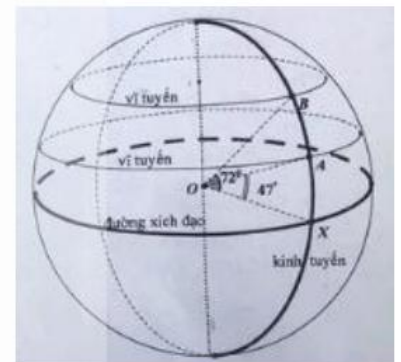
Bài 8. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H . Đường thẳng AH cắt BC và (O) lần lượt tại F và K ($K \neq A$). Gọi L là hình chiếu của D lên AB .

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEDC$ nội tiếp và $BD^2 = BL \cdot BA$

b) Gọi J là giao điểm của KD và (O) , ($J \neq K$). Chứng minh $BJL = BDE$

c) Gọi I là giao điểm của BJ và ED . Chứng minh tứ giác $ALIJ$ nội tiếp và I là trung điểm của ED .



ĐÁP ÁN

Bài 1.

- a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)
b) Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) cho 2 nghiệm 2; -4
Tọa độ giao điểm (P) và (d) là (2; -2); (-4; -8)

Bài 2.

$$\text{Tổng } x_1 + x_2 = \frac{3}{2}; \quad x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2}{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2}{x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1} = \frac{5}{8}$$

Bài 3.

- a) +) Ngày 02/9/2019 có $n=2; t=9; H=0 \Rightarrow T=2+0=2$, 2 chia 7 dư 2 nên đó là ngày thứ Hai
+ Ngày 20/11/2019 có $n=20; t=11; H=-2 \Rightarrow T=20-2=18$; số 18 chia cho 7 dư 4, nên đó là ngày thứ Tư
b) Do bạn Hằng sinh nhật trong tháng 10/2019 nên $t=10, H=2$
Do bạn ấy có sinh nhật là ngày thứ Hai trong tuần nên T chia 7 dư 2, suy ra $T=7k+2$
Ta có $7k+2=n+2 \Rightarrow n=7k$ mà n là bội của 3 nên $n=21$.

Bài 4.

- a) Nếu $x=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow b=1$

$$\text{Nếu } x \text{ tăng } 10 \text{ thì } y \text{ tăng } 1 \text{ suy ra } x=10 \Rightarrow y=2 \Rightarrow a=\frac{1}{10}$$

$$\text{Vậy } y = \frac{1}{10}x + 1$$

- b) $2,85 = \frac{1}{10}x + 1 \Leftrightarrow x = 18,5(m)$

Bài 5.

Số tiền phải đóng bù cho 3 bạn: $(31-3) \cdot 18000 = 504000$ (đồng)

Tổng chi phí cho chuyến đi: $\frac{504000}{3} \cdot 31 = 5208000$ (đồng)

Bài 6.

- a) Khoảng cách giữa hai vị trí đó: $\frac{20000}{180} \cdot (72-47) \approx 2800(km)$

- b) Bán kính của trái đất: $\frac{20000}{3,14} \approx 6400(km)$

Độ dài đường xích đạo: $20000 : 2 = 10000(km)$

$$\text{Thể tích trái đất: } \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6400^2 = 1097509547000(\text{km}^3)$$

Bài 7.

Gọi x, y (phút) lần lượt là thời gian mà Dũng đi bơi và chạy bộ

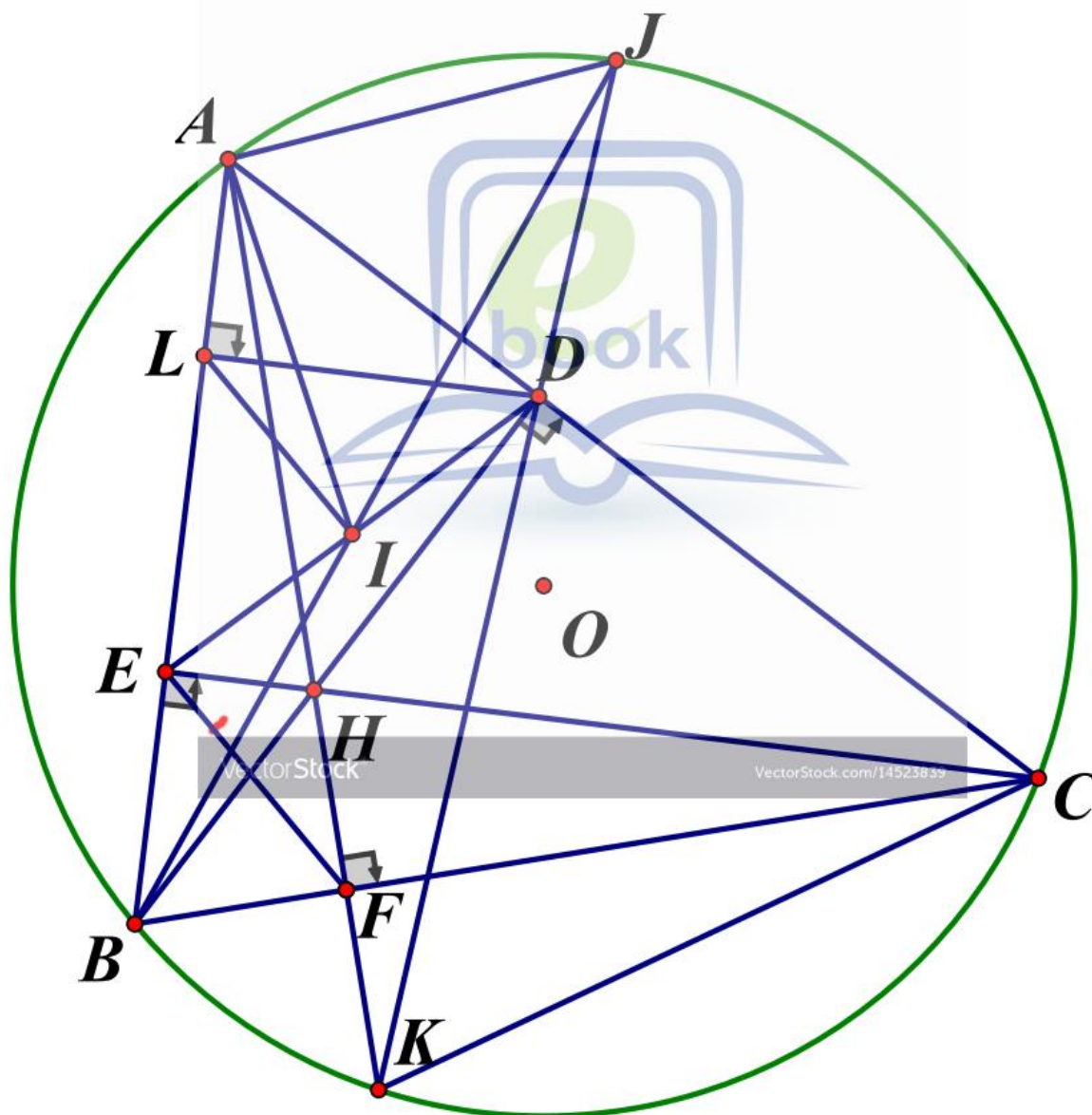
Dũng mất 1,5 giờ cho cả hai hoạt động trên nên $x + y = 90$

Tiêu thụ hết 1200 ca-lo nên $15x + 10y = 1200$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 10y = 1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60(\text{tm}) \\ y = 30(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy Dũng đi bơi mất 60 phút, và chạy bộ mất 30 phút

Bài 8.



a) $\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$ (BD, CE là hai đường cao của tam giác ABC)

\Rightarrow tứ giác $BEDC$ nội tiếp (2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn BC)

Tam giác BDA vuông tại D có DL là đường cao nên $BD^2 = BL.BA$

b) $BJK = BAK$ (cùng chắn BK)

$BAK = BCE$ (cùng phụ ABC)

$BCE = BDE$ (cùng chắn BE)

Vậy $BJK = BDE$

c) Gọi I là giao điểm của BJ và ED

$\triangle BDI \sim \triangle BJD(g.g) \Rightarrow BD^2 = BI.BJ$; $BD^2 = BL.BA$

$\Rightarrow BI.BJ = BL.BA \Rightarrow \triangle BLI \sim \triangle BJA(cgc)$

$\Rightarrow BLI = BJA \Rightarrow ALIJ$ là tứ giác nội tiếp

Chứng minh I là trung điểm của DE

$ELI = BJA = ACB = AED \Rightarrow IE = IL \Rightarrow ILE = IEL$

$DLI = IDL$ (cùng phụ hai góc bằng nhau) $\Rightarrow ID = IL$

Vậy I là trung điểm của ED.



Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{20} - 20\sqrt{\frac{1}{5}}$
- 2) Cho hai đường thẳng $(d): y = (m-2)x + m$ và $(\Delta): y = -4x + 1$
 - a) Tìm m để (d) song song với (Δ)
 - b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(-1;2)$ với mọi m
 - c) Tìm tọa độ điểm B thuộc (Δ) sao cho AB vuông góc với (Δ)

Câu 2. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^4 + 2x^2 + x\sqrt{2x^2 + 4} = 4$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y)^2 = xy + 3y - 1 \\ x+y = \frac{x^2 + y + 1}{1+x^2} \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (1) (m là tham số)

- 1) Giải phương trình khi $m = 2$
- 2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Vẽ các nửa đường tròn đường kính AB và AC sao cho các nửa đường tròn này không có điểm nào nằm trong tam giác ABC . Đường thẳng d đi qua A cắt các nửa đường tròn đường kính AB và AC theo thứ tự ở M và N (khác điểm A). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC .

- 1) Chứng minh tứ giác $BMNC$ là hình thang vuông
- 2) Chứng minh $IM = IN$
- 3) Giả sử đường thẳng d thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện đề bài. Hãy xác định vị trí của đường thẳng d để chu vi tứ giác $BMNC$ lớn nhất.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1)

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{20} - 20\sqrt{\frac{1}{5}} \\ &= 2(\sqrt{5}-2) + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -4 \end{aligned}$$

2)

a) Để đường thẳng $(d): y = (m-2)x + m$ và $(\Delta): y = -4x + 1$ song song thì:

$$\begin{cases} m-2 = -4 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

b) Thay tọa độ điểm $A(-1;2)$ vào phương trình đường thẳng $(d): y = (m-2)x + m$

Ta có: $(m-2) \cdot (-1) + m = 2$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow (d)$ luôn đi qua điểm $A(-1;2)$ với mọi m

c) Phương trình đường thẳng AB vuông góc với (Δ) có hệ số góc là k là:

$$y = k(x+1) + 2 \quad (k \neq 0) \Leftrightarrow y = kx + 2 + k$$

Vì AB vuông góc với (Δ) nên $k \cdot (-4) = -1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$

\Rightarrow phương trình đường thẳng AB là: $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$

Do đó, tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4} \\ y = -4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{17} \\ x = \frac{37}{17} \end{cases}$$

Vậy $B\left(-\frac{5}{17}; \frac{37}{17}\right)$

Câu 2.

1)

$$x^4 + 2x^2 + x\sqrt{2x^2 + 4} = 4 \quad (1) \quad DK : x \in R$$

$$(1) \Leftrightarrow x^2(x^2 + 2) + \sqrt{2} \cdot x \cdot \sqrt{x^2 + 2} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[x\sqrt{(x^2 + 2)} - \sqrt{2} \right] \cdot \left[x\sqrt{(x^2 + 2)} + 2\sqrt{2} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{(x^2 + 2)} = \sqrt{2} \quad (2) \\ x\sqrt{x^2 + 2} = -2\sqrt{2} \quad (3) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow x\sqrt{x^2 + 2} = \sqrt{2} \quad (DK : x > 0)$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 2x^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{-1 + \sqrt{3}}(ktm) \\ x = \sqrt{-1 + \sqrt{3}}(tm) \end{cases} \\ x^2 = -1 - \sqrt{3}(ktm) \end{cases}$$

$$(3) \Leftrightarrow x\sqrt{(x^2 + 2)} = -2\sqrt{2} \quad (x < 0)$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2(tm) \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}(ktm) \\ x = -\sqrt{2}(tm) \end{cases} \\ x^2 = -8(ktm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ -\sqrt{2}; \sqrt{-1 + \sqrt{3}} \right\}$$

$$2) \begin{cases} (x+y)^2 = xy + 3y - 1 \\ x+y = \frac{x^2 + y + 1}{1+x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + xy - 3y + 1 = 0 \\ x+y = 1 + \frac{y}{1+x^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y(x+y-3) = -(x^2+1) \\ x+y-1 = \frac{y}{1+x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y}{x^2+1}(x+y-3) = -1 \\ x+y-3 = \frac{y}{1+x^2} - 2 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \frac{y}{x^2+1} = a, x+y-3 = b$$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} ab = -1 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b(b+2) = -1 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b+1)^2 = 0 \\ a = 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 1 \end{cases}$$

Thay vào ta có:

$$\begin{cases} \frac{y}{x^2+1} = 1 \\ x + y - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = y \\ x + x^2 + 1 - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 1 = 0 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{5-\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{5+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = \left\{ \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{5-\sqrt{5}}{2} \right); \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{5+\sqrt{5}}{2} \right) \right\}$

Câu 3.

Phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0 \quad (1)$

1) Thay $m = 2$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

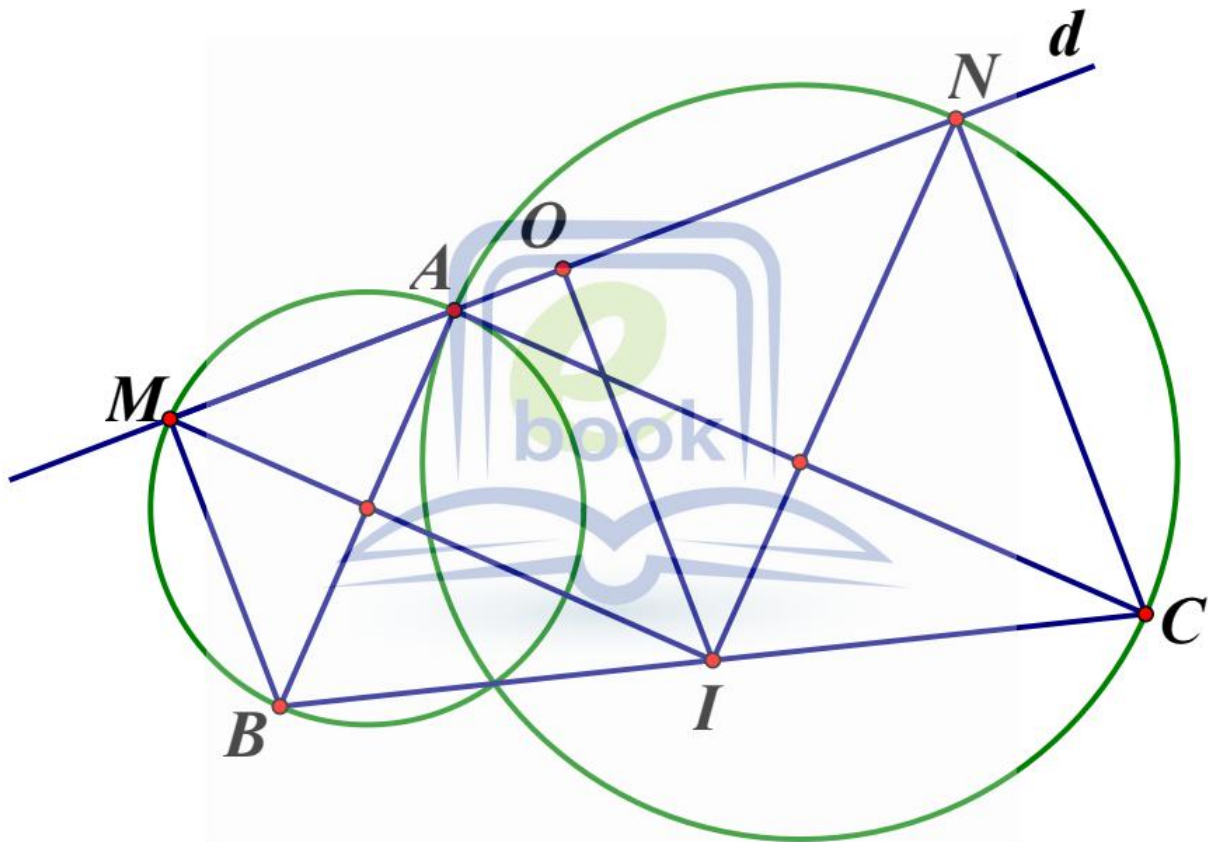
$$2) \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 4) = 2m - 3$$

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$

Khi đó áp dụng Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$

$$\begin{aligned}
x_1^2 + 2(m+1)x_2 &= 3m^2 + 16 \\
\Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 &= 3m^2 + 16 \\
\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 &= 3m^2 + 16 \\
\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - m^2 - 4 &= 3m^2 + 16 \\
\Leftrightarrow 8m - 16 = 0 &\Leftrightarrow m = 2(tm)
\end{aligned}$$

Câu 4.



- a) Xét tứ giác $BCNM$ có:
 BM vuông góc MN , CN vuông góc $MN \Rightarrow BCNM$ là hình thang vuông
- b) Từ I kẻ $IO \perp MN \Rightarrow IO$ là đường trung bình hình thang $BCNM$
 $\Rightarrow O$ là trung điểm $MN \Rightarrow IO$ vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến
 $\Rightarrow \triangle IMN$ cân tại $I \Rightarrow IM = IN$
- c) Chu vi $P = BC + CN + NM + MB$
 $= BC + \sqrt{AC^2 - AN^2} + \sqrt{AB^2 - AM^2} + AN + AM$
- Xét BĐT sau: $a + b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$ với mọi $a, b > 0$
- Suy ra $P \leq BC + \sqrt{2AC^2 - AN^2} + \sqrt{2AB^2 - AM^2} + AN + AM$

$$= BC + AB\sqrt{2} + AC\sqrt{2} = \text{hằng số}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AC = AN\sqrt{2}$ và $AB = AM\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow M$ nằm chính giữa cung AB và N nằm chính giữa cung AC

Câu 5.

$$\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{(x+1)^2}{16} \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{(z+3)^2} + \frac{(z+3)^2}{32} \geq 1 \cdot \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{(y+2)^2}{64} \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P \geq 2 - \left(\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(z+3)^2}{32} + \frac{(y+2)^2}{64} \right) = 2 - Q$$

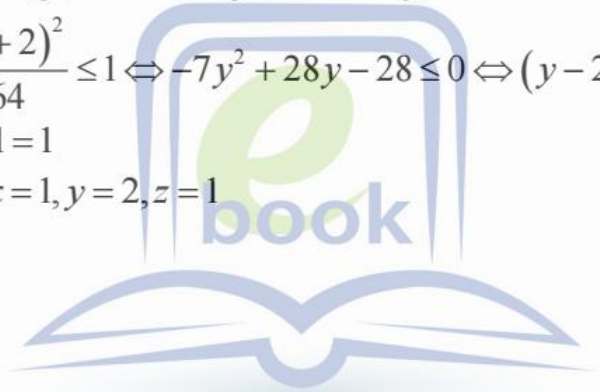
Chứng minh $Q \leq 1$

$$Q \leq \frac{x^2+1}{8} + \frac{z^2+3}{8} + \frac{(y+2)^2}{64} \leq \frac{3y-y^2+4}{8} + \frac{(y+2)^2}{64}$$

$$\text{Mà } \frac{3y-y^2+4}{8} + \frac{(y+2)^2}{64} \leq 1 \Leftrightarrow -7y^2+28y-28 \leq 0 \Leftrightarrow (y-2)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\text{Nên } Q \leq 1 \Rightarrow P \geq 2 - 1 = 1$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow x=1, y=2, z=1$$



Bài 1. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau (không dùng máy tính cầm tay)

a) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

b)
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 5y = -9 \end{cases}$$

Bài 2. (1,0 điểm) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $T(-2; -2)$, parabol (P) có phương trình $y = -8x^2$ và đường thẳng d có phương trình $y = -2x - 6$

a) Điểm T có thuộc đường thẳng d không ?

b) Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P)

Bài 3. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \sqrt{4x} - \sqrt{9x} + 2\frac{x}{\sqrt{x}} (x > 0)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết $x = 6 + 2\sqrt{5}$ (không dùng máy tính cầm tay)

Bài 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH . Vẽ đường tròn (A) bán kính AH. Từ đỉnh B kẻ tiếp tuyến BI với (A) cắt đường thẳng AC tại D (điểm I là tiếp điểm, I và H không trùng nhau).

a) Chứng minh $AHBI$ là tứ giác nội tiếp

b) Cho $AB = 4cm, AC = 3cm$. Tính AI

c) Gọi HK là đường kính của (A). Chứng minh rằng: $BC = BI + DK$

Bài 5. (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $2x^2 - 6x + 3m + 1 = 0$ (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 9$

b) Trung tâm thương mại VC tại thành phố NC có 100 gian hàng. Nếu mỗi gian hàng của Trung tâm thương mại VC cho thuê với giá 100.000.000 đồng (một trăm triệu đồng) một năm thì tất cả các gian hàng đều được thuê hết. Biết rằng, cứ mỗi lần tăng giá 5% tiền thuê mỗi gian hàng một năm thì Trung tâm thương mại VC có thêm 2 gian hàng trống. Hỏi người quản lý phải quyết định giá thuê mỗi gian hàng là bao nhiêu đồng một năm để doanh thu của Trung tâm thương mại VC từ tiền cho thuê gian hàng trong năm là lớn nhất ?

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, phương trình trở thành: $t^2 + 3t - 4 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 + 3 - 4 = 0$

Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} t_1 = 1(tm) \\ t_2 = -4(ktm) \end{cases}$

Với $t_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm 1\}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 5y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 14 \\ x = 5 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 - 2 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) = (1, 2)$

Bài 2.

a) Thay $x = -2, y = -2$ vào phương trình đường thẳng $d: y = -2x - 6$ ta được

$-2 = -2 \cdot (-2) - 6 \Leftrightarrow -2 = -2$ (luôn đúng) nên điểm T thuộc đường thẳng d

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) ta có:

$$-8x^2 = -2x - 6 \Leftrightarrow 8x^2 - 2x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -8 \cdot 1^2 = -8 \\ x = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = -8 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) là

$$(1; -8); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{9}{2}\right)$$

Bài 3.

a) Với $x > 0$ thì

$$P = \sqrt{4x} - \sqrt{9x} + 2 \cdot \frac{x}{\sqrt{x}}$$

$$= 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = \sqrt{x}$$

Vậy $P = \sqrt{x}$ với $x > 0$

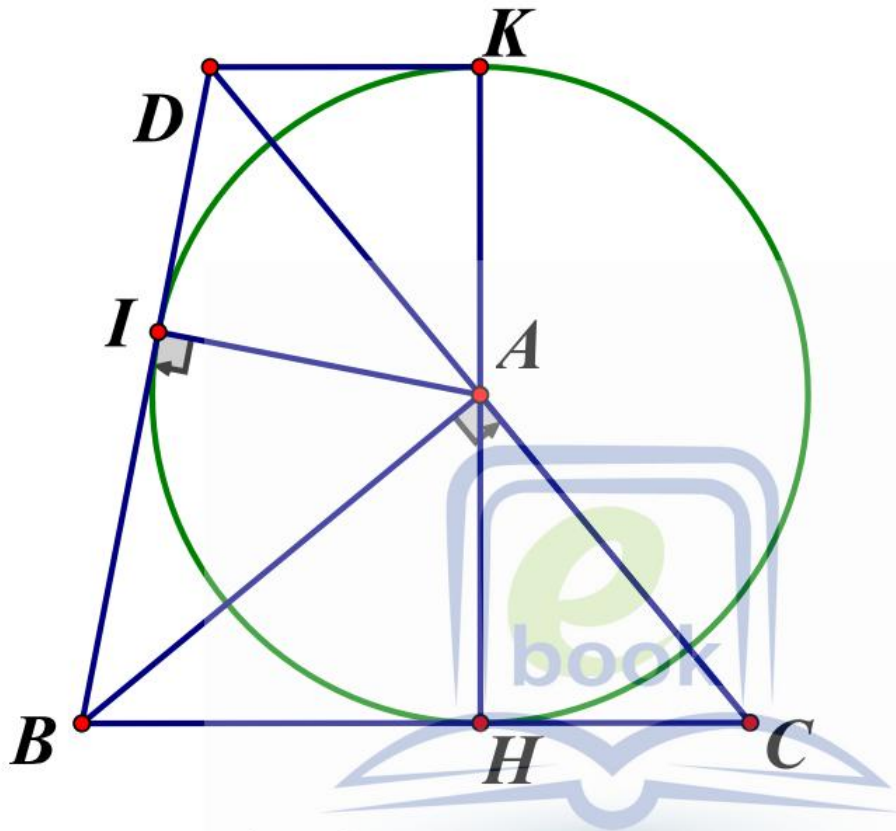
b) Ta có:

$$x = 6 + 2\sqrt{5} = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = (\sqrt{5} + 1)^2$$

Thay $x = (\sqrt{5} + 1)^2$ (tm) vào $P = \sqrt{x}$ ta được: $P = \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = |\sqrt{5} + 1| = 1 + \sqrt{5}$

Vậy $P = 1 + \sqrt{5}$

Bài 4.



a) Do BI là tiếp tuyến của $(A) \Rightarrow BI \perp AI \Rightarrow AIB = 90^\circ$

Xét tứ giác $AHBI$ có $AHB + AIB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AHBI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC , đường cao AH ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{9} = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}$$

$$\text{Vậy } AI = AH = \frac{12}{5} (= R)$$

c) Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $\begin{cases} BI = BH(1) \\ BAI = BAH \end{cases}$

$$BAI = BAH \Leftrightarrow 90^\circ - BAI = 90^\circ - BAH \Leftrightarrow IAD = HAC$$

$$\text{Mà } HAC = KAD \Rightarrow IAD = KAD$$

Xét $\triangle ADI$ và $\triangle ADK$ có: AD chung; $IAD = KAD$ (cmt); $AI = AK (= R)$

$$\Rightarrow \triangle ADI = \triangle ADK \text{ (cgc)} \Rightarrow AKD = AID = 90^\circ \Rightarrow \triangle AKD \text{ vuông tại K}$$

Xét tam giác vuông AKD và tam giác vuông AHC có:

$$AK = AH (= R); KAD = HAC \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle AKD = \triangle AHC \text{ (cạnh góc vuông - góc nhọn kề)}$$

$$\Rightarrow DK = HC \text{ (2) (hai cạnh tương ứng)}$$

Từ (1) và (2) ta có: $BC = BH + HC = BI + DK$ (đpcm)

Bài 5.

a) Phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$$\Leftrightarrow 3^2 - 2 \cdot (3m + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 6m - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 7 - 6m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{7}{6}$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm x_1, x_2

Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3m+1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1^3 + x_2^3 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 9$$

$$\Rightarrow 3^3 - 3 \cdot \frac{3m+1}{2} \cdot 3 = 9 \Leftrightarrow 27 - \frac{9}{2} \cdot (3m+1) - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{27}{2} - \frac{27}{2}m = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (TM)}$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn bài toán

b) Gọi giá tiền mỗi gian hàng tăng lên x triệu đồng (ĐK: $x > 0$)

Khi đó giá mỗi gian hàng sau khi tăng lên là $100 + x$ (triệu đồng)

Cứ mỗi lần tăng 5% tiền thuê mỗi gian hàng (tăng 5%.100 = 5 triệu đồng) thì có

thêm 2 gian hàng trống nên khi tăng x triệu đồng thì có thêm $\frac{2x}{5}$ gian hàng trống.

Khi đó số gian hàng được thuê sau khi tăng giá là $100 - \frac{2x}{5}$ (gian)

Số tiền thu được là: $(100 + x)\left(100 - \frac{2x}{5}\right)$ (triệu đồng)

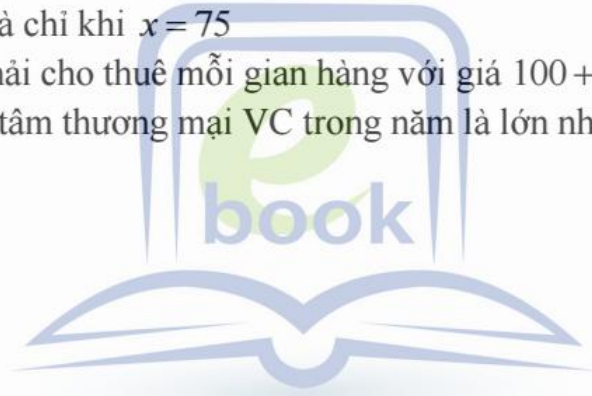
Yêu cầu bài toán trở thành tìm x để $P = (100 + x)\left(100 - \frac{2x}{5}\right)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (100 + x)P = \left(100 - \frac{2x}{5}\right) = 10000 - 40x + 100x - \frac{2x^2}{5} \\ &= -\frac{2}{5}(x^2 - 150x) + 10000 = -\frac{2}{5}(x^2 - 2.75x + 75^2) + \frac{2}{5} \cdot 75^2 + 10000 \\ &= -\frac{2}{5}(x - 75)^2 + 12250 \leq 12250 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 75$

Vậy người quản lý phải cho thuê mỗi gian hàng với giá $100 + 75 = 175$ triệu đồng thì doanh thu của Trung tâm thương mại VC trong năm là lớn nhất.



ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 03 trang)

MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 06/06/2019

I. Phần trắc nghiệm (3,0 điểm) Gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm một lựa chọn
Thí sinh kẻ bảng sau đây vào giấy thi và điền đáp án của câu hỏi tương ứng

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Đáp án															

Câu 1. Giá trị của $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$ bằng

- A. 16 B. $4\sqrt{5}$ C. $\sqrt{4}$ D. 4

Câu 2. Tính diện tích S của hình cầu có bán kính $R = 12cm$

- A. $S = 2304\pi(m^2)$ B. $S = 1296\pi(m^2)$ C. $S = 576\pi(m^2)$ D. $S = 144\pi(m^2)$

Câu 3. Cho các điểm sau, điểm nào **không thuộc** đồ thị của hàm số $y = -3x + 1$

- A. $M(1; -4)$ B. $N(-1; 4)$ C. $P(2; -5)$ D. $Q(0; 1)$

Câu 4. Phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$ có nghiệm là

- A. $x_1 = -1; x_2 = -5$ B. $x_1 = 1; x_2 = 5$ C. $x_1 = -1; x_2 = 5$ D. $x_1 = 1; x_2 = -5$

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x = 1 + y \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(x; y) = (2; 1)$ B. $(x; y) = (1; 3)$ C. $(x; y) = (-2; -1)$ D. $(x; y) = (6; 5)$

Câu 6. Biết phương trình bậc hai $x^2 - 2019x - 2020 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó giá trị của tích $x_1 x_2$ bằng

- A. -2019 B. 2019 C. -2020 D. 2020

Câu 7. Tính thể tích V của hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 10$.

- A. $V = 30$ B. $V = 90$ C. $V = 30\pi$ D. $V = 90\pi$

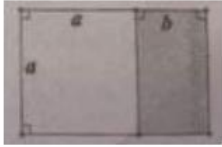
Câu 8. Biểu thức $P(x) = \sqrt{2019 - 3x} + x - 2020$ có nghĩa khi

- A. $x \geq 673$ B. $x \leq 673$ C. $x < 2019$ D. $x \neq 2020$

Câu 9. Tìm m để hai đường thẳng $(d_1): y = 2mx + 3$ và $(d_2): y = (m + 1)x + 2$ song song

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = 2$

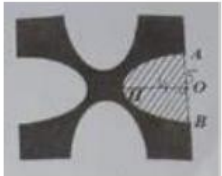
Câu 10. Người ta gọi tỉ lệ vàng $\varphi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$. Tìm φ



- A. $\varphi = 2$ B. $\varphi = \frac{3}{2}$ C. $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ D. $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

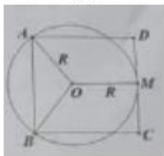
Câu 11. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh $10cm$ bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5cm$, $OH = 4cm$ và diện tích phần gạch sọc được tính theo công thức

$S = \frac{4}{3}OA.OH$. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó (phần hình được tô đen)



- A. $\frac{160}{3}cm^2$ B. $\frac{140}{3}cm^2$ C. $\frac{14}{3}cm^2$ D. $50cm^2$

Câu 12. Cho đường tròn (O) đi qua hai đỉnh A,B và tiếp xúc với cạnh CD của một hình vuông (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính R của đường tròn đó biết cạnh hình vuông dài $8cm$.



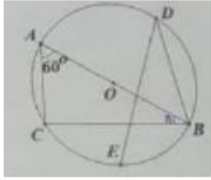
- A. $R = 4cm$ B. $R = 6cm$ C. $R = 4\sqrt{2}cm$ D. $R = 5cm$

Câu 13. Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính $1,672m$ và bánh trước có đường kính là $88cm$. Hỏi khi xe chạy trên đoạn đường thẳng bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh trước lăn được mấy vòng?



- A. 17 B. 18 C. 19 D. 20

Câu 14. Trong hình vẽ bên, biết AB là đường kính của đường tròn (O), E là điểm chính giữa của cung BC và $BAC = 60^\circ$. Tính số đo của BDE



- A. $BDE = 30^\circ$ B. $BDE = 40^\circ$ C. $BDE = 45^\circ$ D. $BDE = 60^\circ$

Câu 15. Nhân ngày Quốc tế thiếu nhi 1/6 vừa qua. Giáo viên chủ nhiệm lớp 9A phân công 13 học sinh (gồm x nam và y nữ) tham gia gói 80 phần quà cho các em thiếu nhi. Biết tổng số quà học sinh nam gói được bằng tổng số quà học sinh nữ gói được. Số quà mỗi bạn nam gói nhiều hơn số quà mỗi bạn nữ gói là 3 phần. Tính giá trị của $P = 6x - 5y$

- A. $P = 23$ B. $P = 70$ C. $P = -70$ D. $P = -10$

II. Phần tự luận (7,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

- a) Thực hiện phép tính $A = 3\sqrt{44} - 2\sqrt{99}$
- b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{a} + 1}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a}} : \frac{1}{a^2 - \sqrt{a}}$ ($a > 0, a \neq 1$)

Bài 2. (1,5 điểm)

- a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$
- b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 x_2 + 1)^2 = 2(x_1^2 + x_2^2)$

Bài 3. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $y = x + m$

- a) Vẽ đồ thị (P) trên trục tọa độ Oxy
- b) Xác định tham số m để đường thẳng (d) và (P) có một điểm chung.

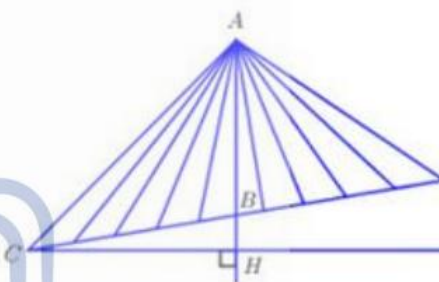
Bài 4. (1,75 điểm) Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 2019\text{cm}$, có đáy BC cố định ($BC < 2R$). A là một điểm trên cung lớn BC sao cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn.

Các đường cao BM và CN của tam giác ABC cắt nhau tại H (với $M \in AC, N \in AB$).

- a) Chứng minh rằng tứ giác $AMHN$ nội tiếp trong một đường tròn
- b) Tia AO cắt đường tròn (O) tại P . Chứng minh $BCN = PAC$
- c) Cho biết $BOC = 120^\circ$. Tính độ dài của đoạn AH .

Bài 5. (0,75 điểm) Cầu Vàm Cống được khởi công ngày 10/9/2013, cầu có tổng chiều dài 2,97 km, phần cầu vượt sông dài 870m. Đây là cầu dây văng thứ hai vượt sông Hậu và là cầu dây văng thứ 5 ở miền Tây, nối liền hai tỉnh Cần Thơ và Đồng Tháp, với vốn đầu tư lên tới gần 5700 tỉ đồng, chính thức được thông xe vào ngày 19/5/2019, thông suốt toàn tuyến N2 từ Bình Phước về TP. Cần Thơ...

Cầu được thiết kế với chiều cao từ sàn cầu đến đỉnh trụ đỡ $AB = 120m$, dây văng $AC = 258m$, chiều dài sàn cầu từ B đến C là 218m (tham khảo hình vẽ). Hỏi góc nghiêng của sàn cầu BC so với mặt nằm ngang là bao nhiêu độ, phút, giây? (Giả thiết xem như trụ đỡ AB thẳng đứng)



ĐÁP ÁN

I. Phần trắc nghiệm 3,0 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ĐA	D	C	A	B	A	C	D	B	B	C	B	D	C	A	D

II. Phần tự luận 7,0 điểm

Bài 1.

$$a) A = 3\sqrt{44} - 2\sqrt{99} = 3.2\sqrt{11} - 2.3\sqrt{11} = 6\sqrt{11} - 6\sqrt{11} = 0$$

b)

$$B = \frac{\sqrt{a} + 1}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a}} : \frac{1}{a^2 - \sqrt{a}}$$

$$B = \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} \cdot (a + \sqrt{a} + 1)} \cdot \sqrt{a} \cdot (a\sqrt{a} - 1)$$

$$B = \frac{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)(a + \sqrt{a} + 1)}{a + \sqrt{a} + 1} = (\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1) = a - 1$$

Bài 2.

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ 7 + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) = (7; -2)$

$$b) \text{Ta có } \Delta' = 1 - 1 \cdot (-m) = m + 1$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

$$\text{Khi đó áp dụng định lý Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } (x_1 x_2 + 1)^2 = 2(x_1^2 + x_2^2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 8 + 4m \Leftrightarrow m^2 - 6m - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(ktm) \\ m = 7(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị Parabol

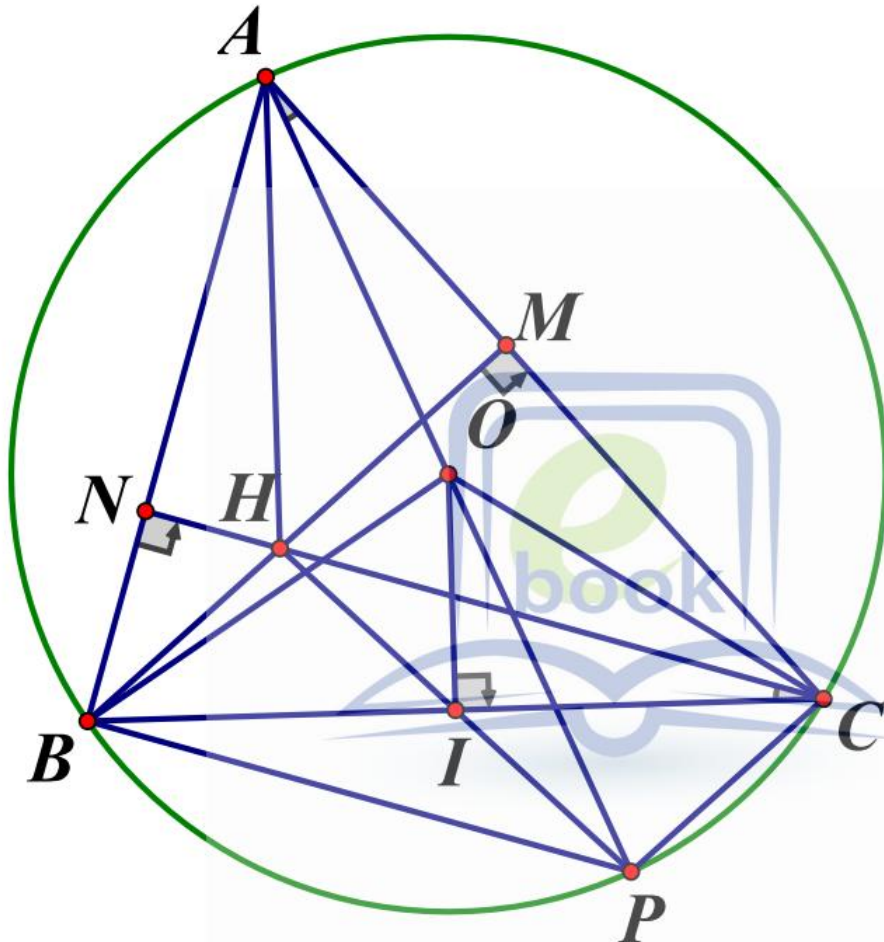
$$b) \text{Ta có phương trình hoành độ giao điểm: } -\frac{x^2}{4} = x + m \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4m = 0(*)$$

Để đường thẳng (d) và (P) có một điểm chung thì phương trình (*) có

$$\text{nghiệm duy nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn...đúng}) \\ 4 - 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Bài 4.



a) Xét $\triangle ABC$ có BM, CN là hai đường cao nên

$$BM \perp AC, CN \perp AB \Rightarrow \angle ANH = \angle AMH = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AMNH$ có $\angle ANH + \angle AMH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét đường tròn (O) có $\angle ABP = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên

$$BP \perp AB$$

Lại có : $CN \perp AB(gt) \Rightarrow CN \parallel BP$

Suy ra $\angle BCN = \angle CBP(1)$ (hai góc ở vị trí so le trong)

Xét đường tròn (O) có $PAC = CBP(2)$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CP)

Từ (1) và (2) suy ra $BCN = PAC(dfcm)$

c) Xét đường tròn (O) có $PCA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $CP \perp AC$.

Lại có $BM \perp AC(gt) \Rightarrow BM \parallel CP$, mặt khác theo câu b) thì $CN \parallel BP$

Từ đó, tứ giác $BHCP$ có $\begin{cases} BP \parallel CH \\ CP \parallel BH \end{cases} \Rightarrow BHCP$ là hình bình hành

Gọi I là giao điểm của HP và BC, khi đó I là trung điểm HP và I là trung điểm BC (vì BHCP là hình bình hành)

Xét $\triangle PAH$ có O là trung điểm AP, I là trung điểm PH nên OI là đường trung bình $\triangle PAH \Rightarrow AH = 2OI$

Xét đường tròn (O) có I là trung điểm BC $\Rightarrow OI \perp BC$ tại I (đường kính dây cung)

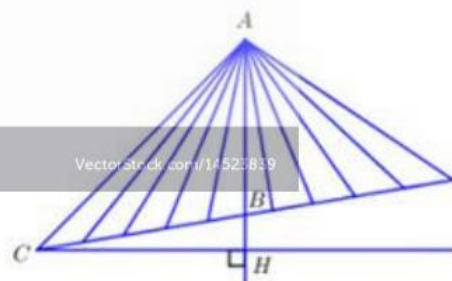
Xét $\triangle OBC$ cân tại O (do $OB = OC = R$) có OI là đường cao nên OI cũng là đường phân giác của $BOC \Rightarrow BOI = \frac{1}{2}BOC = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$

Xét tam giác BOI vuông tại I có: $OI = OB \cdot \cos BOI = 2019 \cdot \cos 60^\circ = \frac{2019}{2}$

Suy ra $AH = 2OI = 2 \cdot \frac{2019}{2} = 2019$

Vậy $AH = 2019$

Bài 5.



Đặt $CH = x(m)$ ($DK : 0 < x < 218$)

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông BCH ta có:

$$BH^2 = BC^2 - CH^2 = 218^2 - x^2 \Rightarrow BH = \sqrt{218^2 - x^2} (m)$$

$$\Rightarrow AH = AB + BH = 120 + \sqrt{218^2 - x^2} (m)$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ACH ta có:

$$AH^2 + CH^2 = AC^2 \Leftrightarrow \left(120 + \sqrt{218^2 - x^2}\right)^2 + x^2 = 258^2$$

$$\Leftrightarrow 120^2 + 240\sqrt{218^2 - x^2} + 218^2 - x^2 + x^2 = 258^2$$

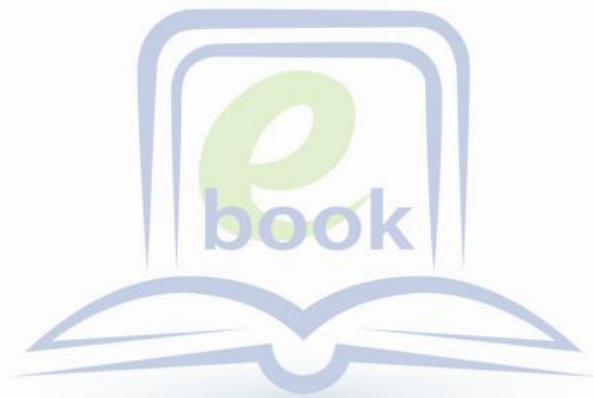
$$\Leftrightarrow 240\sqrt{218^2 - x^2} = 258^2 - 120^2 - 218^2 = 4640$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{218^2 - x^2} = 58 \Leftrightarrow 9(218^2 - x^2) = 3364$$

$$\Leftrightarrow 218^2 - x^2 = \frac{3364}{9} \Leftrightarrow x^2 = 218^2 - \frac{3364}{9} = \frac{424352}{9} \Leftrightarrow x \approx 217,14(m)(tm)$$

Trong tam giác vuông BCH : $\cos BCH = \frac{CH}{BC} \approx \frac{217,14}{218} \approx 0,996 \Leftrightarrow BCH = 5^0 5' 17''$

Vậy góc nghiêng của sàn cầu BC so với mặt nằm ngang là xấp xỉ 5 độ, 5 phút, 17 giây.



Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức $\frac{x+1}{x-3}$ có nghĩa

b) Chứng minh đẳng thức $\left(1 - \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right)\left(1 + \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right) = 1 - a$ ($a \geq 0; a \neq 1$)

Câu 2. (1,0 điểm) Xác định hệ số a và b của hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị của nó là đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -3x + 2019$ và đi qua điểm $M(2;1)$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + 2mx_2 - 8m + 5 = 0$

Câu 4. (1,0 điểm) Ông Khôi sở hữu một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $100m$. Ông ta định bán mảnh đất đó với giá thị trường là 15 triệu đồng cho một mét vuông. Hãy xác định giá tiền của mảnh đất đó biết rằng chiều dài mảnh đất gấp bốn lần chiều rộng

Câu 5. (1,0 điểm) Một hình trụ có chiều cao bằng $5m$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi m^2$. Tính thể tích của hình trụ.

Câu 6. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên đường thẳng AB lấy điểm C sao cho B nằm giữa A và C . Kẻ tiếp tuyến CK với đường tròn (O) (K là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CK tại H . Gọi I là giao điểm của OH và AK , J là giao điểm của BH với đường tròn O (J không trùng với B).

a) Chứng minh $AJ \cdot HB = AH \cdot AB$

b) Chứng minh 4 điểm B, O, I, J cùng nằm trên một đường tròn

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CH tại P . Tính $\frac{AH}{HP} - \frac{HP}{CP}$

Câu 7. (1,0 điểm)

Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{400}} < 38$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Biểu thức $\frac{x+1}{x-3}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

Vậy $x \neq 3$ thì biểu thức có nghĩa

b) Điều kiện $a \geq 0, a \neq 1$

Ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \left(1 - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \\ &= \left(1 - \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right) \\ &= (1 - \sqrt{a}) \cdot (1 + \sqrt{a}) = 1 - a \quad (a \geq 0, a \neq 1) \end{aligned}$$

Câu 2.

Ta có : đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -3x + 2019$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 2019 \end{cases} \Rightarrow d: y = -3x + b (b \neq 2019)$$

Đường thẳng $(d): y = -3x + b (b \neq 2019)$ đi qua điểm $M(2;1)$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng (d) ta được: $1 = -3 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = 7(tm)$

Vậy $a = -3, b = 7$

Câu 3. a) Cho phương trình : $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$$

Vậy với $m \neq 2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

b) Theo câu a) ta có với $m \neq 2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 4m - 4 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned}
& x_1^2 + 2mx_2 - 8m + 5 = 0 \\
& \Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 - 8m + 5 = 0 \\
& \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 8m + 5 = 0 \\
& \Leftrightarrow (2m)^2 - 4m + 4 - 8m + 5 = 0 \\
& \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 9 = 0 \\
& \Leftrightarrow (2m - 3)^2 = 0 \\
& \Leftrightarrow 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} (tm)
\end{aligned}$$

Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn điều kiện bài toán

Câu 4.

Nửa chu vi mảnh đất là : $100 : 2 = 50m$

Gọi chiều rộng của mảnh đất là $x(m)$ ($0 < x < 50$) \Rightarrow Chiều dài của mảnh đất là:
 $50 - x(m)$

Vì chiều dài mảnh đất gấp 4 lần chiều rộng nên ta có phương trình:

$$50 - x = 4x \Leftrightarrow 5x = 50 \Leftrightarrow x = 10(m)$$

\Rightarrow Chiều dài của mảnh đất là: $4 \cdot 10 = 40m$

\Rightarrow Diện tích của mảnh đất là: $10 \cdot 40 = 400m^2$

Số tiền ông Khôi thu được khi bán mảnh đất với giá 15 triệu cho một mét vuông là:

$$15 \cdot 400 = 6.000 (\text{triệu đồng}) = 6 \text{ tỉ đồng}$$

Câu 5.

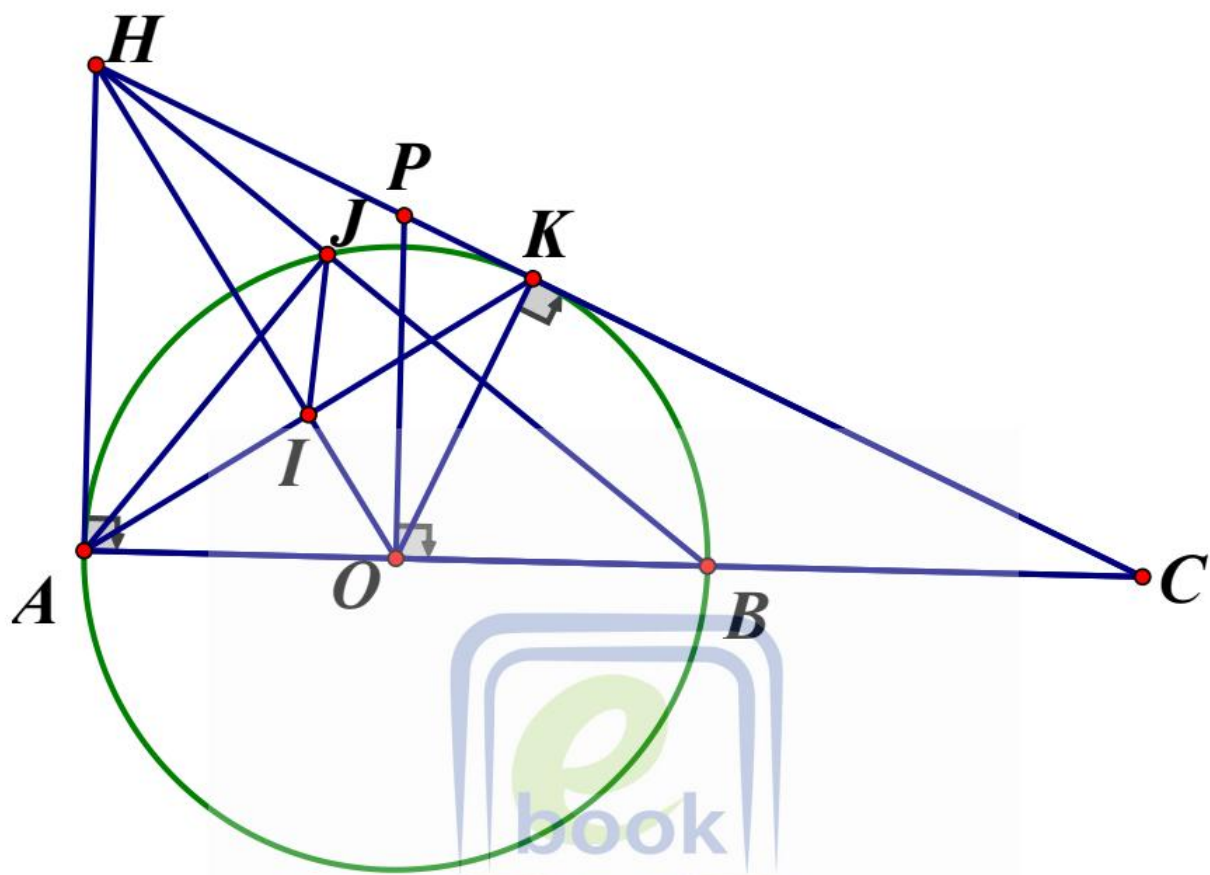
Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ, $h = 5(m)$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh \Leftrightarrow 20\pi = 2\pi R \cdot 5 \Leftrightarrow R = 2(m)$

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 20\pi (m^3)$

Vậy thể tích khối trụ là $20\pi m^3$

Câu 6.



a) Ta có : $AJB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow AJ \perp BJ \Rightarrow AJ \perp BH$

AH là tiếp tuyến của (O) tại A $\Rightarrow AH \perp AB \Rightarrow HAB = 90^\circ$

Xét tam giác ABJ và tam giác HBA có:

$AJB = HAB = 90^\circ$; ABH chung

$\Rightarrow \triangle ABJ \sim \triangle HBA (g.g) \Rightarrow \frac{AJ}{AH} = \frac{AB}{HB} \Leftrightarrow AJ \cdot HB = AH \cdot AB (dfcm)$

b) Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $HA = HK \Rightarrow H$ thuộc trung trực AK

Lại có: $OA = OK (= R) \Rightarrow O$ thuộc trung trực của AK

Suy ra OH là trung trực của AK $\Rightarrow OH \perp AK$ tại I $\Rightarrow AIH = 90^\circ$

Xét tứ giác $AJIH$ có $AIH = AJH \Rightarrow AJIH$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow JIH = JAH$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung JH)

Mà $JAH = JBA$ (cùng phụ với JAB).

$\Rightarrow JIH = JBA = JBO \Rightarrow OIJB$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) hay 4 điểm B, O, I, J cùng nằm trên một đường thẳng.

c) Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau có : $AHO = OHP$

Có: $\begin{cases} OP \perp AB \\ AH \perp AB \end{cases} (gt) \Rightarrow OP \parallel AH \Rightarrow AHO = POH$ (so le trong)

$\Rightarrow OHP = POH \Rightarrow \triangle POH$ cân tại P $\Rightarrow OP = HP$ (tính chất tam giác cân)

Áp dụng định lý Ta-let ta có: $\frac{AH}{HP} = \frac{AO}{OP} = \frac{AC}{OC}; \frac{HP}{CP} = \frac{AO}{OC}$

$$\Rightarrow \frac{AH}{HP} - \frac{HP}{CP} = \frac{AC}{OC} - \frac{AO}{OC} = \frac{OC}{OC} = 1$$

Vậy $\frac{AH}{HP} - \frac{HP}{CP} = 1$

Câu 7.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{400}} < 38 (*)$$

ta chứng minh $\frac{1}{\sqrt{k}} < \frac{2}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}}$ với mọi $k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$

Giả sử: $\frac{1}{\sqrt{k}} < \frac{2}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} \quad \forall k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{k} + \sqrt{k-1} < 2\sqrt{k} \Leftrightarrow \sqrt{k-1} < \sqrt{k} \Leftrightarrow k-1 < k \text{ (luôn đúng)}$$

Khi đó ta có $\frac{1}{\sqrt{k}} < \frac{2}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} = \frac{2(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})}{k - (k-1)} = 2(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$

$$\Rightarrow VT(*) < 2(\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{400} - \sqrt{399})$$

$$\Leftrightarrow VT(*) < 2(\sqrt{400} - 1) = 2.(20 - 1) = 38(dfcm)$$

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - 4\sqrt{9}$

b) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27}$

2) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $M = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x}$

1) Tìm các giá trị thực của x để biểu thức có nghĩa

2) Rút gọn biểu thức

3) Tính giá trị của M biết $x = 16$

Câu 3. (2,5 điểm)

1) Quãng đường AB dài $60km$, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó giảm vận tốc $5km/h$ trên nửa quãng đường còn lại. Vì vậy, người đó đã đến B chậm hơn quy định 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian quy định của người đó

2) Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0(1)$, trong đó m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn: $4x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 = 1$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ dây BC cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC ($AB < AC$) sao cho $\triangle ABC$ nhọn. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H . Gọi K là giao điểm của EF với BC .

1) Chứng minh: Tứ giác $BCEF$ nội tiếp

2) Chứng minh $KB.KC = KE.KF$

3) Gọi M là giao điểm của AK với (O) ($M \neq A$). Chứng minh $MH \perp AK$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a+b+2c} + \frac{bc}{b+c+2a} + \frac{ca}{c+a+2b} \leq \frac{1}{4}(a+b+c)$$

ĐÁP AN

Câu 1.

1) a) $3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - 4\sqrt{9} = 3.2 + 2.5 - 4.3 = 4$

b) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 5.2\sqrt{3} - 2.3\sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

2)

a) $x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - x + 5 = 0 \Leftrightarrow x(x-5) - (x-5) = 0$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 5\}$

b) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$

Câu 2.

1) Điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \\ \sqrt{x} + 2 \neq 0 \\ 4 - x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$

Vậy $x \geq 0, x \neq 4$ thì biểu thức M có nghĩa

2) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2+x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

3) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$

$$\text{Với } x = 16(tm) \text{ thì } M = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} - 2} = \frac{4}{4 - 2} = 2$$

$$\text{Vậy với } x = 16 \Rightarrow M = 2$$

$$\text{Vậy } M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

Câu 3.

1) Gọi vận tốc quy định của người đó là $x(km/h)$ ($x > 5$)

\Rightarrow Thời gian quy định để người đó đi hết quãng đường là $\frac{60}{x}(h)$

Nửa quãng đường đầu $60 : 2 = 30(km)$ nên thời gian đi nửa quãng đường đầu là $\frac{30}{x}(h)$

Nửa quãng đường sau vận tốc của người đó giảm $5km/h$ nên vận tốc lúc sau là $x - 5(km/h)$

\Rightarrow Thời gian đi nửa quãng đường sau là $\frac{30}{x-5}(h)$

Vì người đó đến chậm so với thời gian quy định là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{x-5} - 1 = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{30}{x-5} - \frac{30}{x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{30x - 30(x-5) - x(x-5)}{x(x-5)} = 0$$

$$\Rightarrow 30x - 30x + 150 - x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 15x + 10x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-15) + 10(x-15) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-15)(x+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-15=0 \\ x+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15(tm) \\ x=-10(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc quy định của người đó $15km/h$ và thời gian quy định $60 : 15 = 4$ giờ

2) a) Khi $m = 2$ thì (1) trở thành: $2x^2 + 3x + 1 = 0$

Ta có dạng $a - b + c = 2 - 3 + 1 = 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

b) Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

Ta có $\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 8m + 8 = 4m^2 - 12m + 9 = (2m-3)^2$

Để thấy $\Delta = (2m-3)^2 \geq 0 \forall m$ nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2

Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$4x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1^2 + x_2^2) + 2x_1x_2 = 1$$

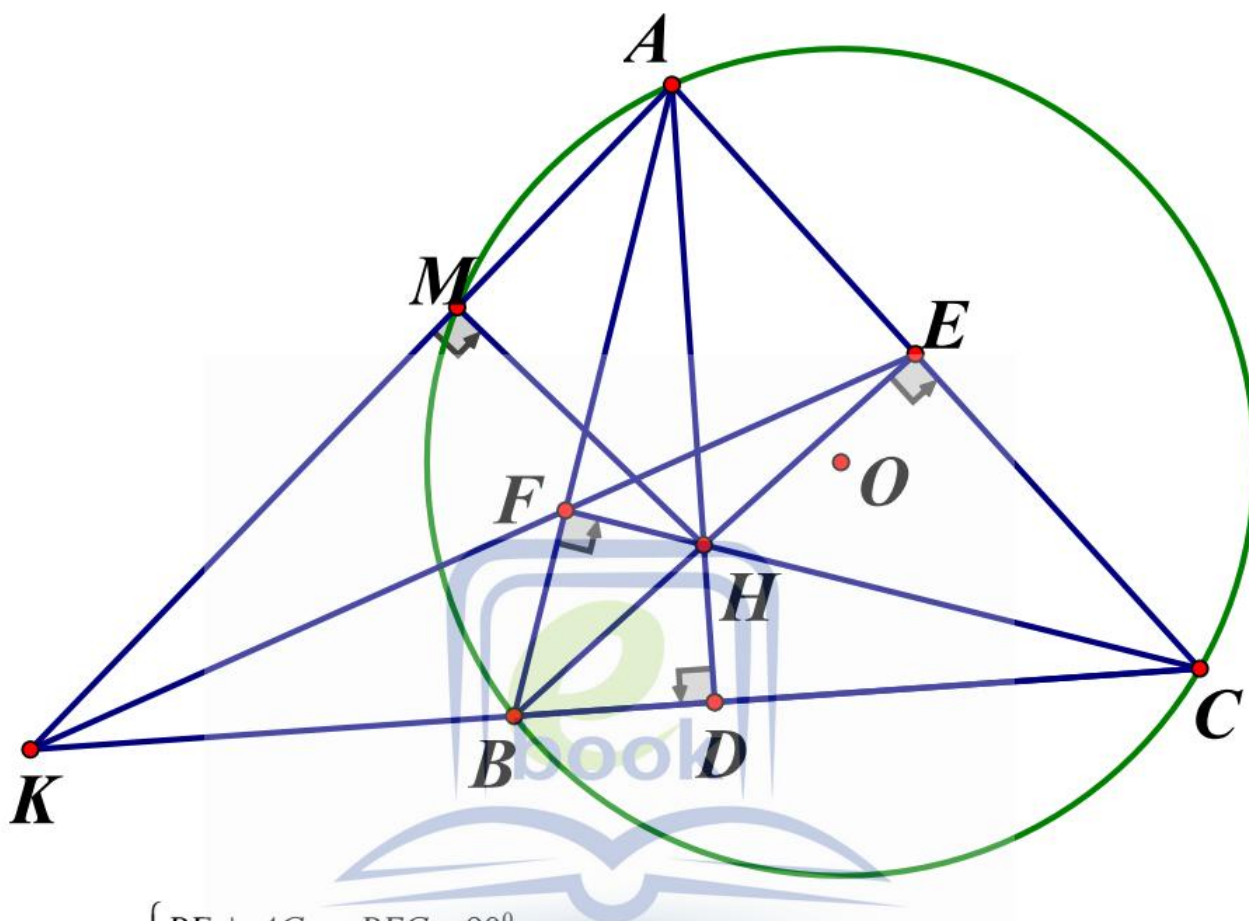
$$\Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 + 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{1-2m}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{m-1}{2} = 1 \Leftrightarrow (2m-1)^2 - 3(m-1) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 3m + 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 7m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy $m \in \left\{1; \frac{3}{4}\right\}$ thỏa mãn bài toán

Câu 4.



1) Do $\begin{cases} BE \perp AC \Rightarrow BEC = 90^\circ \\ CF \perp AB \Rightarrow CFB = 90^\circ \end{cases}$

Do $BEC = BFC = 90^\circ$ cùng nhìn cạnh BC dưới các góc bằng nhau $\Rightarrow BEFC$ là tứ giác nội tiếp.

2) Tứ giác $BCEF$ nội tiếp (câu a) nên $KFB = ECB$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét $\triangle KFB$ và $\triangle KCE$ có: K chung; $KFB = KCE$ ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{KF}{KC} = \frac{KB}{KE} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow KF \cdot KE = KB \cdot KC \text{ (đpcm)}$$

3) Kéo dài AH cắt BC tại D thì $AD \perp BC \Rightarrow ADB = 90^\circ$
Xét tam giác AFH và ADB có:

A chung, $AFH = ADB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AFH \sim \triangle ADB (g.g) \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AH}{AB} \text{ (Các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AF \cdot AB = AD \cdot AH(1)$$

Để thấy tứ giác $AMBC$ nội tiếp (O) nên $\angle AMB + \angle ACB = 180^\circ$ (tính chất) (2)

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp (cmt) nên $\angle BFE + \angle BCE = 180^\circ$ mà $\angle BFE = \angle AFK$ (đối đỉnh)

$$\Rightarrow \angle AFK + \angle ACB = 180^\circ(3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $\angle AMB = \angle AFK$ (cùng bù với $\angle ACB$)

Xét $\triangle AMB$ và $\triangle AFK$ có:

$\angle A$ chung; $\angle AMB = \angle AFK$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle AFK \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AM}{AF} = \frac{AB}{AK} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AM \cdot AK = AB \cdot AF(4)$$

$$\text{Từ (1) và (4) suy ra } AM \cdot AK = AD \cdot AH \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{AD}{AK}$$

Câu 5.

Ta chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ với $x, y > 0$

$$\text{Thật vậy, với } x, y > 0 \text{ thì } \frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{x+y} \leq \frac{x+y}{4xy}$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ với } x, y > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có:

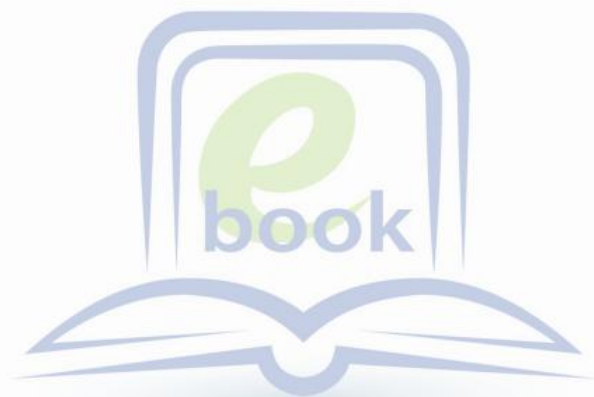
$$\frac{1}{a+b+2c} = \frac{1}{(a+c)+(b+c)} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) \Rightarrow \frac{ab}{a+b+2c} \leq \frac{ab}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right)$$

$$\text{Tương tự ta có: } \begin{cases} \frac{bc}{b+c+2a} \leq \frac{bc}{4} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \\ \frac{ca}{c+a+2b} \leq \frac{ca}{4} \left(\frac{1}{c+b} + \frac{1}{a+b} \right) \end{cases}$$

Cộng các vế các bất đẳng thức với nhau ta được:

$$\begin{aligned}
& \frac{ab}{a+c+2c} + \frac{bc}{b+c+2a} + \frac{ca}{c+a+2b} \leq \frac{ab}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) + \frac{bc}{4} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) + \frac{ca}{4} \left(\frac{1}{c+b} + \frac{1}{a+b} \right) \\
& = \frac{1}{4} \left[\frac{ab}{a+c} + \frac{ab}{b+c} + \frac{bc}{b+a} + \frac{bc}{c+a} + \frac{ca}{c+b} + \frac{ca}{a+b} \right] \\
& = \frac{1}{4} \left[\frac{ab+bc}{a+c} + \frac{ab+ca}{c+b} + \frac{bc+ca}{b+a} \right] \\
& = \frac{1}{4} \left[\frac{b(a+c)}{a+c} + \frac{a(b+c)}{c+b} + \frac{c(a+b)}{b+a} \right] = \frac{1}{4} (a+b+c)
\end{aligned}$$

Do đó $VT \leq VP(dfcm)$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC
MÔN KHÔNG CHUYÊN
(Đề thi có 01 trang)**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2018-2019**

Khóa thi ngày: 04,05,06/6/2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Câu 1: (0,75 điểm) Rút gọn biểu thức: $M = \sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{12}$

Câu 2: (0,75 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 3y = 11 \end{cases}$$

Câu 3: (0,75 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH=12 cm ($H \in BC$), BH = 9 cm. Tính HC

Câu 4: (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^4 - x^2 - 12 = 0$

Câu 5: (0,75 điểm) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'): $y = 2x + 1$ và đi qua điểm A(2;7)

Câu 6: (1,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ đường tròn đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại các điểm E và F. Gọi H là giao điểm của CE và BF. Chứng minh AH vuông góc với BC

Câu 7: (1,0 điểm) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$. Chứng minh đường thẳng (d) cắt parabol (P) luôn có điểm chung với mọi giá trị của m

Câu 8: (1,0 điểm) Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36 km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B

Câu 9: (0,75 điểm) Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2018}$ (với α là góc nhọn). Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

Câu 10: (0,75 điểm) Một hình trụ có diện tích toàn phần bằng $90\pi \text{ cm}^2$, chiều cao bằng 12 cm. Tính thể tích hình trụ đó

Câu 11: (0,75 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (m-2)x + m - 3 = 0$ (ẩn x, tham số m). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức

$A = 1 - x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất

Câu 12: (0,75 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài với nhau tại D. Vẽ cát tuyến CB của đường tròn (O') tiếp xúc ngoài với đường tròn (O) tại A (C, B thuộc đường tròn (O'), B nằm giữa A và C). Chứng minh điểm A cách đều hai đường thẳng BD và CD.

ĐÁP ÁN ĐỀ LÂM ĐỒNG 2018-2019

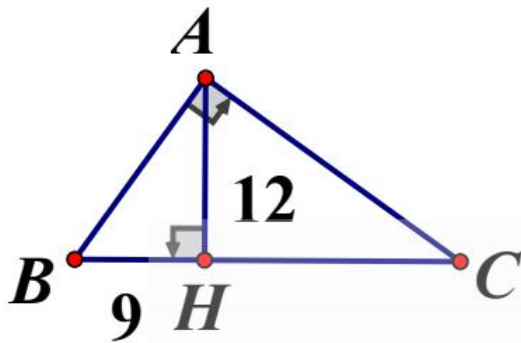
1) $M = \sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{12}$

$$= \sqrt{16 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} = 4\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$

2)
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - 6y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = -21 \\ x = 11 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 + 3 \cdot (-3) \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; -3)$



Câu 3) Áp dụng hệ thức lượng vào ΔABC vuông tại A, đường cao AH
 $\Rightarrow AH^2 = BH.HC$

$$\text{hay } 12^2 = 9.HC \Rightarrow HC = \frac{144}{9} = 16(\text{cm})$$

Vậy $HC = 16 \text{ cm}$

4) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$)

Phương trình thành $t^2 - t - 12 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-12) = 49 > 0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1 - \sqrt{49}}{2} = -3(\text{loại}) \\ t_2 = \frac{1 + \sqrt{49}}{2} = 4(\text{chọn}) \end{cases}$$

$t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$. Vậy $S = \{\pm 2\}$

5) Gọi d có phương trình $y = ax + b$

Vì $d \parallel d'$: $y = 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases}$

Vì d: $y = 2x + b$ qua $A(2;7)$ nên $7 = 2.2 + b \Rightarrow b = 3$ (thỏa)

Vậy phương trình đường thẳng d cần tìm là $y = 2x + 3$

6)

	<p>Vì $\triangle BEC$ nội tiếp (O) có BC là đường kính $\Rightarrow \angle BEC = 90^\circ \Rightarrow CE \perp AB$ Cmtt $\Rightarrow BF \perp AC$ $\Rightarrow \triangle ABC$ có BF, CE là 2 đường cao Suy ra H là trực tâm Nên $AH \perp BC$</p>
--	--

7) Ta có phương trình hoành độ giao điểm với (P) và (d) là:

$$2x^2 = mx - m + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - mx + m - 2 = 0$$

$$\Delta = (-m)^2 - 4.2.(m - 2) = m^2 - 8m + 16 = (m - 4)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \Delta \geq 0 \text{ (với mọi } m)$$

Suy ra (d) và (P) luôn có điểm chung

8) Gọi x là vận tốc lúc đi ($x > 0$)

$$\Rightarrow \text{Thời gian lúc đi: } \frac{36}{x} \text{ và vận tốc lúc về là: } x + 3$$

$$36 \text{ phút} = \frac{3}{5} \text{ h} \quad \text{Thời gian lúc về là: } \frac{36}{x + 3}$$

Vì lúc về tăng vận tốc lên 3 km/h nên về sớm hơn $\frac{3}{5} \text{ h}$

Ta có phương trình

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x + 3} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{36x + 108 - 36x}{x(x + 3)} = \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{108}{x^2 + 3x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 3x^2 + 9x = 540$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (chọn)} \\ x = -15 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 12 km/h

$$9) \text{ Ta có: } \tan \alpha = \frac{1}{2018} \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{2018} \Rightarrow \cos \alpha = 2018 \sin \alpha$$

$$\Rightarrow C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - 2018 \sin \alpha}{\sin \alpha + 2018 \sin \alpha} = \frac{-2017 \sin \alpha}{2019 \sin \alpha} = \frac{-2017}{2019}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{-2017}{2019}$$

$$10) S_{\text{Toàn phần}} = 90\pi \Leftrightarrow 2.S_{\text{đáy}} + S_{\text{xung quanh}} = 90\pi$$

$$\Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi R.h = 90\pi$$

$$\Leftrightarrow 2R^2 + 2R \cdot 12 = 90$$

$$\Leftrightarrow R^2 + 12R - 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R = 3(\text{chọn}) \\ R = -15(\text{loại}) \end{cases}$$

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 108\pi (\text{cm}^3)$$

$$11) x^2 + (m-2)x + m - 3 = 0$$

$$\Delta = (m-2)^2 - 4(m-3) = m^2 - 4m + 4 - 4m + 12 = m^2 - 8m + 16 = (m-4)^2$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 4$

Khi đó, áp dụng Vi et ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$A = 1 - x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2 = 1 + 4x_1x_2 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$$

$$= 1 + 6x_1x_2 - (x_1 + x_2)^2 = 1 + 6(m-3) - (2-m)^2$$

$$= 1 + 6m - 18 - 4 + 4m - m^2$$

$$A = -m^2 + 10m - 21$$

$$= -(m^2 - 2.m.5 + 25 - 25 + 21)$$

$$= -(m-5)^2 + 5$$

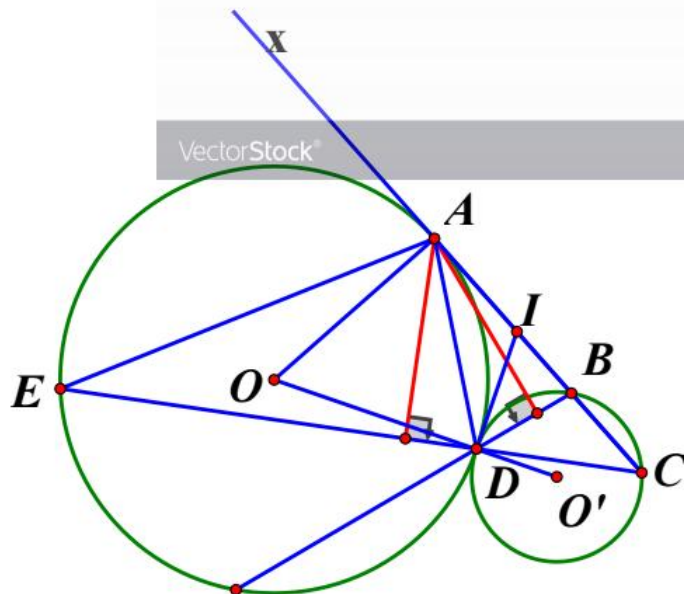
$$-(m-5)^2 \leq 0 (\forall m \neq 4)$$

$$V_i \Rightarrow -(m-5)^2 + 4 \leq 4 (\forall m \neq 4)$$

$\Rightarrow \text{Max } A = 4$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5$ (thỏa)

Vậy $\text{Max } A = 4 \Leftrightarrow m = 5$

Bài 12



Vẽ CD cắt (O) tại E.

Vẽ tiếp tuyến chung của (O) và (O') tại D cắt AB tại I

Để A cách đều CD và BD. Ta cần chứng minh DA là tia phân giác BDE

Ta có $\widehat{ADI} = \widehat{AEI}$ (cùng chắn AD trong (O)) (1)

$\widehat{IDB} = \widehat{DCB}$ (cùng chắn BD trong (O')) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{ADI} + \widehat{IDB} = \widehat{AED} + \widehat{DCB}$

Hay $\widehat{ADB} = 180^\circ - \widehat{EAC} = \widehat{EAX}$ (Vì \widehat{EAC} và \widehat{EAX} bù nhau)

$\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{EAX}$ (3)

Mà $\widehat{EAX} = \widehat{ADE}$ (cùng chắn AE) (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{EDA} = \widehat{BDA} \Rightarrow DA$ là tia phân giác BDE

$\Rightarrow A$ cách đều BD và CD



Câu 1. (3,5 điểm)

a) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{16} + \sqrt{4} \quad B = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3) + 3\sqrt{5} \quad C = \sqrt{(\sqrt{2} - 5)^2} + \sqrt{2}$$

b) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

$$1) x^2 - 7x + 10 = 0 \quad 2) x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \quad 3) \begin{cases} 2x - y = -7 \\ 2x + 7y = 1 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} + 1$ với $a \geq 0, a \neq 1$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $a = 3$

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

b) Tìm giao điểm của đồ thị hàm số (P) với đường thẳng (d): $y = x$

c) Cho phương trình: $x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0$ (m là tham số)

Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m . Khi đó tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường cao AH ($H \in BC$), từ H kẻ HM vuông góc với AB ($M \in AB$) và kẻ HN vuông góc với AC ($N \in AC$). Vẽ đường kính AE của đường tròn (O) cắt MN tại I , tia MN cắt đường tròn (O) tại K .

a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b) Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$

c) Chứng minh tứ giác $CEIN$ nội tiếp và tam giác AHK cân.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực không âm a, b, c và thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:

$$a + 2b + c \geq 4(1-a)(1-b)(1-c)$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$A = \sqrt{16} + \sqrt{4} = 4 + 2 = 6$$

$$a) B = \sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 3) + 3\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5$$

$$C = \sqrt{(\sqrt{2} - 5)^2} + \sqrt{2} = |\sqrt{2} - 5| + \sqrt{2} = 5 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 5 \text{ (Do... } 5 > \sqrt{2} \text{)}$$

b)

$$1) x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 2) - 5(x - 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{2; 5\}$

$$2) x^4 - 5x^2 - 36 = 0$$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ khi đó phương trình tương đương với:

$$t^2 - 5t - 36 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 4t - 9t - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t + 4) - 9(t + 4) = 0 \Leftrightarrow (t - 9)(t + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -4(ktm) \\ t = 9(tm) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-3; 3\}$

$$3) \begin{cases} 2x - y = -7 \\ 2x + 7y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8y = 8 \\ 2x - y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) = (-3; 1)$

Câu 2.

a) Với $a \geq 0, a \neq 1$ ta có:

$$P = \frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{1}{\sqrt{a} + 1} + 1 = \frac{\sqrt{a} + 1 - \sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} + 1$$

$$= \frac{2}{a - 1} + 1 = \frac{2 + a - 1}{a - 1} = \frac{a + 1}{a - 1}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{a + 1}{a - 1}$$

b) Thay $a = 3(tm)$ vào biểu thức P ta có: $P = \frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$

Vậy khi $a = 3$ thì $P = 2$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ (P)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=2 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của đồ thị hàm số (P) với đường thẳng (d) là $O(0;0)$ và $A(2;2)$

c) Ta có $x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0$ (1)

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(m-1) = m^2 + 4m + 4 - 4m + 4 = m^2 + 8 > 0 \forall m$$

\Rightarrow (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Khi đó theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m - 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2$$

$$= (m+2)^2 - 5(m-1) = m^2 + 4m + 4 - 5m + 5$$

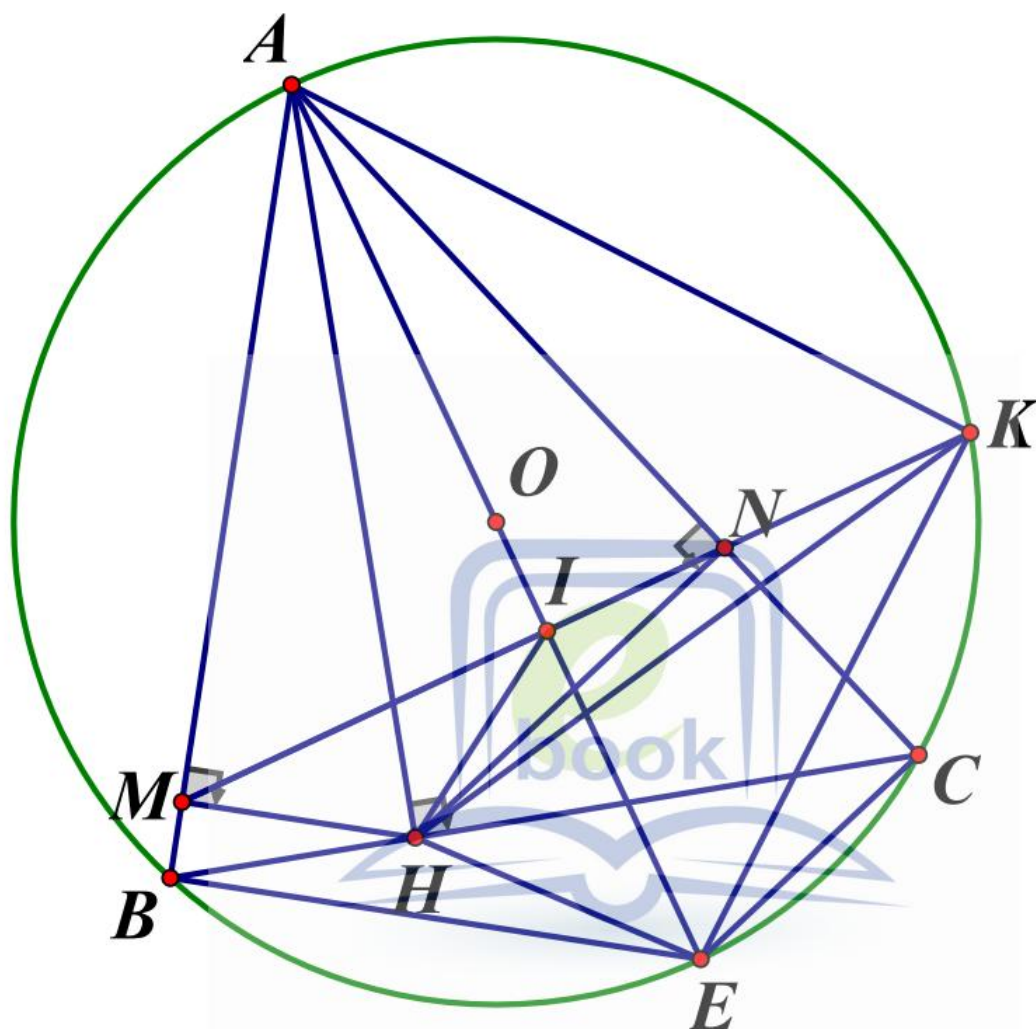
$$= m^2 - m + 9 = m^2 - 2m \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 9 - \frac{1}{4}$$

$$= \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{35}{4} \geq \frac{35}{4} \Rightarrow A \geq \frac{35}{4}$$

A đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{35}{4} \Leftrightarrow m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Vậy $m = \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm

Câu 4.



a) Do $HM \perp AB, HN \perp AC(gt) \Rightarrow \angle AMH = \angle ANH = 90^\circ$

Xét tứ giác $AMHN$ có $\angle AMH + \angle ANH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp

b) Do $AMHN$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle HMN = \angle HAN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

Mà $\angle HAN + \angle ACB = 90^\circ$ ($\triangle AHC$ vuông tại H)

$\Rightarrow \angle HMN + \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle HMN + \angle NCB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle HMN + \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle HMN + \angle NCB = 90^\circ$

Xét tứ giác $BMNC$ có: $\angle BMN + \angle NCB = \angle BMH + \angle HMN + \angle NCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $BMNC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

$\Rightarrow \angle AMN = \angle ACB$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Xét tam giác AMN và tam giác ACB có:

BAC chung; $AMN = ACB$ (cmt)

$$\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB (g.g) \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} \Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$$

c) *) Tứ giác $BMNC$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow ANM = MBC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Mà $MBC = ABC = AEC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\Rightarrow ANM = AEC$

Mà $ACE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \Delta ACE$ vuông tại C

$$\Rightarrow ACE + EAC = 90^\circ \Rightarrow ANM + EAC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AIN \text{ vuông tại } I \Rightarrow AIN = 90^\circ \Rightarrow NIE = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CEIN$ có: $NIE + NCE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $CEIN$ nội tiếp

*) Giả sử MN cắt (O) tại K sao cho N nằm giữa M, K

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC ta có: $AH^2 = AN \cdot AC$ (1)

Nối $KE \Rightarrow AKE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $AKE \Rightarrow AK^2 = AI \cdot AE$ (2)

Xét ΔAIN và ΔACE có: $AIN = ACE = 90^\circ$; CAE chung

$$\Rightarrow \Delta AIN \sim \Delta ACE (g.g) \Rightarrow \frac{AN}{AE} = \frac{AI}{AC} \Rightarrow AN \cdot AC = AI \cdot AE$$
 (3)

Từ (1) (2) (3) $\Rightarrow AH^2 = AK^2 \Leftrightarrow AH = AK \Rightarrow \Delta AHK$ cân tại A (đpcm)

Câu 5.

Ta có: $a + 2b + c \geq 4(1-a)(1-b)(1-c) \Leftrightarrow a + 2b + c \geq 4(a+b)(b+c)(c+a)$

Áp dụng BĐT Cô si ta có:

$$a + 2b + c = a + b + b + c \geq 2\sqrt{(a+b)(b+c)}$$

$$\Leftrightarrow (a + 2b + c)^2 \geq 4(a+b)(b+c)$$

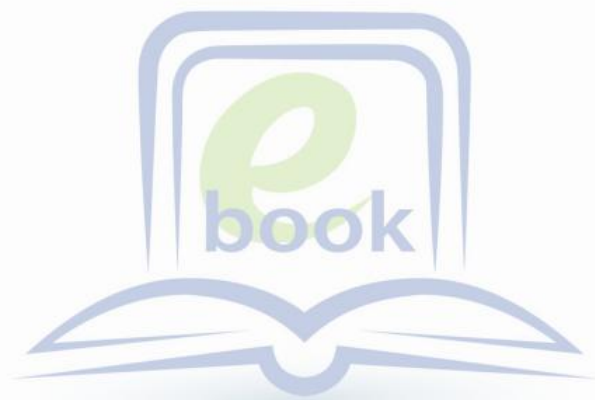
$$\Leftrightarrow (a + 2b + c)^2 (c+a) \geq 4(a+b)(b+c)(c+a)$$

Ta cần chứng minh: $(a + 2b + c)^2 (a+c) \leq (a + 2b + c) \Leftrightarrow (a + 2b + c)(a+c) \leq 1$

Áp dụng BĐT Cô si ta có: $(a + 2b + c)(a+c) \leq \frac{a + 2b + c + a + c}{2} = \frac{2(a+b+c)}{2} = 1$

Vậy Bất đẳng thức được chứng minh

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=b+c \\ a+2b+c=a+c \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=0 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c=\frac{1}{2} \\ b=0 \end{cases}$$



Câu 1. (1,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a)\sqrt{4}+3$$

$$b) \sqrt{5} + \sqrt{(6 - \sqrt{5})^2}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $H = \frac{2x^2 + 2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức H

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $\sqrt{x} - H < 0$

Câu 3. (2,5 điểm) 1) Cho đường thẳng $(d): y = x - 1$ và Parabol $(P): y = 3x^2$

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc $Parabol(P)$, biết điểm A có hoành độ $x = -1$

b) Tìm b để đường thẳng (d) và đường thẳng (d') : $y = \frac{1}{2}x + b$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành

2) a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b) Tìm tham số a để hệ phương trình $\begin{cases} x - y = a \\ 7x - 2y = 5a - 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $y = 2x$

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - x_2)^2 + 6m = x_1 - 2x_2$

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B, C là hai tiếp điểm) với đường tròn. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Từ điểm M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại D và E ($MD < ME$), cắt BC tại F, cắt AC tại I

a) Chứng minh $MBOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $FD.FE = FB.FC$; $FI.FM = FD.FE$

c) Đường thẳng OI cắt đường tròn (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB).

Đường thẳng QF cắt đường tròn (O) tại K (K khác Q). Chứng minh 3 điểm P, K, M thẳng hàng

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$b) \sqrt{5} + \sqrt{(6 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} + |6 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} + 6 - \sqrt{5} = 6$$

Câu 2.

$$a) x \geq 0, x \neq 1$$

$$H = \frac{2x^2 + 2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2x(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{\sqrt{x} - 1 - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$= \frac{2x}{x-1} + \frac{-2}{x-1} = \frac{2x-2}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

$$b) \text{Điều kiện } x \geq 0, x \neq 1$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } \sqrt{x} - H < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có: } 0 \leq x \leq 4, x \neq 1$$

$$\text{Vậy với } 0 \leq x \leq 4, x \neq 1 \text{ thì } \sqrt{x} - H < 0$$

Câu 3.

1)

$$a) \text{Điểm } A \text{ có hoành độ } x = -1 \text{ và thuộc parabol } (P): y = 3x^2 \text{ nên thay hoành độ } x = -1 \text{ vào hàm số ta được } y_A = 3 \cdot (-1)^2 = 3 \Rightarrow A(-1; 3) \text{ thỏa mãn bài toán}$$

$$b) \text{Gọi } B(x_B; 0) \in (d) \text{ là điểm thuộc trục hoành và là giao điểm của hai đường thẳng } d, d'$$

$$\text{Ta có: } B(x_B, 0) \in (d): y = x - 1 \Rightarrow 0 = x_B - 1 \Leftrightarrow x_B = 1 \Rightarrow B(1; 0)$$

$$\text{Lại có: } B(1; 0) \in d': y = \frac{1}{2}x + b \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } b = -\frac{1}{2} \text{ thỏa mãn bài toán}$$

2)

$$a) \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất } (x, y) = (2; 3)$$

b) Hệ phương trình có: $\frac{1}{7} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow$ hệ phương trình $\begin{cases} x - y = a(1) \\ 7x - 2y = 5a - 1(2) \end{cases}$ có nghiệm

duy nhất với mọi a .

Theo đề bài ta có hệ phương trình có nghiệm duy nhất thỏa mãn $y = 2x$

Thay $y = 2x$ vào (1) ta được: $x - 2x = a \Leftrightarrow x = -a \Rightarrow y = -2a$

Thay $x = -a, y = -2a$ vào (2) ta được:

$$7(-a) - 2(-2a) = 5a - 1 \Leftrightarrow -7a + 4a = 5a - 1$$

$$\Leftrightarrow -7a + 4a = 5a - 1 \Leftrightarrow -3a - 5a = -1$$

$$\Leftrightarrow -8a = -1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$$

Vậy $a = \frac{1}{8}$ thỏa mãn bài toán

Câu 4.

a) Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = 2$

b) Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ (1)

$$\text{Có } \Delta' = [-(m-1)]^2 - m^2 = m^2 - 2m + 1 - m^2 = 1 - 2m$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (1) ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$(x_1 - x_2)^2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4m^2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow 4(m^2 - 2m + 1) - 4m^2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow x_1 - 2x_2 = -2m + 4$$

Khi đó kết hợp với $x_1 + x_2 = 2m - 2$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 - 2x_2 = -2m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_2 = 4m - 6 \\ x_1 + x_2 = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = 2m - 2 - \frac{4}{3}m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2}{3}m \\ x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \end{cases}$$

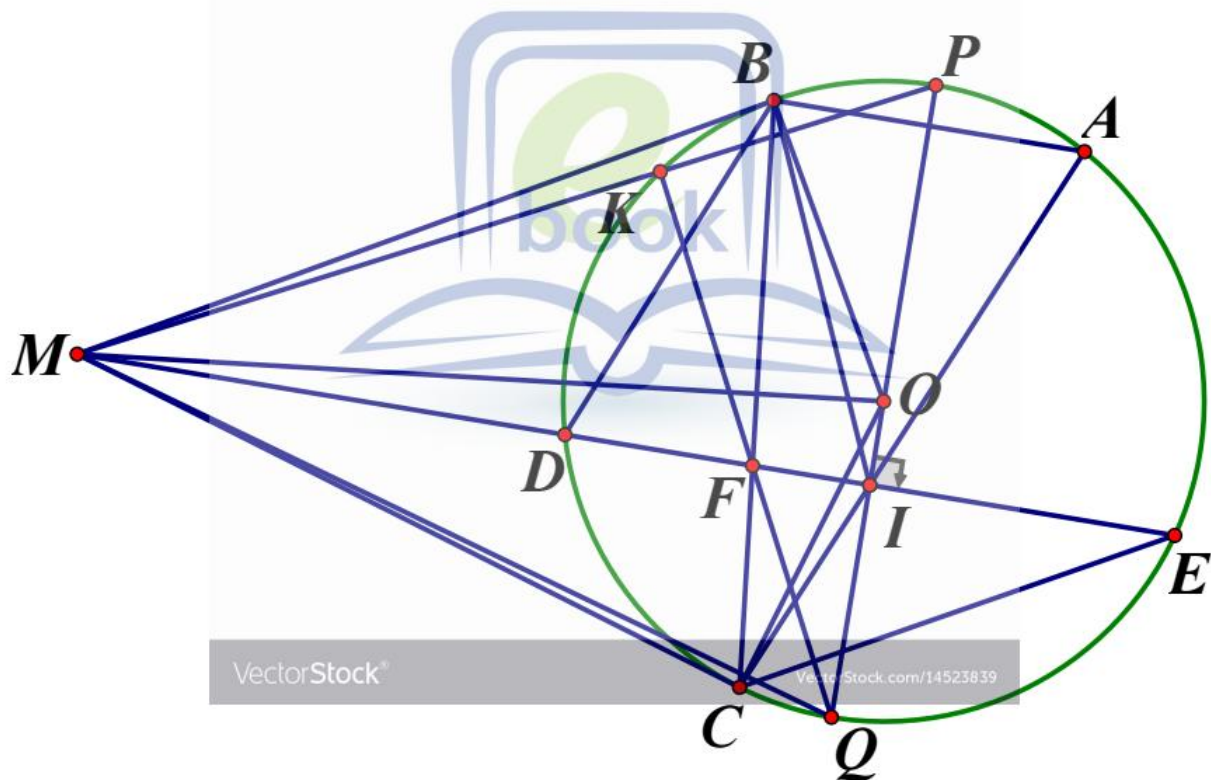
Thay $x_1 = \frac{2}{3}m, x_2 = \frac{4}{3}m - 2$ vào $x_1 x_2 = m^2$ ta có:

$$\left(\frac{4}{3}m - 2\right) \cdot \frac{2}{3}m = m^2 \Leftrightarrow \frac{-1}{9}m^2 - \frac{4}{3}m = 0$$

$$\Leftrightarrow -m\left(\frac{1}{9}m + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(tm) \\ m = -12(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 0, m = -12$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 5.



a) Do MB, MC là hai tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow OBM = OCM = 90^\circ$

Xét tứ giác $MBOC$ có: $OBM + OCM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $MBOC$ là tứ giác nội tiếp

b) +) Xét $\triangle FBD$ và $\triangle FEC$ có:

$BFD = EFC$ (hai góc đối đỉnh)

$FDB = FCE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE)

$$\Rightarrow \triangle FBD \sim \triangle FEC (g.g) \Leftrightarrow \frac{FB}{FE} = \frac{FD}{FC} \Rightarrow FD.FE = FB.FC \quad (1)$$

+) Ta có: $AB \parallel ME \Rightarrow BAC = DIC$ (đồng vị)

Mà $BAC = MBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn BC)

$$\Rightarrow DIC = MBC \Rightarrow MBF = CIF (*)$$

Xét $\triangle FBM$ và $\triangle FIC$ có:

$$BFM = IFC \text{ (đối đỉnh)}; MBF = CIF (cmt)$$

$$\Rightarrow \triangle FBM \sim \triangle FIC (g.g) \Rightarrow \frac{FB}{FI} = \frac{FM}{FC} \text{ (hai cạnh tương ứng)} \Rightarrow FI.FM = FB.FC (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow FI.FM = FD.FE (3)$$

c) Xét $\triangle FDK$ và $\triangle FQE$ có:

$$KFD = EFQ \text{ (đối đỉnh)}; FKD = FEQ \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } DQ)$$

$$\Rightarrow \triangle FDK \sim \triangle FEQ (g.g) \Rightarrow \frac{FK}{FE} = \frac{FD}{FQ} \Rightarrow FE.FD = FK.FQ (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow FI.FM = FK.FQ \Leftrightarrow \frac{FM}{FQ} = \frac{FK}{FI}$$

$$\text{Xét } \triangle FMQ \text{ và } \triangle FKI \text{ có: } \frac{FM}{FQ} = \frac{FK}{FI} (cmt); MFQ = KFI \text{ (đối đỉnh)}$$

$\Rightarrow \triangle FMQ \sim \triangle FKI (c.g.c.) \Rightarrow FMQ = FKI \Rightarrow$ Tứ giác $KIQM$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

$$\Rightarrow MKQ = MIQ \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MQ)$$

Theo (*) ta đã chứng minh được $MBF = CIF \Rightarrow MBC = MIF \Rightarrow$ Tứ giác $MBIC$ là tứ giác nội tiếp

Mà $MOBC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow M, B, O, I, C$ cùng thuộc một đường tròn

Ta có $OBM = 90^\circ (gt) \Rightarrow OM$ là đường kính của đường tròn đi qua 5 điểm M, B, O, I, C

$$\Rightarrow OIM = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow IM \perp OI \Rightarrow MIQ = 90^\circ$$

Ta có: $OBM = 90^\circ (gt) \Rightarrow OM$ là đường kính của đường tròn đi qua 5 điểm

$$M, B, O, I, C \Rightarrow OIM = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\Rightarrow IM \perp OI \Rightarrow MIQ = 90^0$$

$$\text{Từ (5)} \Rightarrow MKQ = MIQ = 90^0$$

Lại có $QKP = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$$\text{Từ đó ta có: } MKP = MKQ + QKP = 90^0 + 90^0 = 180^0$$

Vậy 3 điểm P, K, M thẳng hàng



Câu 1. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $K = \sqrt{9} + \sqrt{45} - 3\sqrt{5}$
2. Rút gọn biểu thức $Q = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$
3. Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 3$

Câu 2. (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $Parabol(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 4$

- 1) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính
- 3) Viết phương trình đường thẳng $(d'): y = ax + b$ biết (d') song song với (d) và đi qua điểm $N(2;3)$

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 - 7x + 10 = 0$ (không giải trực tiếp bằng máy tính)
- 2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$ (không giải trực tiếp bằng máy tính)
- 3) Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 6x + m = 0$
 - a) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2
 - b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - x_2^2 = 12$

Câu 4. (4,0 điểm)

- 1) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , biết $AB = 5cm, BH = 3cm$.
Tính AH, AC và $\sin CAH$
- 2) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn $(O; R)$ và lấy trên tiếp tuyến đó điểm P sao cho $AP > R$, từ P kẻ tiếp tuyến thứ hai tiếp xúc với đường tròn $(O; R)$ tại M
 - a) Chứng minh tứ giác $APMO$ nội tiếp được một đường tròn
 - b) Chứng minh BM song song với OP
 - c) Biết đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N, AN cắt OP tại K. PM cắt ON tại I, PN cắt OM tại J. Chứng minh K, I, J thẳng hàng

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) K = \sqrt{9} + \sqrt{45} - 3\sqrt{5}$$

$$3 + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3$$

$$\text{Vậy } K = 3$$

2) Điều kiện $x > 0$, ta có:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}} \\ &= \sqrt{x}-2 + \sqrt{x}+2 = 2\sqrt{x} \end{aligned}$$

$$3) \text{ ĐK: } x \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{x^2+4x+4} = 3 \Leftrightarrow x^2+4x+4=9$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x-5=0 \Leftrightarrow x^2+5x-x-5=0$$

$$\Leftrightarrow x(x+5)-(x+5)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+5)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-5; 1\}$

Câu 2.

1) Học sinh tự vẽ (P), (d)

2) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$2x^2 = 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \Rightarrow y=2 \\ x=2 \Rightarrow y=8 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $(-1; 2); (2; 8)$

3) Ta có (d') : $y = ax + b$ song song với đường thẳng

$$(d): y = 2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 4 \end{cases} \Rightarrow (d'): y = 2x + b (b \neq 4)$$

Đường thẳng (d') đi qua điểm $N(2;3)$ nên thay tọa độ điểm N vào phương trình (d') ta được: $3 = 2.2 + b \Rightarrow b = -1(tm)$

Vậy đường thẳng (d') : $y = 2x - 1$

Câu 3.

$$\begin{aligned} 1) \quad & x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5x + 10 = 0 \\ & \Leftrightarrow x(x-2) - 5(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-2) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{2; 5\}$

$$2) \quad \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (2; -1)$

3) a) Ta có: $\Delta' = 3^2 - m = 9 - m$
Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$
Vậy khi $m < 9$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

$$c) \quad \text{Với } m < 9, \text{ áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = m(*) \end{cases}$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } x_1^2 - x_2^2 = 12 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 12$$

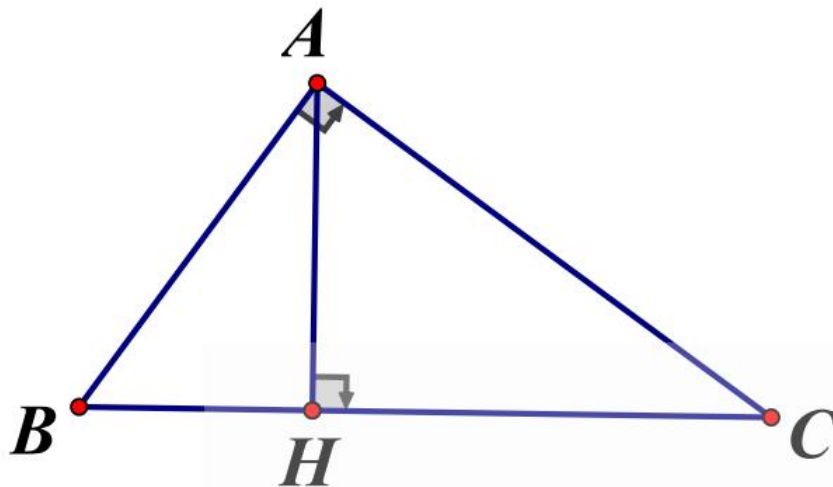
$$\text{Mà } x_1 + x_2 = 6 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 2$$

$$\text{Từ đó ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 8 \\ x_2 = 6 - x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases} (a)$$

Thay (a) vào (*) ta được: $x_1 x_2 = m \Leftrightarrow m = 8(tm)$

Vậy $m = 8$

Câu 4.



1)

Áp dụng định lý Pytago trong $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AH = \sqrt{16} = 4(cm)$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} = \frac{9}{400}$$

$$\Rightarrow AC^2 = \frac{400}{9} \Rightarrow AC = \frac{20}{3}(cm)$$

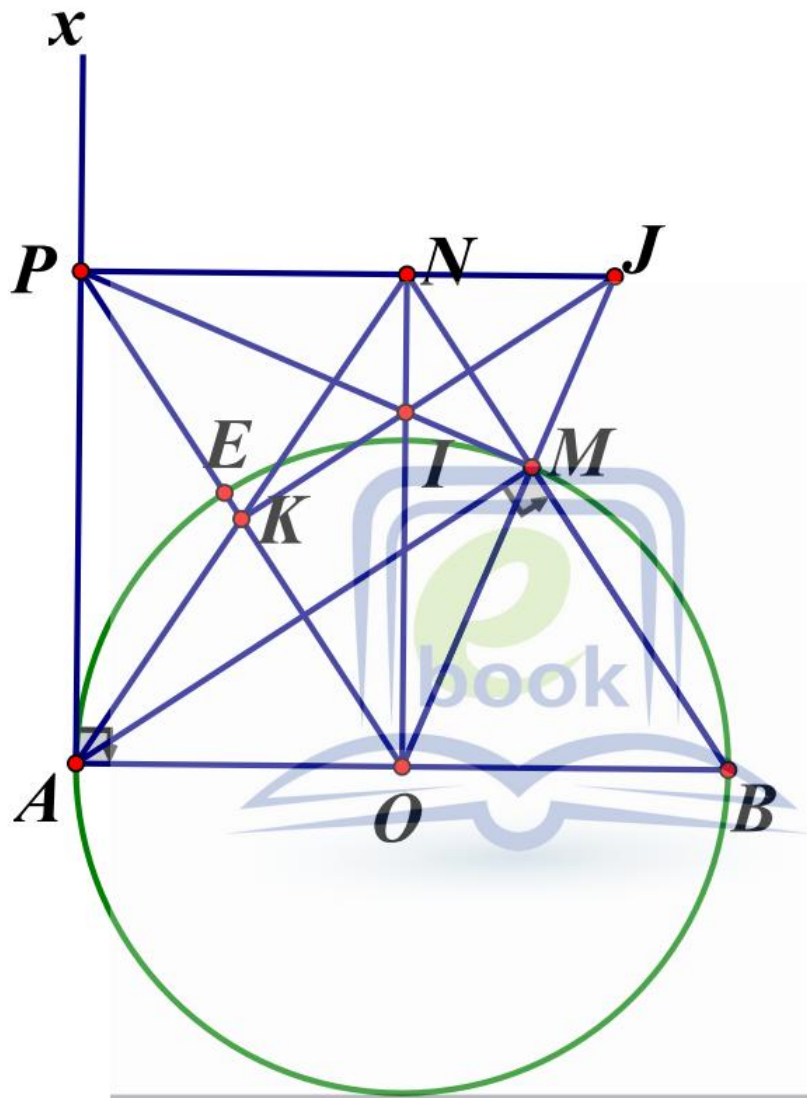
Áp dụng định lý Pytago trong $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = \frac{400}{9} - 16 = \frac{256}{9} \Rightarrow HC = \sqrt{\frac{256}{9}} = \frac{16}{3}(cm)$$

Xét $\triangle ACH$ vuông tại H ta có: $\sin CAH = \frac{CH}{AC} = \frac{16}{3} : \frac{20}{3} = \frac{4}{5}$

Vậy $AH = 4cm, AC = \frac{20}{3}cm, \sin CAH = \frac{4}{5}$

2)



a) Ta có PM là tiếp tuyến của (O) tại $M \Rightarrow OM \perp PM \Rightarrow OMP = 90^\circ$

PA là tiếp tuyến của (O) tại $A \Rightarrow PA \perp OA \Rightarrow OAP = 90^\circ$

Xét tứ giác $APMO$ ta có: $OMP + OAP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Mà hai góc này là hai góc đối diện nên $APMO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi E là giao điểm của OP với (O)

Ta có: PA, PM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại P .

$\Rightarrow OP$ là phân giác của $AOM \Rightarrow AOP = POM$ hay $AOE = EOM$

Mà AOE, EOM lần lượt là góc ở tâm chắn cung AE, EM

$\Rightarrow sd AE = sd EM$ (hai góc ở tâm bằng nhau chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow AOE = sd AE \Rightarrow sd AM = 2sd AE$

Lại có ABM là góc nội tiếp chắn cung $AM \Rightarrow ABM = \frac{1}{2}sd AM = sd AE$

$\Rightarrow AOE = ABM (= sd AE)$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow OE \parallel BM \Rightarrow OP \parallel BM (dfcm)$

c) Xét $\triangle OAP$ và $\triangle BON$ có:

$OAP = BON = 90^\circ, OA = BO (= R), POA = NBO$ (đồng vị)

$\Rightarrow \triangle OAP = \triangle BON (g.c.g) \Rightarrow AP = ON$ (hai cạnh tương ứng) và $OPA = BNO$ (1)

Ta có NO là trung trực của $AB \Rightarrow NA = NB \Rightarrow \triangle NAB$ cân tại N

\Rightarrow Đường cao NO đồng thời là phân giác $\Rightarrow ONA = ONB$ (2)

Theo tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau ta có: $OPA = MPO$ (3)

Từ (1) (2) (3) $\Rightarrow MPO = ONA$ hay $IPK = INK \Rightarrow$ Tứ giác $NPKI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow OIK = KPN(*)$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Xét tứ giác $OAPN$ có: $\begin{cases} AP = ON (cmt) \\ AP \parallel ON (\perp AB) \end{cases} \Rightarrow OAPN$ là hình bình hành, lại có

$OAP = 90^\circ \Rightarrow OAPN$ là hình chữ nhật $\Rightarrow ONP = 90^\circ \Rightarrow ONJ = 90^\circ$

Xét tứ giác $MINJ$ có $INJ + IMJ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $MINJ$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow JIN = JMN(**)$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung NJ)

Mặt khác: Tứ giác $ONMP$ có $OMP = ONP = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $ONMP$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng 1 cạnh dưới các góc vuông).

$\Rightarrow JMN = KPN(***)$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Từ $(*), (**), (***) \Rightarrow OIK = JIN$. Mà hai góc này ở vị trí đối đỉnh

Vậy K, I, J thẳng hàng.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm) *Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đúng trước phương án đó vào bài làm.*

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y = (1 - m)x + m + 1$ đồng biến trên \mathbb{R}

Câu 2. Phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$

- A. $x_1 + x_2 = 2$ B. $x_1 + x_2 = 1$ C. $x_1 + x_2 = -2$ D. $x_1 + x_2 = -1$

Câu 3. Cho điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị $y = -3x^2$. Biết $x_M = -2$. Tính y_M

- A. $y_M = 6$ B. $y_M = -6$ C. $y_M = -12$ D. $y_M = 12$

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 5. Với các số a, b thỏa mãn $a < 0, b < 0$ thì biểu thức $a\sqrt{ab}$ bằng:

- A. $-\sqrt{a^2b}$ B. $\sqrt{a^3b}$ C. $\sqrt{a^2b}$ D. $-\sqrt{a^3b}$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3cm, AC = 4cm$. Tính độ dài đường cao AH của tam giác ABC

- A. $AH = \frac{12}{7}cm$ B. $AH = \frac{5}{2}cm$ C. $AH = \frac{12}{5}cm$ D. $AH = \frac{7}{2}cm$

Câu 7. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 2cm$ và đường tròn tâm O' bán kính $R' = 3cm$. Biết $OO' = 6cm$. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đã cho là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8. Một quả bóng hình cầu có đường kính bằng $4cm$. Thể tích quả bóng là:

- A. $\frac{32}{3}\pi(cm^3)$ B. $\frac{32}{3}cm^3$ C. $\frac{256}{\pi}cm^3$ D. $\frac{256}{3}cm^3$

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

b) Chứng minh rằng: $\left(\frac{2}{\sqrt{a} + 3} - \frac{1}{\sqrt{a} - 3} + \frac{6}{a - 9}\right) \cdot (\sqrt{a} + 3) = 1$ (với $a \geq 0$ và $a \neq 9$)

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m - 2)x - 6 = 0$ (1) với m là tham số

a) Giải phương trình (1) với $m = 0$

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả giá trị của m để

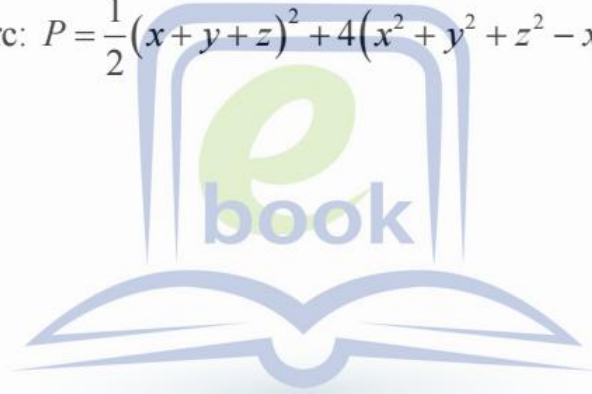
Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 \\ x^2 + xy - 2y = 4(x - 1) \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm) Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của đoạn AC, F là giao điểm thứ hai của EB với đường tròn (O) .

- Chứng minh : tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp, tam giác CEF đồng dạng với tam giác BEC .
- Gọi K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O) . Chứng minh $BF \cdot CK = BK \cdot CF$
- Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF

Câu 5. (1,0 điểm) Xét các số x, y, z thay đổi thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2}(x + y + z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$



ĐÁP ÁN

I. Phần trắc nghiệm

1B 2A 3C 4B 5D 6C 7D 8C

II. Phần tự luận

Câu 1.

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} \\ &= |\sqrt{2}-1| - (\sqrt{2}+1) = \sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \text{Ta có: } &\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3} - \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{6}{a-9} \right) \cdot (\sqrt{a}+3) \\ &= 2 - \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-3} + \frac{6}{\sqrt{a}-3} = 2 - \frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3} = 1 \text{ (đpcm)} \end{aligned}$$

Câu 2.

a) Với $m=0$, ta có (1) trở thành $x^2+2x-6=0$

$\Delta' = 7 > 0 \Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1-\sqrt{7}, x_2 = -1+\sqrt{7}$

b) Ta có $ac = -6 < 0$ nên với mọi giá trị của m phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt

$$c) \text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-2 \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases}, x_2^2 - (m-2)x_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 = (m-2)x_2 + 6$$

$$\text{Khi đó } x_2^2 - x_1 x_2 + (m-2)x_1 = 16 \Leftrightarrow (m-2)x_2 + 6 - x_1 x_2 + (m-2)x_1 = 16$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 10 \Leftrightarrow (m-2)^2 + 6 = 10 \Leftrightarrow (m-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=4 \end{cases}$$

$$\text{Câu 3. Giải hệ phương trình } \begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 & (1) \\ x^2 + xy - 2y = 4(x-1) & (2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } (2) \Leftrightarrow (x-2)^2 + y(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-2+y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2-x \end{cases}$$

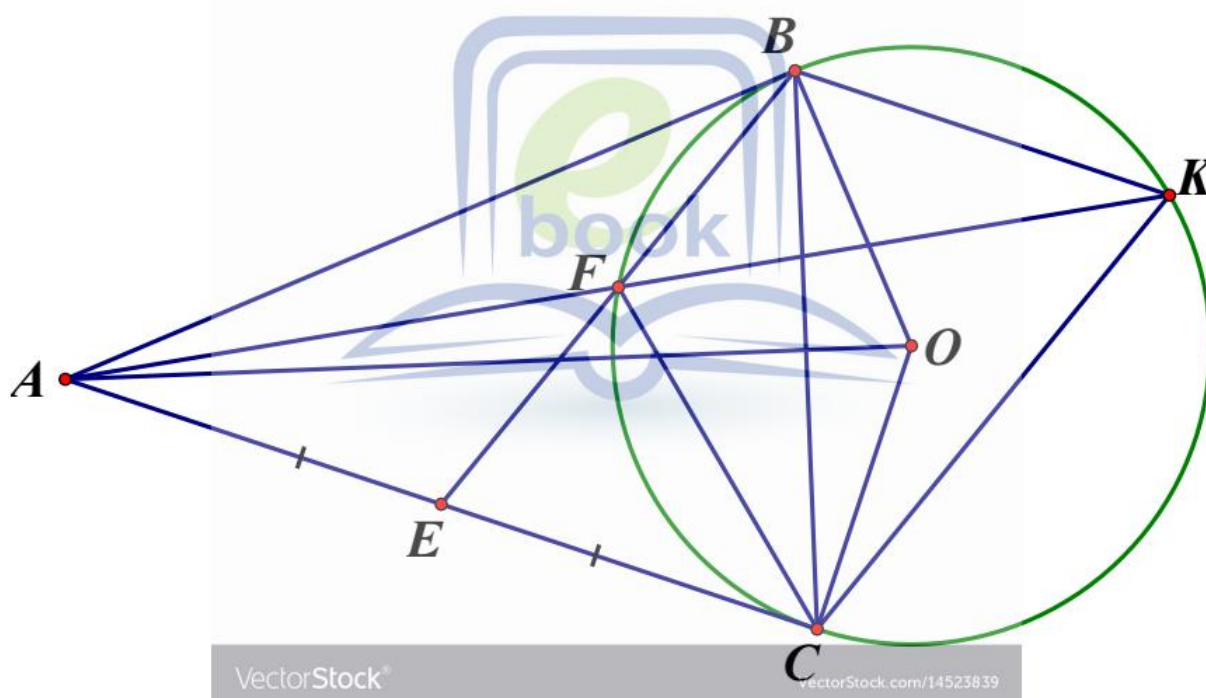
Với $x = 2$, ta có (1) trở thành $4 - 2y + y - 7 = 0 \Leftrightarrow y = -3$

Với $y = 2 - x$, ta có:

$$(1) \text{ trở thành } x^2 - x(2 - x) + 2 - x - 7 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x, y) \in \left\{ (2, -3); (-1, 3); \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right) \right\}$

Câu 4.



a) Ta có AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\angle ABO = 90^\circ$

Tương tự $\angle ACO = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABOC$ có $\angle ABO + \angle ACO = 180^\circ$ mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

Xét đường tròn (O) có $\angle ECF$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, $\angle CBF$ là góc nội tiếp cùng chắn CF nên $\angle ECF = \angle CBF$ hay $\angle ECF = \angle EBC$

Xét $\triangle CEF$ và $\triangle BEC$ có E chung; $\angle ECF = \angle EBC$
 $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle BEC(g.g)$

b) Chứng minh được $\triangle ABF \sim \triangle AKB(g.g) \Rightarrow \frac{BF}{BK} = \frac{AB}{AK}$ (1)

Tương tự : $\frac{CF}{CK} = \frac{AC}{AK}$ (2)

Lại có: AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) nên $AB = AC$ (3)

Từ (1) (2) (3) suy ra $\frac{BF}{BK} = \frac{CF}{CK} \Rightarrow BF \cdot CK = BK \cdot CF$

c) Từ $\triangle CEF$ đồng dạng với $\triangle BEC \Rightarrow \frac{EF}{EC} = \frac{EC}{EB}$

Lại có: $EA = EC$ nên $\frac{EF}{EA} = \frac{EA}{EB}$

Suy ra $\triangle AEF \sim \triangle BEA(c.g.c) \Rightarrow \angle EAF = \angle EBA$ hay $\angle EAF = \angle ABF$

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm E kẻ tia Ax là tia tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

Chứng minh được : $\angle EAF = \angle ABF$ (cùng bằng $\angle ABF$) \Rightarrow tia AE trùng với tia Ax

Vậy AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$.

Câu 5.

Ta có: $2 = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

Suy ra $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \neq 0$

Chứng minh được: $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq 0$ với mọi x, y, z

Nên $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx > 0 \Rightarrow x + y + z > 0$

Đặt $t = x + y + z (t > 0) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = \frac{2}{t}$. Khi đó ta có:

$$P = \frac{1}{2}(x + y + z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= \frac{t^2}{2} + \frac{8}{t} = \left(\frac{t^2}{2} + 2 \right) + \frac{8}{t} - 2$$

Áp dụng BĐT Cô si ta có: $\frac{t^2}{2} + 2 \geq 2\sqrt{\frac{t^2}{2} \cdot 2} = 2t$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = 2$

$$2t + \frac{8}{t} \geq 2\sqrt{2t \cdot \frac{8}{t}} = 8. \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow t = 2$$

$\Rightarrow P \geq 8 - 2 = 6$. Tồn tại $x = y = 1, z = 0$ thì $P = 6$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2019-2020
Môn thi: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút**

Câu 1.(2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60}$

b) $B = \frac{\sqrt{4x}}{x-3} \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 6x + 9}{x}} (0 < x < 3)$

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$, biết rằng đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $M(1; -1)$ và $N(2; 1)$
2. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 3 = 0$ (1) (m là tham số)
 - a) Giải phương trình (1) với $m = 4$
 - b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 và biểu thức $P = x_1x_2 - x_1 - x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 3. (1,5 điểm)

Tình cảm gia đình có sức mạnh thật phi thường. Bạn Vi Quyết Chiến – cậu bé 13 tuổi quá thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180km từ Sơn La đến bệnh viện nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35km/h . Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M . Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC)

- a) Chứng minh $BOMH$ là tứ giác nội tiếp
- b) MB cắt OH tại E . Chứng minh $ME.HM = BE.HC$
- c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC là K . Chứng minh ba điểm C, K, E thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình : $\sqrt{5x^2 + 27x + 25} - 5\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - 4}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60}$$

$$A = (2\sqrt{3} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + 2\sqrt{15}$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15}$$

$$= 6$$

$$b) B = \frac{\sqrt{4x}}{x-3} \cdot \sqrt{\frac{x^2-6x+9}{x}} \quad (0 < x < 3)$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{x-3} \cdot \sqrt{\frac{(x-3)^2}{x}}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{x-3} \cdot \frac{|x-3|}{\sqrt{x}} = \frac{-2(x-3)}{x-3} = -2 \quad (0 < x < 3)$$

Câu 2.

1. Điểm $M(1; -1)$ thuộc đồ thị nên thay $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ vào hàm số ta được

$$-1 = a \cdot 1 + b \Leftrightarrow a + b = -1 \quad (1)$$

Điểm $N(2; 1)$ thuộc đồ thị nên thay $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ vào hàm số ta được

$$1 = a \cdot 2 + b \Leftrightarrow 2a + b = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

Vậy hàm số đã cho là $y = 2x - 3$

2. a) Với $m = 4$ thì (1) trở thành: $x^2 - 8x + 15 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 5x + 15 = 0 \Leftrightarrow x(x-3) - 5(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=5 \end{cases}$$

Vậy với $m = 4$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{3; 5\}$

b) Phương trình (1) có hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m^2 - m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$$

Khi đó theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - m + 3 \end{cases}$

Ta có:

$$P = x_1 x_2 - x_1 - x_2 = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = m^2 - 3m + 3 = m(m - 3) + 3$$

Với $m \geq 3$ thì $m(m - 3) \geq 3 \cdot 0 = 0 \Rightarrow P \geq 3$. Dấu "=" xảy ra khi $m = 3$

Vậy $P_{\min} = 3 \Leftrightarrow m = 3$

Câu 3.

Gọi vận tốc xe đạp của bạn Chiến là $x(km/h)$ ($x > 0$)

\Rightarrow Quãng đường bạn Chiến đi được trong 7 giờ đạp xe là: $7x(km)$

\Rightarrow Quãng đường bạn Chiến được đi xe khác là: $180 - 7x(km)$

Vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là $35km/h$ nên vận tốc của xe khách là $x + 35(km/h)$

Bạn Chiến được đi xe khách trong 1 giờ 30 phút $= \frac{3}{2}$ giờ

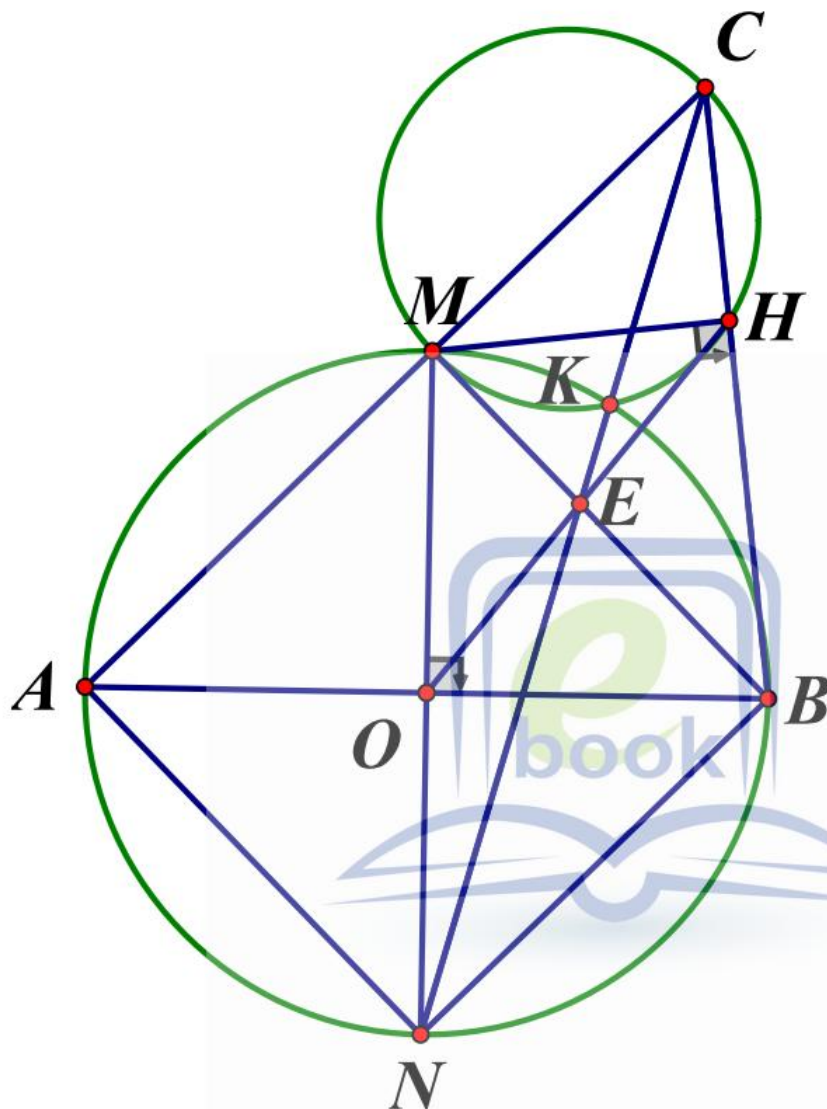
\Rightarrow Ta có phương trình:

$$\frac{180 - 7x}{\frac{3}{2}} = x + 35 \Leftrightarrow 180 - 7x = \frac{3}{2}(x + 35)$$

$$\Leftrightarrow 360 - 14x = 3x + 105 \Leftrightarrow 17x = 255 \Leftrightarrow x = 15(tm)$$

Vậy bạn Chiến đã đạp xe với vận tốc $15km/h$

Câu 4.



a) Vì $AB \perp MN$ tại O nên $\angle MOB = 90^\circ$

Vì $MH \perp BC$ tại H nên $\angle MHB = 90^\circ$

Xét tứ giác $BOMH$ có $\angle MOB + \angle MHB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên $BOMH$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có $AB = MN$, $AB \perp MN$ tại O nên $MBNA$ là hình vuông

Xét $\triangle HMB$ và $\triangle HCM$ có:

$\angle MHB = \angle CHM = 90^\circ$ và $\angle HMB = \angle MCH$ (cùng phụ với $\angle CMH$)

Suy ra $\triangle HMB \sim \triangle HCM (g.g) \Rightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{HC}{HM} (1)$

Vì tứ giác $BOHM$ nội tiếp (theo câu a) nên $MHE = OBM$ mà $OBM = 45^\circ$ ($MBNA$ là hình vuông)

Do đó $MHE = EHB$ hay HE là phân giác MHB

Xét tam giác MHB có HE là tia phân giác $MHB \Rightarrow \frac{ME}{EB} = \frac{MH}{HB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{HC}{HM} = \frac{ME}{EB} \Rightarrow HC \cdot EB = MH \cdot ME$ (dpcm)

c) *) Ta chứng minh C, E, N thẳng hàng

+) Theo câu b) ta có $HC \cdot EB = MH \cdot ME \Rightarrow \frac{HC}{HM} = \frac{ME}{EB}$ (3)

Xét $\triangle MHC$ và $\triangle BMC$ có:

C chung; $MHC = CMB = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle MCH \sim \triangle BCM$ (g - g) $\Rightarrow \frac{HC}{HM} = \frac{CM}{MB}$

Mà $MB = BN$ (do $AMBN$ là hình vuông)

$\Rightarrow \frac{HC}{HM} = \frac{CM}{BN}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{ME}{BE} = \frac{CM}{BN} \Rightarrow \frac{ME}{CM} = \frac{BE}{BN}$

Xét $\triangle MEC$ và $\triangle BEN$ có $MCE = NBE = 90^\circ$ và

$\frac{ME}{CM} = \frac{BE}{BN}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MEC \sim \triangle BEN$ (c.g.c)

$\Rightarrow MEC = BEN$ mà M, E, B thẳng hàng nên C, E, N thẳng hàng

*) Xét (O) có $MKN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vì $\triangle MHC$ vuông tại H nên đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC là đường tròn đường kính MC

Xét đường tròn đường kính MC có $MKC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $MKN + MKC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên ba điểm N, K, C thẳng hàng

Lại có N, E, C thẳng hàng (cmt) nên ba điểm E, K, C thẳng hàng

Câu 5.

ĐKXĐ: $x \geq 2$

$$\sqrt{5x^2 + 27x + 25} = 5\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 27x + 25 = 25(x+1) + x^2 - 4 + 10\sqrt{(x^2 - 4)(x+1)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x + 2 - 5\sqrt{(x^2 - 4)(x+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - x - 2) - 5\sqrt{(x^2 - 4)(x+1)} + 3(x+2) = 0$$

Đặt $\sqrt{x^2 - x - 2} = a \geq 0; \sqrt{x+2} = b \geq 2$

Phương trình trở thành:

$$2a^2 - 5ab + 3b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a - 3b)(a - b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2a = 3b \end{cases}$$

Với $a = b \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{5} (TM) \\ x = 1 - \sqrt{5} (KTM) \end{cases}$

Với $2a = 3b$

$$\Rightarrow 4(x^2 - x - 2) = 9(x+2) \Leftrightarrow 4x^2 - 13x - 26 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13 + 3\sqrt{65}}{8} (tm) \\ x = \frac{13 - 3\sqrt{65}}{8} (ktm) \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1 + \sqrt{5}; x = \frac{13 + 3\sqrt{65}}{8}$

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{2} + \sqrt{18}$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$
3. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): y = x - 3$ và $(d_2): y = -2x + 3$

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{3}{\sqrt{x} - 3} + \frac{6\sqrt{x}}{x - 9} (x \geq 0, x \neq 9)$
2. Cho phương trình $x^2 + 5x + m - 2 = 0$ (1) với m là tham số
 - a) Giải phương trình (1) khi $m = 6$
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $S = (x_1 - x_2)^2 + 8x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất

Câu 3. (1,0 điểm) Bác Bình gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng A, kỳ hạn một năm. Cùng ngày, bác gửi tiết kiệm 150 triệu đồng vào ngân hàng B, kỳ hạn một năm, với lãi suất cao hơn lãi suất của ngân hàng A là 1% / năm. Biết sau đúng 1 năm kể từ ngày gửi tiền, bác Bình nhận được tổng số tiền lãi là 16,5 triệu đồng từ hai khoản tiền gửi tiết kiệm nêu trên. Hỏi lãi suất tiền gửi tiết kiệm kỳ hạn 1 năm của ngân hàng A là bao nhiêu phần trăm?

Câu 4. (3,5 điểm)

1. Cho đường tròn tâm O và một điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M kẻ đường thẳng đi qua tâm O, cắt đường tròn tại hai điểm A, B (A nằm giữa M và B). kẻ đường thẳng thứ hai đi qua M, cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt C, D (C nằm giữa M và D, C khác A). Đường thẳng vuông góc với MA tại M cắt đường thẳng BC tại N, đường thẳng NA cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E
 - a) Chứng minh tứ giác AMNC là tứ giác nội tiếp
 - b) Chứng minh $DE \perp MB$
2. Trên một khúc sông với hai bờ song song với nhau, có một chiếc đò dự định chèo qua sông từ vị trí A ở bờ bên này sang vị trí B ở bờ bên kia, đường thẳng AB vuông góc với các bờ sông. Do bị dòng nước đẩy xiên nên chiếc đò đã cập bờ bên kia tại vị trí C cách B một khoảng bằng 30m. Biết khúc sông rộng 150m, hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc có số đo bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến giây).

Câu 5. (1,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tổng các ước nguyên dương của p^2 là một số chính phương
2. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \geq 2019$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\text{biểu thức } T = \frac{x^2}{x + \sqrt{yz}} + \frac{y^2}{y + \sqrt{zx}} + \frac{z^2}{z + \sqrt{xy}}.$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = \sqrt{2} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$2) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x, y) = (1; -1)$

$$3) \text{ Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng } (d_1): y = x - 3 \text{ \& } (d_2): y = -2x + 3 \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là $(x, y) = (2; -1)$

Câu 2.

$$1) DK: x \geq 0, x \neq 9$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{x-9} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - 3(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x - 3\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 9 + 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-9}{x-9} = 1 \end{aligned}$$

$$2) a) \text{ Ta có khi } m = 6 \text{ phương trình (1) thành } x^2 + 5x + 4 = 0 (*)$$

Phương trình có dạng $a - b + c = 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = -1; x_2 = -4$

Vậy khi $m = 6$ thì $S = \{-4; -1\}$

$$b) \text{ Phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 25 - 4(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{17}{4}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

$$S = (x_1 - x_2)^2 + 8x_1 x_2$$

$$= x_1^2 + x_2^2 + 6x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 + 4x_1 x_2$$

$$= (-5)^2 + 4(m-2) = 4m + 17$$

$$\text{Vì } m \leq \frac{17}{4} \Rightarrow 4m + 17 \leq 4 \cdot \frac{17}{4} + 17 = 34$$

$$\text{Vậy } \text{Max} S = 34 \Leftrightarrow m = \frac{17}{4}$$

Câu 3.

Gọi lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn 1 năm của ngân hàng A là $x\%$ / năm ($x > 0$)

\Rightarrow Lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn 1 năm của ngân hàng B là $(x+1)\%$ / năm

Tiền lãi bác Bình nhận được sau 1 năm gửi vào ngân hàng A là: $100.x\%$ (triệu đồng)

Tiền lãi bác Bình nhận được sau 1 năm gửi vào ngân hàng B là: $150(x+1)\%$ (triệu đồng)

Tổng số tiền lãi bác Bình nhận được từ hai khoản tiết kiệm trên là 16,5 triệu đồng nên ta có phương trình:

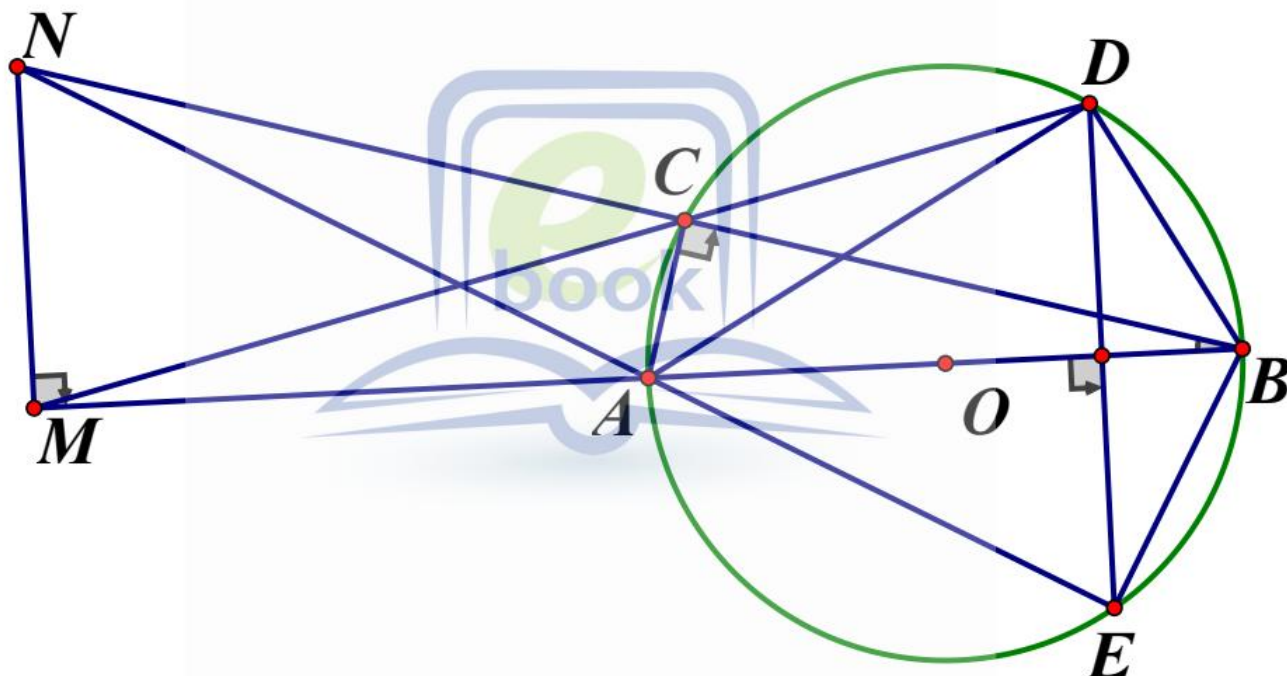
$$100\%x + 150(x+1)\% = 16,5$$

$$\Leftrightarrow 100x + 150x + 150 = 1650$$

$$\Leftrightarrow 250x = 1500$$

$$\Leftrightarrow x = 6(tm)$$

Vậy lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn một năm của ngân hàng A là 6%.

Câu 4.

1)

VectorStock®

VectorStock.com/14523839

a) Ta có: $MN \perp AB \Rightarrow NMA = 90^\circ$

ACB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow ACB = AMN = 90^\circ$

$\Rightarrow AMNC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

b) Ta có tứ giác $AMNC$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow CNA = CMA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AC)

hay $BNE = BMD$ (1)

Xét đường tròn (O) ta có:

BNE là góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn chắn cung AC và BE

$$\Rightarrow BNE = \frac{1}{2}(sd BE - sd AC) \quad (2)$$

DMB là góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn chắn cung AC và BD

$$\Rightarrow DMB = \frac{1}{2}(sd BD - sd AC) \quad (3)$$

Từ (1) (2) (3) suy ra $sd BD = sd BE \Rightarrow BD = BE$ (2 cung bằng nhau căng 2 dây bằng nhau)
 $\Rightarrow B$ nằm trên đường trung trực của DE (4)

Lại có: $ADB = AEB = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle AEB$ có: $ADB = AEB = 90^\circ$ (cmt), AB chung; $BD = BE$ (cmt)

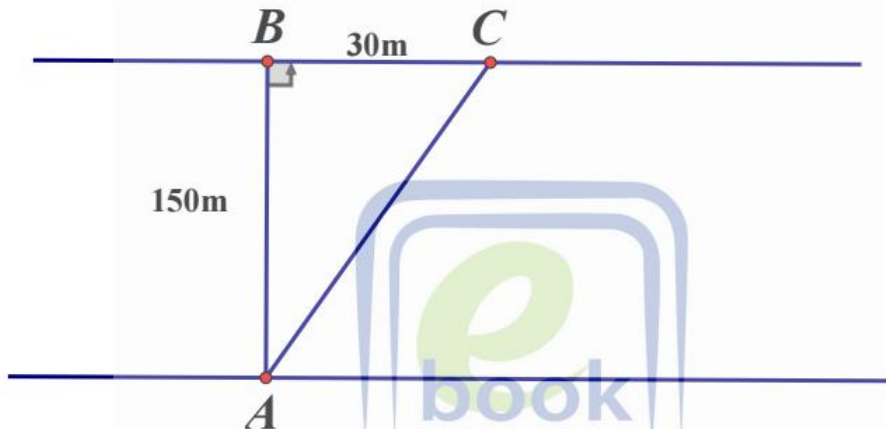
$\Rightarrow \triangle ADB = \triangle AEB$ (ch - cv) $\Rightarrow AD = AE$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow A$ nằm trên đường trung trực của DE (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow AB$ là đường trung trực của DE

$\Rightarrow AB \perp DE$ hay $MB \perp DE$ (đpcm)

2)



Ta có: $AB \perp BC \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\tan ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{150}{30} = 5 \Rightarrow ACB = 78^\circ 41' 24''$$

Vậy dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc có số đo bằng:

$$90^\circ - 78^\circ 41' 24'' = 11^\circ 18' 36''$$

Câu 5.

1) Ta có p là số nguyên tố ($p \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow p^2$ là số có các ước nguyên dương là $1, p, p^2$

Theo đề bài ta có tổng các ước nguyên dương của p^2 là một số chính phương

$$\Rightarrow 1 + p + p^2 = k^2 \quad (k \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Rightarrow 4k^2 = 4p^2 + 4p + 4$$

$$\Leftrightarrow 4k^2 = (2p+1)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 - (2p+1)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (2k - 2p - 1)(2k + 2p + 1) = 3$$

Ta có: $k, p \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 2k + 2p + 1 > 0; 2k - 2p - 1 < 2k + 2p + 1$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 2k - 2p - 1 = 1 \\ 2k + 2p + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k - 2p = 2 \\ 2k + 2p = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ p = 0 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy không có số nguyên tố p nào thỏa mãn bài toán

2) Ta sẽ chứng minh bất đẳng thức $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ với $a, b, c, x, y, z > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho ba bộ số $\left(\frac{a}{\sqrt{x}}; \sqrt{x}\right), \left(\frac{b}{\sqrt{y}}; \sqrt{y}\right), \left(\frac{c}{\sqrt{z}}; \sqrt{z}\right)$ ta có:

$$\left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right)(x+y+z) = \left[\left(\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{y}}\right)^2 + \left(\frac{c}{\sqrt{z}}\right)^2\right] \left[(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{z})^2\right]$$

$$\geq \left(\frac{a}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{y}} \cdot \sqrt{y} + \frac{c}{\sqrt{z}} \cdot \sqrt{z}\right)^2 = (a+b+c)^2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$$

Áp dụng bất đẳng thức trên cho các số hạng trong T ta có:

$$T = \frac{x^2}{x+\sqrt{yz}} + \frac{y^2}{y+\sqrt{zx}} + \frac{z^2}{z+\sqrt{xy}} \geq \frac{(x+y+z)^2}{(x+y+z) + (\sqrt{yz} + \sqrt{zx} + \sqrt{xy})}$$

$$\text{Mà } \sqrt{yz} + \sqrt{zx} + \sqrt{xy} \leq \frac{y+z}{2} + \frac{x+z}{2} + \frac{x+y}{2} \text{ (BDT..Co-si)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{yz} + \sqrt{zx} + \sqrt{xy} \leq x+y+z$$

$$\Rightarrow T \geq \frac{(x+y+z)^2}{(x+y+z) + (x+y+z)} = \frac{x+y+z}{2} \geq \frac{2019}{2}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 673$

$$\text{Vậy } T_{\min} = \frac{2019}{2} \Leftrightarrow x = y = z = 673$$

Bài 1. (2,0 điểm) Giải bất phương trình và hệ phương trình sau:

a) $7x - 2 > 4x + 3$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = 3x + 2$

a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{a}-1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right)$

b) Chứng minh rằng phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 4$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$

Bài 4. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại C nội tiếp trong đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R, \angle ABC = 60^\circ$. Gọi H là chân đường cao hạ từ C xuống AB , K là trung điểm đoạn thẳng AC . Tiếp tuyến tại B của đường tròn tâm O cắt AC kéo dài tại điểm D .

a) Chứng minh tứ giác $CHOK$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $AC \cdot AD = 4R^2$

c) Tính theo R diện tích phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O .

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) 7x - 2 > 4x + 3 \Leftrightarrow 7x - 4x > 3 + 2$$

$$\Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{5}{3}$

$$b) \begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 2 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) = (1; -2)$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số ta có:

$$2x^2 = 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 8 \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(2; 8)$ và $B\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Bài 3.

a) Điều kiện $a > 0, a \neq 1$

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right) = \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)^2 - (\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \\ &= \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{a-2\sqrt{a}+1-a-2\sqrt{a}-1}{a-1} = \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{-4\sqrt{a}}{a-1} = -2 \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\Delta' = (m-1)^2 - (2m-4) = m^2 - 2m + 1 - 2m + 4 = m^2 - 4m + 5 = (m-2)^2 + 1 > 0 \forall m$$

nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm với mọi m

Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = 2m-4 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có :

$$A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$\Rightarrow A = 4(m-2)^2 - 2(2m-4) = 4m^2 - 8m + 4 - 4m + 8$$

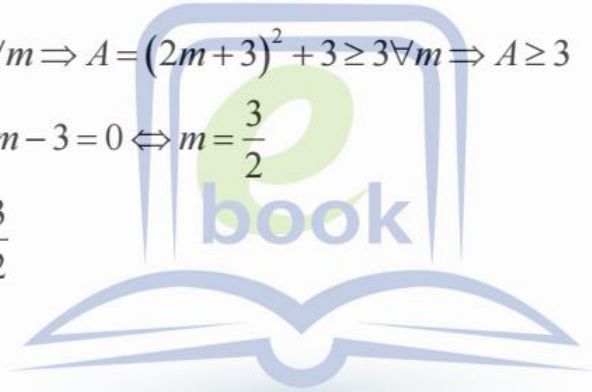
$$= 4m^2 - 12m + 12 = (4m^2 - 12m + 9) + 3$$

$$= (2m-3)^2 + 3$$

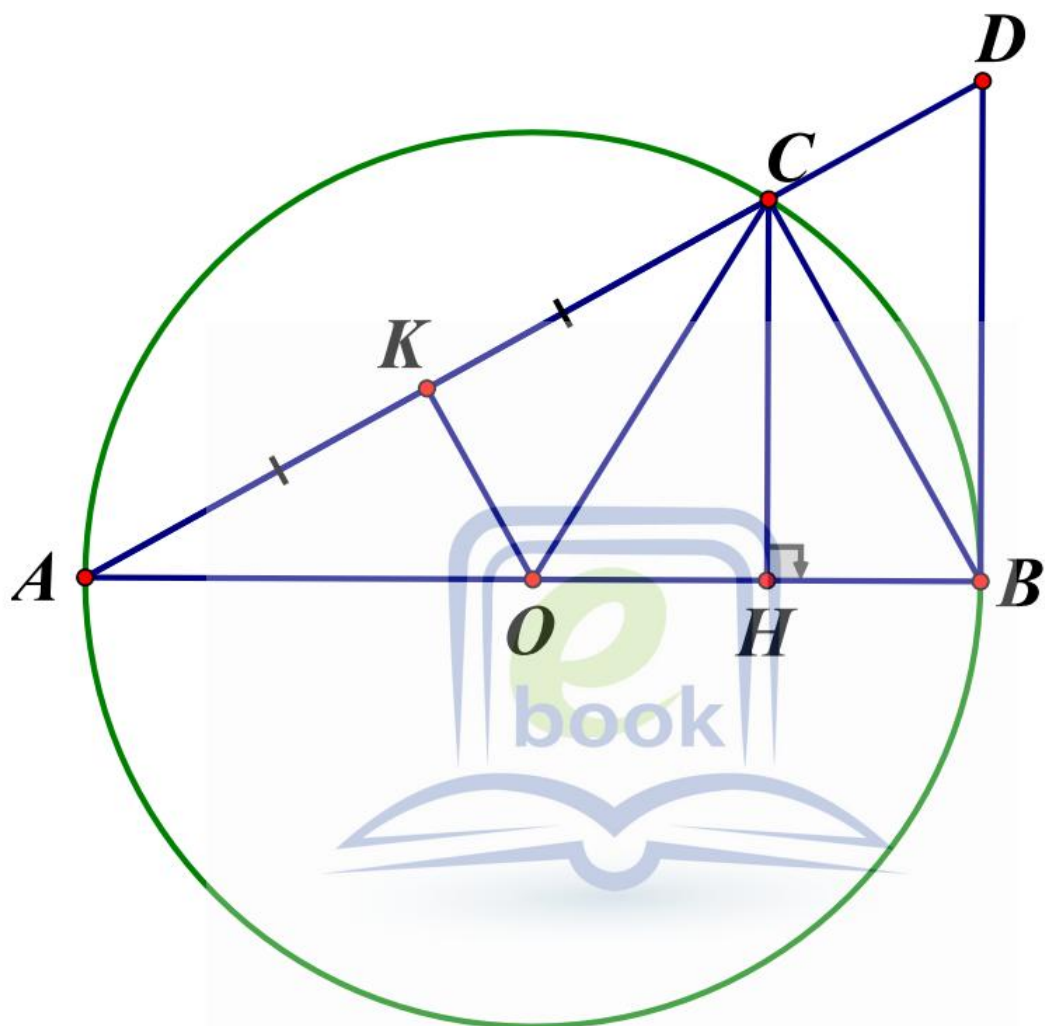
Ta có: $(2m-3)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow A = (2m-3)^2 + 3 \geq 3 \forall m \Rightarrow A \geq 3$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2m-3=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$

Vậy $A_{\min} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$



Bài 4.



a) $CH \perp AB(gt) \Rightarrow OHC = 90^0$

K là trung điểm của $AC \Rightarrow OK \perp AC$ (tính chất đường kính dây cung) nên $OKC = 90^0$

Xét tứ giác $CHOK$ có $OHC + OKC = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $CHOK$ là tứ giác nội tiếp (đpcm)

b) Ta có: $C = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tam giác ACB và tam giác ABD có:

$$\angle ACB = \angle ABD = 90^0; \angle BAD \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle ABD(g.g) \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow AC \cdot AD = AB^2 = 4R^2 \text{ (đpcm)}$$

c) Nối C với O

Tam giác OBC cân tại O có $OBC = 60^\circ$ (gt) nên là tam giác đều $\Rightarrow BOC = 60^\circ$

$$CH \perp OB \Rightarrow H \text{ là trung điểm của } OB \Rightarrow HB = \frac{R}{2}$$

Tam giác CHB vuông tại H $\Rightarrow CH^2 + HB^2 = CB^2$ (định lý Pytago)

$$\Rightarrow CH = \sqrt{CB^2 - HB^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{\Delta COB} = \frac{1}{2} OB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Diện tích hình quạt } S_{q(COB)} = \frac{60 \cdot \pi \cdot R^2}{360} = \frac{\pi R^2}{6}.$$

\Rightarrow Diện tích hình viên phân tạo bởi dây và cung nhỏ CB là:

$$S_{vp} = S_{qCOB} - S_{\Delta COB} = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} CH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot 2R = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

Do $CH \parallel DB$ (cùng vuông góc với AB) nên $\frac{AH}{AB} = \frac{CH}{DB}$ (Định lý Ta-let)

$$\Rightarrow DB = \frac{AB \cdot CH}{AH} = \frac{2R \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{4} \cdot 2R} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Suy ra diện tích tam giác } ABD \text{ là } S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} BA \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{3} = \frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy diện tích hình cần tìm là :

$$S = S_{ABD} - S_{ABC} - S_{vp} \\ = \frac{2R^2\sqrt{3}}{3} - \frac{R^2\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{5R^2\sqrt{3}}{12} - \frac{\pi R^2}{6}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{5R^2\sqrt{3}}{12} - \frac{\pi R^2}{6}$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm)

Câu 1. Tìm x biết $\sqrt{x} = 4$

- A. $x = 2$ B. $x = 4$ C. $x = 8$ D. $x = 16$

Câu 2. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R}

- A. $y = -\frac{1}{2}x$ B. $y = -2x$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = -3x + 1$

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $y = 3x - 5$

- A. $M(3; -5)$ B. $N(1; -2)$ C. $P(1; 3)$ D. $Q(3; 1)$

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) =$

- A. $(-2; 5)$ B. $(5; -2)$ C. $(2; 5)$ D. $(5; 2)$

Câu 5. Giá trị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ tại $x = -2$ bằng

- A. -1 B. 4 C. 2 D. 1

Câu 6. Biết parabol $y = x^2$ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị $T = 2x_1 + 3x_2$ bằng:

- A. -5 B. -10 C. 5 D. 10

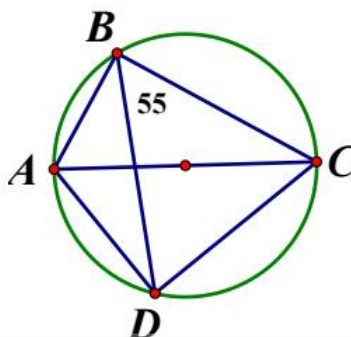
Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\tan C = \frac{AC}{BC}$ B. $\tan C = \frac{AB}{AC}$ C. $\tan C = \frac{AB}{BC}$ D. $\tan C = \frac{AC}{AB}$

Câu 8.

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AC. Biết $\angle DBC = 55^\circ$. Số đo $\angle ACD$ bằng:

- A. 30° C. 45°
 B. 40° D. 35°



Câu 9. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. a B. $2a$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 10. Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều dài bằng $2m$, chiều rộng bằng $1m$ gò thành một xung quanh của một hình trụ có chiều cao $1m$ (hai cạnh chiều rộng của hình nhật sau khi gò trùng khít với nhau). Thể tích của hình trụ đó bằng

- A. $\frac{1}{\pi}(m^2)$ B. $\frac{1}{2\pi}(m^2)$ C. $2\pi(m^2)$ D. $4\pi(m^2)$

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (7,5 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

Lớp 9A và lớp 9B của một trường THCS dự định làm 90 chiếc đèn ông sao để tặng các em thiếu nhi nhân dịp Tết Trung Thu. Nếu lớp 9A làm trong 2 ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn; nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn. Biết rằng số đèn từng lớp làm được trong mỗi ngày là như nhau. Hỏi nếu cả hai lớp cùng làm thì hết bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đã dự định

Câu 2. (2 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$ (m là tham số)

- a) Giải phương trình với $m = 2$

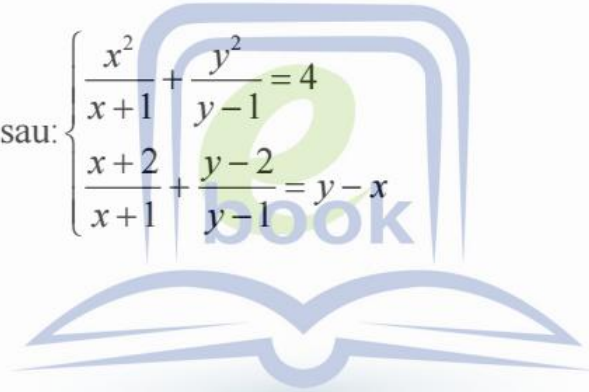
- b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
 c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $(x_1 + 6)(x_2 + 6) = 2019$

Câu 3. (3 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao $AD (D \in BC)$. Gọi I là trung điểm của AC , kẻ AH vuông góc với BI tại H

- a) Chứng minh tứ giác $ABDH$ nội tiếp. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDH$
 b) Chứng minh tam giác BDH đồng dạng với tam giác BIC
 c) Chứng minh $AB \cdot HD = AH \cdot BD = \frac{1}{2} AD \cdot BH$

Câu 4. (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y-1} = 4 \\ \frac{x+2}{x+1} + \frac{y-2}{y-1} = y-x \end{cases}$$



ĐÁP ÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

1D 2C 3B 4A 5C 6A 7B 8D 9C 10A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1.

Gọi số đèn lồng lớp 9A làm được trong 1 ngày là x (chiếc đèn) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 90$)

Số đèn lồng lớp 9B làm được trong 1 ngày là y (chiếc đèn) ($y \in \mathbb{N}^*, y < 90$)

Nếu lớp 9A làm trong hai ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn nên ta có phương trình: $2x + y = 23$ (1)

Nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn nên ta có phương trình: $x + 2y = 22$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 23 \\ x + 2y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 23 \\ 2x + 4y = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8(tm) \\ y = 7(tm) \end{cases}$$

Nên trong 1 ngày, cả hai lớp làm được số đèn là: $8 + 7 = 15$ chiếc đèn

Như vậy cả 2 lớp cùng làm hết 90 chiếc đèn xong trong số ngày là:

$$90 : 15 = 6 \text{ (ngày)}$$

Câu 2.

a) Thay $m = 2$ vào phương trình ta được:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) + (x - 3) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 3\}$

b) Ta có: $\Delta = m^2 - 4 \cdot (-3) = m^2 + 12 > 0 \forall m$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

c) Theo câu b) phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi

m , áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$(x_1 + 6)(x_2 + 6) = 2019$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 6x_1 + 6x_2 + 36 = 2019$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 6(x_1 + x_2) - 1983 = 0$$

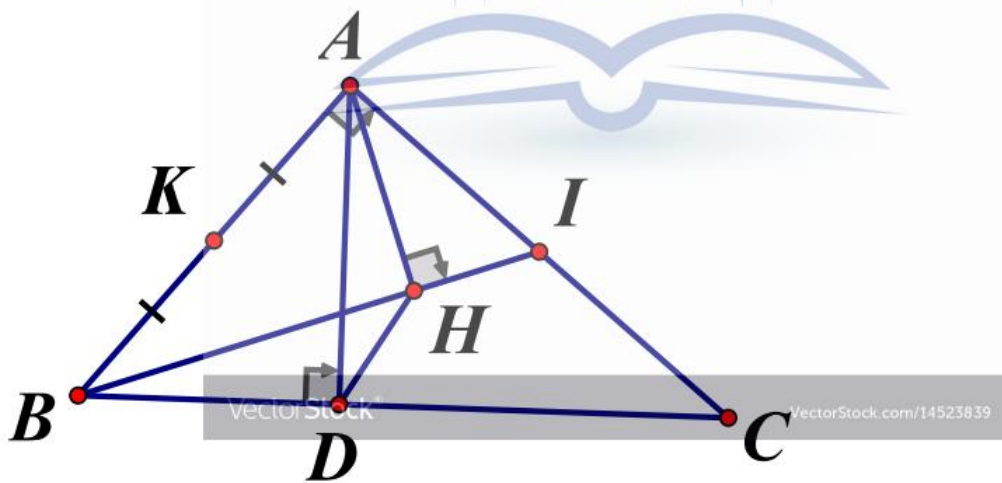
$$\Leftrightarrow -3 + 6m - 1983 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6m = 1986$$

$$\Leftrightarrow m = 331$$

Vậy $m = 331$ thỏa mãn điều kiện bài toán

Câu 3.



a) Xét tứ giác $AHDB$ có:

$$\begin{cases} \angle AHB = 90^\circ (AH \perp BI) \\ \angle ADB = 90^\circ (AD \perp BC) \end{cases} \Rightarrow \angle AHB = \angle ADB = 90^\circ$$

$\Rightarrow AHDB$ là tứ giác nội tiếp (có hai đỉnh D, H kề nhau cùng nhìn cạnh AB dưới các góc vuông).

Gọi K là trung điểm AB

Ta có AHB, ADB cùng thuộc đường tròn đường kính AB

Vậy K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHDB$

b) Vì tứ giác $AHDB$ nội tiếp (câu a) nên $BAD = BHD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD) (1)

Lại có: $BAD = ACB$ (2) (cùng phụ với ABD)

Từ (1) và (2) suy ra $BHD = ICB (= BAD)$

Xét $\triangle BHD$ và $\triangle BCI$ có: B chung; $BHD = ICB$ (cmt) $\Rightarrow \triangle BHD \sim \triangle BCI$ (g.g) (dfcm)

c) Vì $\triangle BHD \sim \triangle BCI$ (cmt) $\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{HD}{IC}$ mà $IC = \frac{1}{2}AC$

Nên $\frac{BH}{BC} = \frac{HD}{\frac{1}{2}AC} \Leftrightarrow \frac{HB}{HD} = \frac{2BC}{AC}$ (3)

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle CAB$ có: B chung; $ADB = BAC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle CAB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AD}{CA} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AD}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có: $\frac{HB}{HD} = \frac{2AB}{AD} \Leftrightarrow HD \cdot AB = \frac{1}{2}AD \cdot BH$ (*)

Vì $\triangle BHD \sim \triangle BCI$ (cmt) $\Rightarrow \frac{IB}{IC} = \frac{BD}{HD}$ mà $IA = IC$ nên ta có $\frac{IB}{IA} = \frac{BD}{HD}$ (5)

Xét $\triangle AHB$ và $\triangle IAB$ có: ABI chung; $AHB = BAI = 90^\circ \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle IAB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{AB}{AH}$ (6)

Từ (5) và (6) ta có: $\frac{DB}{HD} = \frac{AB}{AH} \Leftrightarrow AH \cdot BD = AB \cdot HD$ (**)

Từ (*), (**) ta có: $AB \cdot HD = AH \cdot BD = \frac{1}{2}AD \cdot BH$ (dfcm)

Câu 4.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x+1 \neq 0 \\ y-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y-1} = 4 \\ \frac{x+2}{x+1} + \frac{y-2}{y-1} = y-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{x+1} - 2 + \frac{y^2}{y-1} - 2 = 0 \\ \frac{x+2}{x+1} + x + \frac{y-2}{y-1} - y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 2}{x+1} + \frac{y^2 - 2y + 2}{y-1} = 0 & (1) \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} - \frac{y^2 - 2y + 2}{y-1} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Leftrightarrow \frac{-4x - 4}{x+1} + \frac{2y^2}{y-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow -4 + \frac{2y^2 - 4y + 4}{y-1} = 0 \Leftrightarrow \frac{2y^2 - 4y + 4}{y-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 4y + 4 = 4y - 4 \Leftrightarrow 2y^2 - 8y + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(y-2)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 2(tm)$$

Thay $y = 2$ vào phương trình: $\frac{x^2}{x+1} + \frac{4}{1} = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} + 4 = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) = (0; 2)$

I. TRẮC NGHIỆM (3,00 điểm)

Câu 1. Với $x > 0$ thì biểu thức nào sau đây luôn có nghĩa ?

- A. $\sqrt{2-x}$ B. $\sqrt{x-2}$ C. $\sqrt{2x}$ D. $\sqrt{-2x}$

Câu 2. Sau khi rút gọn, biểu thức $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} - \sqrt{5}$ có giá trị bằng

- A. 2 B. -2 C. $2-2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}-2$

Câu 3. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=0 \end{cases}$ là cặp số $(x;y)$ nào sau đây ?

- A. (3;1) B. (0;0) C. (1;-1) D. (-1;1)

Câu 4. Hai đường thẳng $y = (m^2 - 3)x - m$ và $y = x + 2$ song song với nhau khi m bằng

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\pm\sqrt{2}$

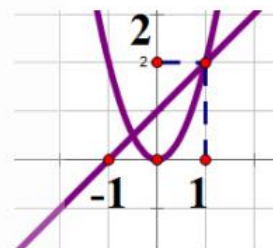
Câu 5. Phương trình nào sau đây là phương trình trùng phương ?

- A. $x^2 + 3x - 4 = 0$ B. $x^4 + 2x^2 + 1 = 0$ C. $2x^4 + x^3 + 1 = 0$ D. $2x^4 + 3x - 5 = 0$

Câu 6.

Cho parabol (P): $y = ax^2$ và đường thẳng (d): $y = x + b$. Dựa vào hình vẽ, hãy xác định hệ số a, b của hai hàm số trên.

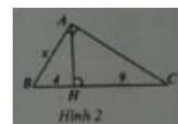
- A. $a = \frac{1}{2}, b = -1$ B. $a = \frac{1}{2}, b = 1$
B. $a = 2, b = -1$ D. $a = 2, b = 1$



Câu 7.

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $BH = 4, HC = 9$. Đặt $AB = x$ (hình vẽ), tính x

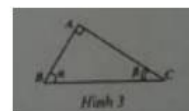
- A. $x = 36$ B. $x = 6$ C. $x = 3\sqrt{13}$ D. $x = 2\sqrt{13}$



Câu 8.

Cho tam giác ABC vuông tại A , $B = \alpha, C = \beta$. Hệ thức nào sau đây luôn đúng

- A. $\sin \alpha + \cos \beta = 1$ B. $\tan \alpha = \cot \beta$
C. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \beta = 1$ D. $\sin \alpha = \cos \alpha$



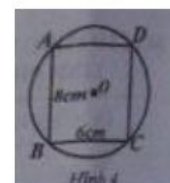
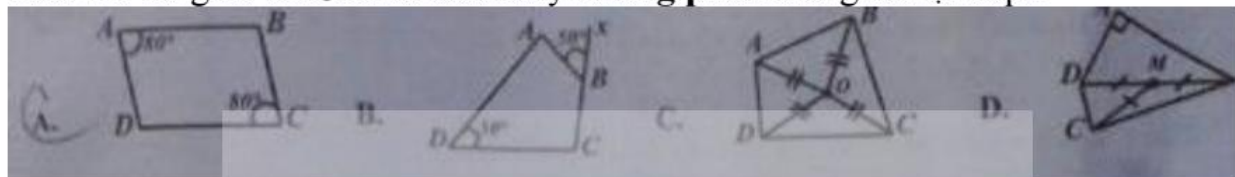
Câu 9. Gọi m là số giao điểm của một đường thẳng và một đường tròn. Trường hợp nào sau đây **không thể** xảy ra

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Câu 10.

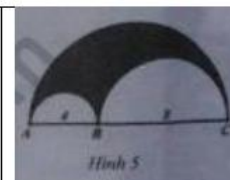
Cho hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$, biết $AB = 8cm, BC = 6cm$. Độ dài bán kính R là:

- A. 14 cm B. 7cm
C. 5cm D. 10cm

**Câu 11.** Tứ giác $ABCD$ nào dưới đây **không phải** là tứ giác nội tiếp?**Câu 12.**

Tính diện tích phần tô đậm được tạo bởi ba nửa đường tròn đường kính AB, BC, AC , biết $AB = 4cm, BC = 8cm$. Kết quả nào sau đây đúng:

- A. $64\pi cm^2$ B. $16\pi cm^2$
C. $12\pi cm^2$ D. $8\pi cm^2$

**II. TỰ LUẬN (7,00 điểm)****Câu 13. (1,5 điểm)**

- a) Tính $\sqrt{8} - \frac{2}{\sqrt{2}}$ b) Tìm hai số a, b thỏa mãn $a + b = -7, ab = 12$

Câu 14. (1,5 điểm) . Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ
b) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính

Câu 15. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người đi xe máy từ thị trấn Chí Thạnh đến thị trấn Hai Riêng với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, vì đoạn đường còn lại xấu nên người đó phải đi với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định $10km/h$, do đó đến thị trấn Hai Riêng muộn hơn dự định 18 phút. Tính vận tốc dự định, biết rằng quãng đường từ thị trấn Chí Thạnh đến thị trấn Hai Riêng là $90km$.

Câu 16. (2,0 điểm) Cho đường tròn (O) , đường kính AB . Lấy điểm C khác A và B trên đường tròn $(CA < CB)$. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M khác A và C . Vẽ ME vuông góc với AB tại E . Đoạn thẳng ME và AC cắt nhau tại D . Chứng minh rằng:

- a) $BCDE$ là tứ giác nội tiếp
b) $AM^2 = AD.AC$

- c) Vẽ dây CG của đường tròn (O) vuông góc với AB . Tia GE cắt đường tròn tại H ($H \neq G$), chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên cung nhỏ AC thì đường thẳng HD luôn đi qua một điểm cố định.

ĐÁP ÁN

I. TRẮC NGHIỆM

1C 2B 3C 4A 5B 6D

7D 8B 9D 10C 11A 12D

II. TỰ LUẬN

Câu 13.

a) $\sqrt{8} - \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

b) Ta có: $\begin{cases} S = a + b = -7 \\ P = ab = 12 \end{cases} \Rightarrow$ hai số a, b cần tìm là nghiệm phương trình

$$X^2 + 7X + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = -3 \\ X = -4 \end{cases}$$

Vậy hai số a, b thỏa mãn bài toán: $(a, b) = \{(-3, -4); (-4, -3)\}$

Câu 14.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P) và (d)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị:

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \Rightarrow y = -8 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng $d: y = x - 4$ cắt parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$ tại hai điểm phân biệt

$(-4, -8); (2, -2)$

Câu 15.

Gọi vận tốc dự định của người đó là $x(km/h)$ ($x > 10$)

Thời gian đi từ thị trấn Chí Thạnh đến thị trấn Hai Riêng theo dự định: $\frac{90}{x}$ giờ

$\frac{1}{3}$ quãng đường đầu dài $90 : 3 = 30km$

Thời gian người đó đi $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu: $\frac{30}{x}$ giờ

Quãng đường còn lại dài $90 - 30 = 60km$

Vận tốc người đó đi quãng đường còn lại là $x - 10(km / h)$

Thời gian người đó đi quãng đường còn lại là: $\frac{60}{x - 10}$ giờ

Tổng thời gian người đó đi theo thực tế là: $\frac{30}{x} + \frac{60}{x - 10}$ (giờ)

Vì người đó đến thị trấn Hai Riêng muộn hơn dự định 18 phút $\left(= \frac{3}{10}h \right)$ nên ta có phương

trình:

$$\frac{30}{x} + \frac{60}{x - 10} - \frac{3}{10} = \frac{90}{x} \Leftrightarrow \frac{60}{x - 10} - \frac{60}{x} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 600x - 600(x - 10) = 3x(x - 10)$$

$$\Leftrightarrow 600x - 600x + 6000 = 3x^2 - 30x$$

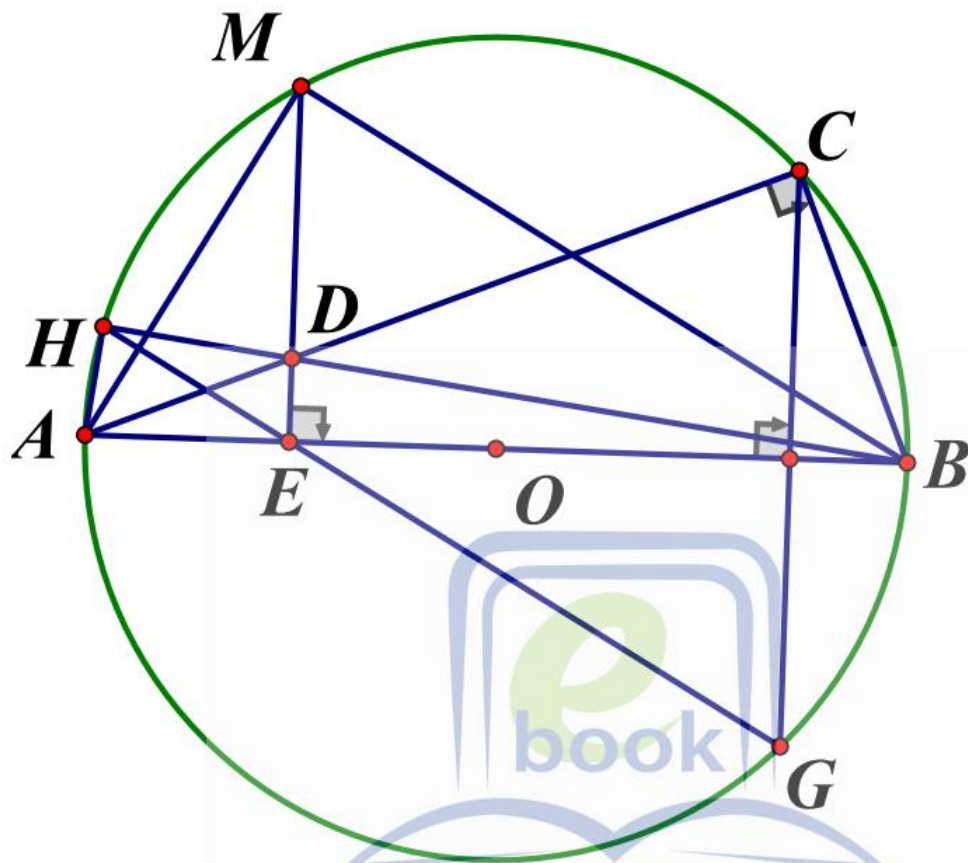
$$\Leftrightarrow 3x^2 - 30x - 6000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 50x + 40x - 2000 = 0 \Leftrightarrow x(x - 50) + 40(x - 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 50)(x + 40) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 50 = 0 \\ x + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50(tm) \\ x = -40(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự định của người đó là $50km / h$

Câu 16.



a) Ta có $ME \perp AB = \{E\} \Rightarrow MEB = 90^\circ$ hay $DEB = 90^\circ$

Lại có: ACB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow ACB = 90^\circ = DCB$

Tứ giác $BCDE$ có $BCD + DEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này là hai góc đối diện nên $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có: AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)

$\Rightarrow AMB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AMB$ vuông tại M

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle AMB$ vuông tại M có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE \cdot AB$

Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ABC$ ta có: A chung; $AED = ACB = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC (g.g) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Leftrightarrow AD \cdot AC = AE \cdot AB$

$\Rightarrow AM^2 = AD \cdot AC (= AE \cdot AB)$

c) Ta có: $\begin{cases} CG \perp AB(gt) \\ ME \perp AB(gt) \end{cases} \Rightarrow CG \parallel AB \Rightarrow ADE = ACG$ (đồng vị)

Mà $AHG = ADE = AHE \Rightarrow AHDE$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow AHD + AED = 180^\circ$ (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp)

Mà $AED = AEM = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow AHD = 90^\circ \Rightarrow AH \perp HD$

Ta có: $AHB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AH \perp HB$

Từ đó theo tiên đề Oclit ta có $HD \equiv HB$ hay H, D, B thẳng hàng.

Vậy đường thẳng HD luôn đi qua điểm B cố định.



Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{1}{y^2 + y}$

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A
- Tìm giá trị nguyên của y để A nhận giá trị nguyên

Câu 2. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = (a-2)x + 5$ có đồ thị là đường thẳng d

- Với giá trị nào của a thì hàm số đồng biến trên \mathbb{R}
- Tìm a để đường thẳng d đi qua điểm $M(2;3)$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + 2m - 2 = 0(1)$ (với m là tham số)

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$3(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 10$$

Câu 4. (1,0 điểm) Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x + y = \frac{2020}{2019}$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = \frac{2019}{x} + \frac{1}{2019y}$

Câu 5. (3,5 điểm) Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O , ta kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M ($M \neq B, M \neq C$), kẻ $MI \perp AB, MK \perp AC$ ($I \in AB, K \in AC$).

- Chứng minh $AIMK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn
- Kẻ $MP \perp BC$ ($P \in BC$). Chứng minh rằng $MPK = MBC$
- Xác định vị trí của M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị lớn nhất.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a)

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} y \neq 0 \\ y+1 \neq 0 \\ y^2 + y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \neq 0 \\ y \neq -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{1}{y^2 + y} = \frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{1}{y(y+1)} \\ &= \frac{y+1+2y-1}{y(y+1)} = \frac{3y}{y(y+1)} = \frac{3}{y+1} \end{aligned}$$

b) Điều kiện $y \neq 0, y \neq -1$

$$\text{Ta có: } y \in \mathbb{Z} \Rightarrow A = \frac{3}{y+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 \mid (y+1)$$

$$\text{Hay } (y+1) \in U(3) \Rightarrow (y+1) \in \{\pm 1; \pm 3\}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+1 = -3 \\ y+1 = -1 \\ y+1 = 1 \\ y+1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4(tm) \\ y = -2(tm) \\ y = 0(ktm) \\ y = 2(tm) \end{cases}$$

Vậy với $y \in \{-4; -2; 2\}$ thì A nhận giá trị nguyên

Câu 2.

a) Hàm số $y = (a-2)x + 5$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a-2 > 0 \Leftrightarrow a > 2$

b) Thay $x=2, y=3$ vào hàm số $y = (a-2)x + 5$ ta được:

$$3 = (a-2) \cdot 2 + 5 \Leftrightarrow 2a - 4 + 5 = 3 \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy $a=1$ thì đường thẳng d đi qua $M(2;3)$

Câu 3.

a) Thay $m=2$ vào phương trình ta được:

$$\begin{aligned}
 (1) &\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - x + 2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x(x-2) - (x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-1) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy với $m=2$, phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{1; 2\}$

b) Phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow (m+1)^2 - 4(2m-2) \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - 8m + 8 \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow (m-3)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}
 \end{aligned}$$

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1 x_2 = 2m-2 \end{cases}$

Theo đề bài ta có :

$$\begin{aligned}
 3(x_1 + x_2) - x_1 x_2 &= 10 \\
 \Leftrightarrow 3(m+1) - 2m + 2 &= 10 \\
 \Leftrightarrow 3m + 3 - 2m + 2 &= 10 \\
 \Leftrightarrow m &= 5 \text{ (tm)}
 \end{aligned}$$

Vậy $m=5$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4. Ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{2019}{x} + \frac{1}{2019y} = \left(\frac{2019}{x} + 2019x \right) + \left(\frac{1}{2019y} + 2019y \right) - (2019x + 2019y) \\
 &= \left(\frac{2019}{x} + 2019x \right) + \left(\frac{1}{2019y} + 2019y \right) - 2019 \cdot \frac{2020}{2019} \\
 &= \left(\frac{2019}{x} + 2019x \right) + \left(\frac{1}{2019y} + 2019y \right) - 2020
 \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Cô – si ta có

$$\left(\frac{2019}{x} + 2019x\right) \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{2019}{x}} \cdot 2019x = 2 \cdot 2019 = 4038$$

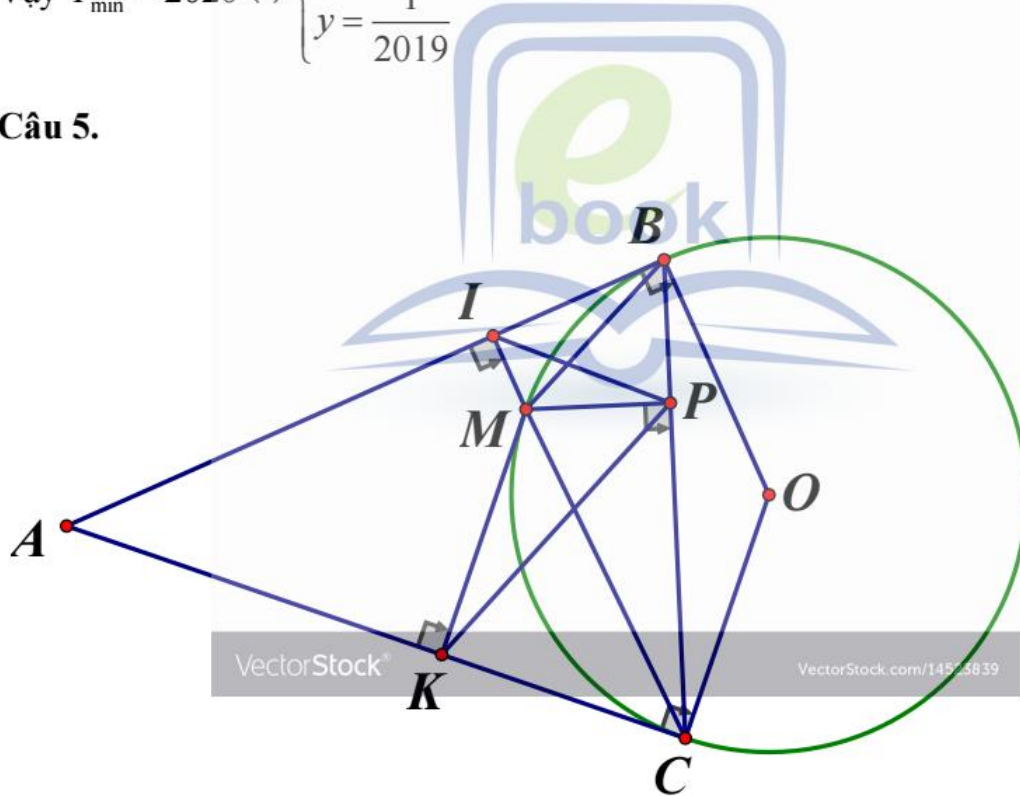
$$\left(\frac{1}{2019y} + 2019y\right) \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2019y}} \cdot 2019y = 2 \cdot 1 = 2$$

Suy ra $P \geq 4038 + 2 - 2020 = 2020$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{2019}{x} = 2019x \\ \frac{1}{2019y} = 2019y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2019} \end{cases}$

Vậy $P_{\min} = 2020 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2019} \end{cases}$

Câu 5.



a) Ta có $\begin{cases} MI \perp AB = \{I\} \Rightarrow AIM = 90^\circ \\ MK \perp AC = \{K\} \Rightarrow AKM = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow AIM + AKM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có: $MP \perp BC = \{P\} \Rightarrow MPC = 90^\circ \Rightarrow MKC + MPC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện

$\Rightarrow MPCK$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow MPK = MCK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK)

Xét đường tròn (O) ta có: $MBC = MCK$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cùng chắn cung MC)

$\Rightarrow MBC = MPK (= MCK)$ (đpcm)

c) Nói I với P

Xét tứ giác $PBIM$ ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BPM = 90^\circ (MP \perp BC) \\ BIM = 90^\circ (MI \perp BA) \end{array} \right\} \Rightarrow BPM + BIM = 180^\circ$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện $\Rightarrow PBIM$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow MIP = MBP$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MP)

Mà $MBP = MPK$ (cmt) $\Rightarrow MIP = MPK$

Ta có: $PMI + PBI = 180^\circ$; $PMK + PCK = 180^\circ$

Mà $ABC = ACB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Hay $IBP = PCK \Rightarrow PMK = PMI$

Xét $\triangle MIP$ và $\triangle MPK$ có:

$$\left. \begin{array}{l} PMK = PMI \text{ (cmt)} \\ MIP = MPK \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MIP \sim \triangle MPK (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{MI}{MP} = \frac{MP}{MK} \text{ (hai cặp cạnh tỉ lệ)} \Rightarrow MI \cdot MK = MP^2 \Rightarrow MI \cdot MK \cdot MP = MP^3$$

$\Rightarrow MI \cdot MK \cdot MP$ lớn nhất khi MP lớn nhất

Gọi P' là trung điểm của BC và M' là giao điểm của OP' với đường tròn (M' thuộc cung nhỏ BC)

Khi đó M' là điểm chính giữa của cung nhỏ BC .

Dễ thấy $MP \leq M'P$ không đổi nên MP lớn nhất khi $M \equiv M'$ là điểm chính giữa của cung nhỏ BC

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

b) Cho biểu thức $B = \frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

Câu 2. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ parabol (P)

b) Hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là 2; -1. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$ (m là tham số)

Tìm giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

biểu thức $P = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}$ có giá trị nguyên

Câu 4. (3,5 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $6cm$. Điểm N nằm trên cạnh CD sao cho $DN = 2cm$, P là điểm nằm trên tia đối của tia BC sao cho $BP = DN$

a) Chứng minh $\triangle ABR = \triangle ADN$ và tứ giác $ANCP$ nội tiếp đường tròn

b) Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ANCP$

c) Trên cạnh BC , lấy điểm M sao cho $MAN = 45^\circ$. Chứng minh $MP = MN$ và tính diện tích tam giác

Câu 5. (0,5 điểm) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x \geq 3; y \geq 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 21\left(x + \frac{1}{y}\right) + 3\left(y + \frac{1}{x}\right)$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{12} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{3} + |\sqrt{2}-1| - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{3} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) B &= \frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1+2x-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{2x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}\cdot(x-1)} = \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$B = 8 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}} = 8 \Leftrightarrow 8\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{16} (tm)$$

Vậy $x = \frac{1}{16}$ thì $B = 8$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) Ta có $A, B \in (P) \Rightarrow \begin{cases} A(2;2) \\ B(-1;2) \end{cases}$

Gọi phương trình AB có dạng $y = ax + b$

$$\text{Suy ra ta có hệ } \begin{cases} 2a + b = 2 \\ -a + b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình AB là $y = \frac{1}{2}x + 1$

Câu 3.

a) $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ nên phương trình thành: $t^2 + 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(tm) \\ t = -4(ktm) \end{cases}$

$t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

b) $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0 \quad (1)$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (2m+1)^2 - 4(m^2 + 1) > 0$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4 > 0$

$\Leftrightarrow 4m > 3 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$

Khi đó, áp dụng Vi-et $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$

$P = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{m^2 + 1}{2m+1} \Rightarrow 4P = \frac{4m^2 + 4}{2m+1} \in \mathbb{Z}$

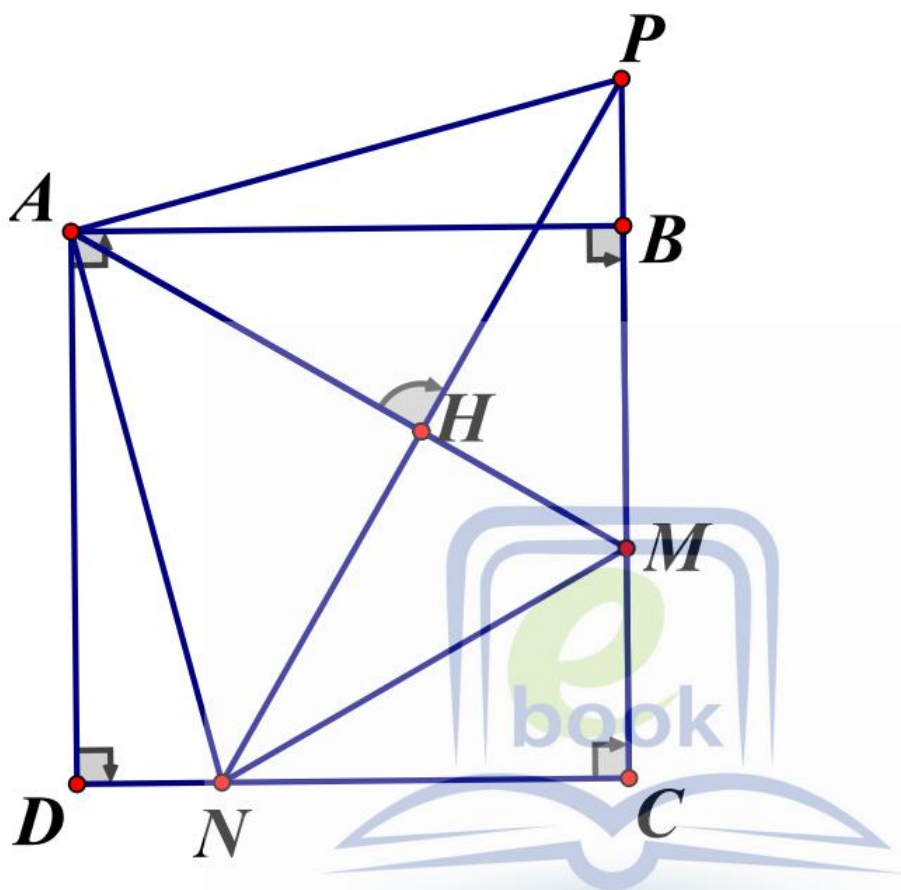
$\Rightarrow 4P = \frac{4m^2 + 4m + 1 - 4m + 3}{2m+1} = 2m - 1 - \frac{5}{2m+1}$

$\Rightarrow P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 5 : (2m-1) \Rightarrow (2m+1) \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

$2m+1$	1	-1	5	-5
m	0 (ktm)	-1(ktm)	2(tm)	-3(ktm)

Vậy $m = 2$

Câu 4.



- a) Xét $\triangle ABP$ và $\triangle ADN$ có: $AB = AD(gt)$; $B = D = 90^0$, $DN = BP(gt)$
 $\Rightarrow \triangle ABP = \triangle ADN(cgc)$

Gọi $H = AM \cap PN \Rightarrow \angle DAN = \angle BAP (\triangle ABP = \triangle ADN)$

Mà $\angle DAN + \angle NAB = \angle DAB = 90^0 \Rightarrow \angle PAB + \angle NAB = \angle PAN = 90^0 \Rightarrow APCN$ là tứ giác nội tiếp

b) $R = \frac{PN}{2} = \frac{\sqrt{NC^2 + CP^2}}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 8^2}}{2} = 2\sqrt{5}(cm)$

- c) $\triangle PAN$ vuông cân tại A (do $AN = AP$)

Mà $\angle NAM = 45^0 \Rightarrow AH$ là phân giác cũng là trung trực $\Rightarrow MP = MN, NH \perp AM$

Vì $\triangle AHN$ vuông cân tại H có $AN = \sqrt{AD^2 + DN^2} = 2\sqrt{10}(cm)$

$$\Rightarrow AH = NH = 2\sqrt{5}(cm)$$

$$\Delta PHM \sim \Delta PCN(g.g) \Rightarrow \frac{PH}{HM} = \frac{PC}{CN} \Rightarrow HM = \frac{PN.CN}{PC} = \frac{2\sqrt{5}.4}{8} = \sqrt{5}(cm)$$

$$\Rightarrow AM = AH + HM = 3\sqrt{5}(cm)$$

$$\Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} AM.NH = \frac{1}{2} . 3\sqrt{5} . 2\sqrt{5} = 15(cm^2)$$

Câu 5.

$$T = 21\left(x + \frac{1}{y}\right) + 3\left(y + \frac{1}{x}\right)$$

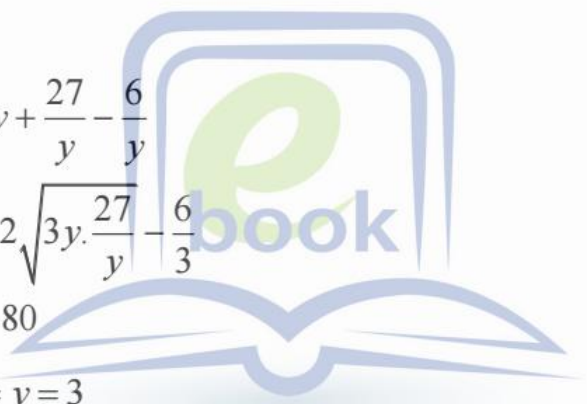
$$= 21x + \frac{21}{y} + 3y + \frac{3}{x}$$

$$= 21x + \frac{189}{x} - \frac{186}{x} + 3y + \frac{27}{y} - \frac{6}{y}$$

$$\geq 2\sqrt{21x \cdot \frac{189}{x}} - \frac{186}{3} + 2\sqrt{3y \cdot \frac{27}{y}} - \frac{6}{3}$$

$$= 2.63 - 62 + 2.9 - 2 = 80$$

$$\text{Vậy } \min T = 80 \Leftrightarrow x = y = 3$$



Bài 1. (1,0 điểm)

- a) Cho biểu thức $A = \sqrt{16} - \sqrt{25} + \sqrt{4}$. So sánh A với $\sqrt{2}$
b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = -5 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$

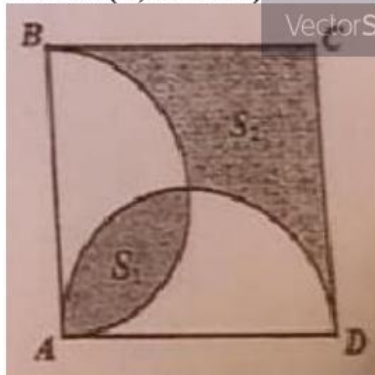
Bài 2. (2,5 điểm)

1. Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - 2$
a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy
b) Viết phương trình đường thẳng (d') song song với (d) và tiếp xúc với (P)
2. Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ (m là tham số)
a) Biết phương trình có một nghiệm bằng -1. Tính nghiệm còn lại
b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 4$

Bài 3. (2,0 điểm) Một đội công nhân đặt kế hoạch sản xuất 250 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu, họ thực hiện đúng theo kế hoạch. Mỗi ngày sau đó, họ đều làm vượt mức 5 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với dự định. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm? Biết rằng năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau.

- Bài 4. (3,5 điểm)** Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), đường cao AH , nội tiếp đường tròn (O). Gọi D và E thứ tự là hình chiếu vuông góc của H lên AB và AC.
a) Chứng minh các tứ giác AEHD và BDEC nội tiếp được đường tròn
b) Vẽ đường kính AF của đường tròn (O). Chứng minh $BC = \sqrt{AB \cdot BD} + \sqrt{AC \cdot CE}$ và AF vuông góc với DE
c) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE. Chứng minh O' là trung điểm của đoạn thẳng HF.
d) Tính bán kính của đường tròn (O') biết $BC = 8cm, DE = 6cm, AF = 10cm$

Bài 5. (1,0 điểm)



Cho hình vuông $ABCD$. Gọi S_1 là diện tích phần giao của hai nửa hình tròn đường kính AB và AD; S_2 là diện tích phần còn lại của hình vuông $ABCD$ nằm ngoài hai nửa hình tròn nói trên (như hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) A = \sqrt{16} - \sqrt{25} + \sqrt{4} = 4 - 5 + 2 = 1 < \sqrt{2} \Rightarrow A < \sqrt{2}$$

$$b) \begin{cases} x - y = -5 \\ 2x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 7)$

Bài 2.

1) a) học sinh tự vẽ

b) Gọi phương trình đường thẳng (d') : $y = ax + m$

$$\text{Vì } (d') // (d) \text{ nên } \begin{cases} a = 1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow (d'): y = x + m$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d') và parabol (P) ta có:

$$-x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 + x + m = 0 (*)$$

Để đường thẳng (d') tiếp xúc với parabol (P) thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn đúng}) \\ 1 - 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4} (tm)$$

Vậy phương trình đường thẳng (d') : $y = x + \frac{1}{4}$

2) a) Thay $x = -1$ vào phương trình (1) ta được:

$$(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + m = 0 \Leftrightarrow m = -5$$

Thay $m = -5$ vào phương trình (1) ta có phương trình:

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 5x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) - 5(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm còn lại là $x = 5$

b) Xét phương trình (1) có $\Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot m = 4 - m$

$$\text{Để phương trình (1) có hai nghiệm } x_1; x_2 \text{ thì } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn đúng}) \\ 4 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 4$$

$$\text{Khi đó, theo hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 4 \Leftrightarrow 9x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow 9m + 3 \cdot 4 - 3 = 0 \Leftrightarrow 9m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = -1(tm)$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm

Bài 3.

Gọi số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được thực tế là $x + 5$ (sản phẩm)

Số ngày làm hết 250 sản phẩm theo kế hoạch là $\frac{250}{x}$ (ngày)

Trong 4 ngày đầu đội công nhân làm được $4x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm cần làm thêm để hoàn thành kế hoạch là $250 - 4x$ (sản phẩm)

Số ngày làm xong $250 - 4x$ sản phẩm là $\frac{250 - 4x}{x + 5}$ (ngày)

Do đội đó hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{250}{x} - 1 &= 4 + \frac{250 - 4x}{x + 5} \Leftrightarrow \frac{250}{x} - \frac{250 - 4x}{x + 5} = 5 \\ \Leftrightarrow \frac{250(x + 5) - x(250 - 4x)}{x(x + 5)} &= 5 \Rightarrow 250x + 1250 - 250x + 4x^2 = 5x^2 + 25x \end{aligned}$$

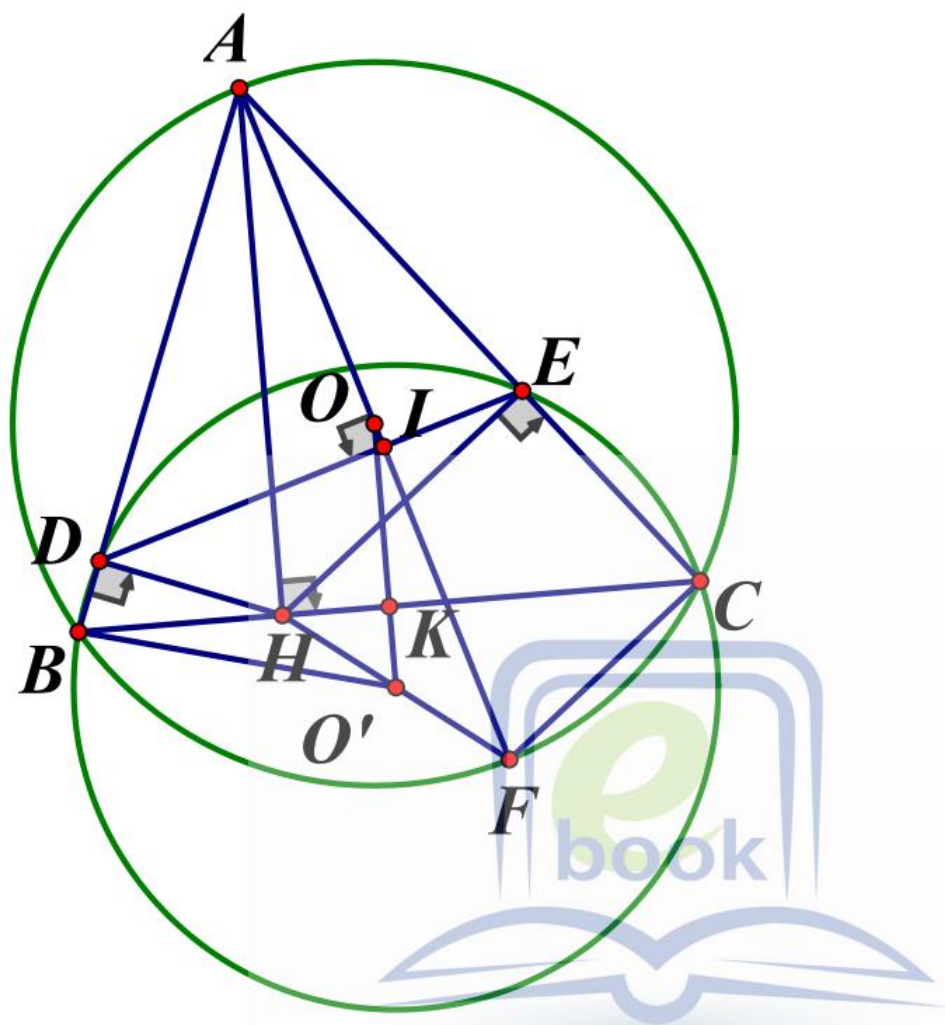
$$\Leftrightarrow x^2 + 25x - 1250 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 25x + 50x - 1250 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 25) + 50(x - 25) = 0 \Leftrightarrow (x - 25)(x + 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ x = -50(ktm) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân phải làm theo kế hoạch là 25 sản phẩm.

Bài 4.



a) Xét tứ giác $AEHD$ ta có: $\begin{cases} ADH = 90^\circ (HD \perp AB) \\ AEH = 90^\circ (HE \perp AC) \end{cases} \Rightarrow ADH + AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này là hai góc đối diện $\Rightarrow AEHD$ là tứ giác nội tiếp

Vì tứ giác $AEHD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow ADE = AHE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE)

Lại có $AHE = ACH = ECB$ (cùng phụ với CHE) $\Rightarrow ADE = ECB$.

$\Rightarrow BDEC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

b) + Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle AHC$ vuông tại H có đường cao HE ta có:

$$HC^2 = CE.AC \Leftrightarrow HC = \sqrt{CE.AC}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle AHB$ vuông tại H có đường cao HD ta có:

$$BH^2 = BD.BA \Leftrightarrow BH = \sqrt{BD.BA}$$

Mà $BH + HC = BC \Leftrightarrow BC = \sqrt{AB.BD} + \sqrt{AC.CE}$ (đpcm)

+) Chứng minh $AF \perp DE$

Gọi $I = DE \cap AF$

Tứ giác $BDEC$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow AED = ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Mà $ABC = AFC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\Leftrightarrow AED = AFC$

Ta có: $ACF = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \triangle ACF$ vuông tại C

$$\Leftrightarrow CAF + AFC = 90^\circ \Rightarrow EAI + AED = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AIE$ vuông tại $I \Rightarrow AF \perp DE$

c) Gọi K là trung điểm của $BC \Rightarrow O'K \perp BC$ (tính chất đường kính dây cung)

Lại có: $OK \perp BC$ (đường kính dây cung) $\Rightarrow O, O', K$ thẳng hàng $\Rightarrow OO' \perp BC$

Mà $AH \perp BC \Rightarrow OO' \parallel AH$ (cmt)

Xét tam giác AHF có: O là trung điểm của AF , $OO' \parallel AH$ (cmt)

$\Rightarrow O'$ là trung điểm của HF (định lý đường trung bình của tam giác) (đpcm)

d) Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ACB$ có: BAC chung; $ADE = ACB$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACB (g.g) \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Ta có: $ABH = AFC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$$\Rightarrow 90^\circ - ABH = 90^\circ - AFC \Rightarrow DAH = FAC$$

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle AFC$ có: $ADH = ACF = 90^\circ$; $DAH = FAC$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle AFC (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AF} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow AH = \frac{3}{4} AF = \frac{3}{4} \cdot 10 = 7,5 (cm)$$

Mà OO' là đường trung bình $\triangle AFH$ (cmt) $\Rightarrow OO' = \frac{1}{2} AH = 3,75 (cm)$

Ta có: $AF = 10 (cm) \Rightarrow OA = OB = OC = \frac{1}{2} AF = 5 (cm)$

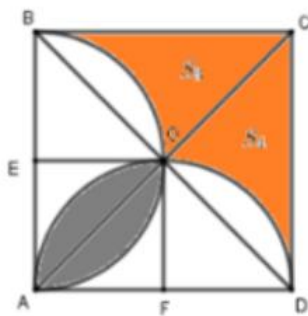
K là trung điểm của $BC \Rightarrow BK = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 (cm)$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông $O'BK$ ta có:

$$O'B^2 = BK^2 + O'K^2 = 4^2 + 0,75^2 = \frac{265}{16} \Rightarrow O'B = \sqrt{\frac{265}{16}} \approx 4,07 (cm)$$

Vậy bán kính của đường tròn (O') xấp xỉ $4,07m$

Bài 5.



Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi E, F là trung điểm của AB, CD .

Suy ra $AC \perp BD$ tại $O \Rightarrow \angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$

$\Rightarrow O$ nằm trên các đường tròn đường kính AB và đường tròn đường kính AD (cùng nhìn AB và AD dưới các góc vuông).

Không mất tính tổng quát, giả sử hình vuông có cạnh bằng 2 $\Rightarrow AC = BD = 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}$$

Ta có OE là đường trung bình $\triangle ABD \Rightarrow OE \parallel AD \Rightarrow OE \perp AB$

Xét $\triangle EAO$ vuông tại E có $S_{EOA} = \frac{1}{2} EA \cdot EO = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

$$\text{Diện tích hình quạt } S_{qEOA} = \frac{\pi \cdot EO^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi}{4}$$

\Rightarrow Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây OA và cung OA trong hình tròn đường kính OD

$$\Rightarrow S_{vpOA} = S_{qEOA} - S_{EOA} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$$

Tương tự, diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây OA và cung OA đường tròn đường kính

$$BA \text{ là } S_{vpOA} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = 2S_{vpOA} = 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$\text{Diện tích tam giác } BOC \text{ là } S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$\text{Cmтт diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây } OB \text{ và cung } OB \text{ là } S_{vpOB} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$$

Diện tích phần còn lại giới hạn trong tam giác OBC và hình viên phân giới hạn bởi dây OB và

$$\text{cung } OB \text{ là } S_3 = S_{\Delta OBC} - S_{vpOB} = 1 - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$$

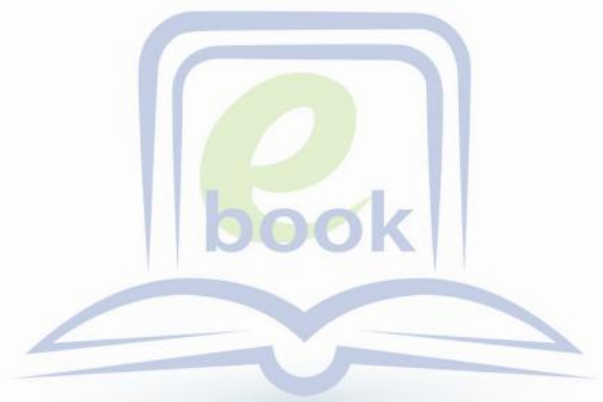
Tương tự, diện tích phần còn lại giới hạn bởi tam giác ODC và hình viên phân giới hạn bởi dây OD và cung OD là

$$S_4 = S_{ODC} - S_{vpOD} = 1 - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow S_2 = S_3 + S_4 = 2 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = 3 - \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{3 - \frac{\pi}{2}} = \frac{\pi - 2}{2} : \frac{6 - \pi}{2} = \frac{\pi - 2}{6 - \pi}$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi - 2}{6 - \pi}$$





Câu 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9} - 3\sqrt{4}$
- Rút gọn biểu thức : $\sqrt{\frac{28(a-2)^2}{7}}$ với $a > 2$
- Tìm tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x - 2$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 1 = 0$, với m là tham số.

- Giải phương trình với $m = 1$
- Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 - 6x_1x_2 = 4(m - m^2)$

Câu 3. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình, hệ phương trình

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong. Mỗi ngày, lượng công việc của người thứ hai làm được nhiều gấp 3 lần lượng công việc của người thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người làm xong công việc đó trong bao nhiêu ngày.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$, hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là điểm thuộc cung nhỏ BC (E không trùng với B và C), tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại E cắt đường thẳng AB tại I . Gọi F là giao điểm của DE và AB , K là điểm thuộc đường thẳng IE sao cho KF vuông góc với AB .

- Chứng minh tứ giác $OKEF$ nội tiếp
- Chứng minh $OKF = ODF$
- Chứng minh $DE \cdot DF = 2R^2$
- Gọi M là giao điểm của OK với CF , tính $\tan MDC$ khi $EIB = 45^\circ$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2019}{xy + yz + zx}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) 2\sqrt{9} - 3\sqrt{4} = 2.3 - 3.2 = 0$$

2) Rút gọn

$$\sqrt{\frac{28(a-2)^2}{7}} = \sqrt{4(a-2)^2} = \sqrt{[2(a-2)]^2} = |2(a-2)| = 2(a-2) = 2a-4 (a > 2 \Rightarrow a-2 > 0)$$

Vậy với $a > 2$ thì $\sqrt{\frac{28(a-2)^2}{7}} = 2a-4$

3) Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x(x-2) - (x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=1 \\ x=2 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(2;4); B(1;1)$

Câu 2.

1) Với $m=1$ ta có phương trình $x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$

Vậy với $m=1$ phương trình có tập nghiệm $S = \{-2; 0\}$

2) Phương trình: $x^2 + 2x + m - 1 = 0$

Có $\Delta' = 1^2 - (m-1) = 2-m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2-m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m-1 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$x_1^3 + x_2^3 - 6x_1 x_2 = 4(m - m^2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) - 6x_1 x_2 = 4(m - m^2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 \right] - 6x_1x_2 = 4(m - m^2)$$

$$\Leftrightarrow (-2) \left[(-2)^2 - 3(m-1) \right] - 6(m-1) = 4m - 4m^2$$

$$\Leftrightarrow (-2)(7 - 3m) - 6m + 6 = 4m - 4m^2$$

$$\Leftrightarrow -14 + 6m - 6m + 6 - 4m + 4m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(tm) \\ m = 2(ktm) \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ thỏa mãn bài toán

Câu 3.

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (ngày) ($x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (ngày) ($y > 0$)

\Rightarrow Mỗi ngày người thứ nhất làm được: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai người cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong nên mỗi ngày hai người làm chung được $\frac{1}{9}$ công việc, do đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}$ (1)

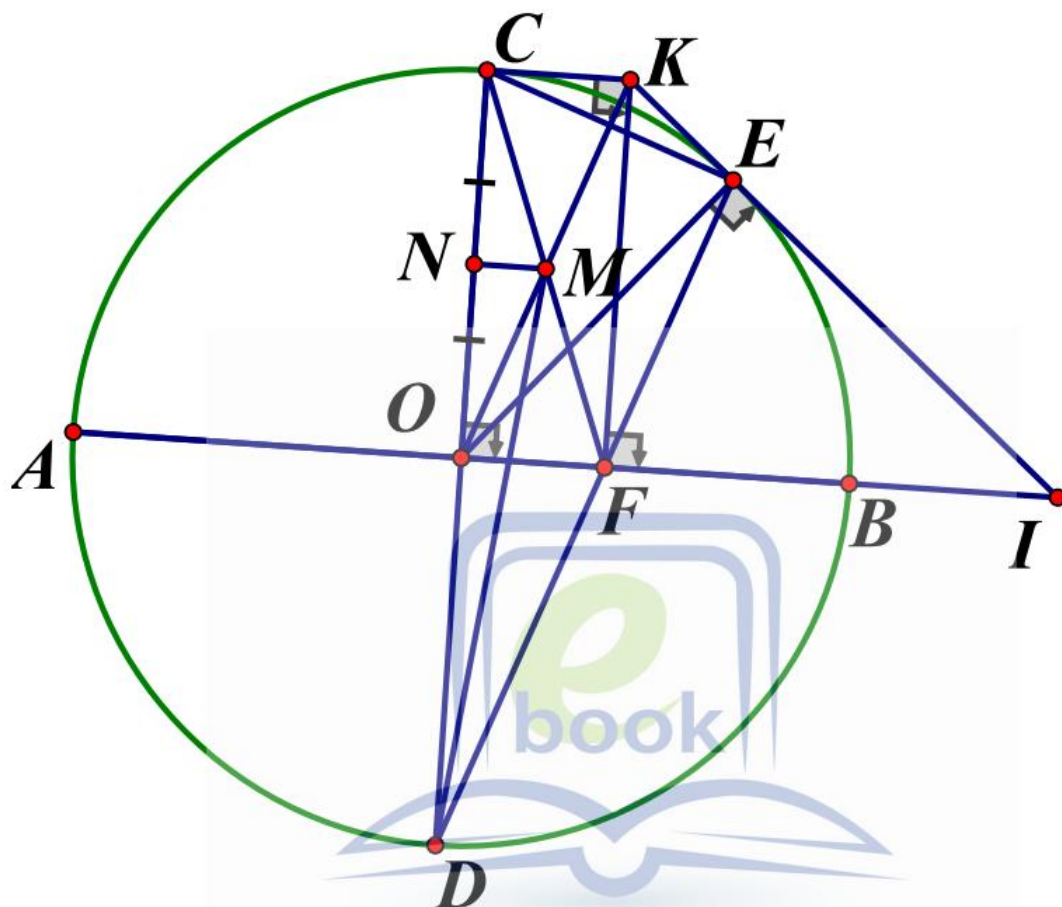
Lại có mỗi ngày, lượng công việc của người thứ hai làm được gấp ba lần lượng công việc của người thứ nhất nên ta có phương trình: $\frac{1}{y} = \frac{3}{x}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{9} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{1}{9} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36(tm) \\ y = 12(tm) \end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 36 ngày và người thứ hai làm một mình xong công việc hết 12 ngày.

Câu 4.



a) Do EK là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow OEK = 90^\circ$

Lại có $OFK = 90^\circ$ (gt) \Rightarrow Tứ giác $OKEF$ có hai đỉnh E, F kề nhau cùng nhìn OK dưới góc $90^\circ \Rightarrow E, F$ thuộc đường tròn đường kính OK hay tứ giác $OKEF$ nội tiếp.

b) Tứ giác $OKEF$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow OKF = OEF$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OF)

Ta có: $OE = OD (= R) \Rightarrow \triangle ODE$ cân tại $O \Rightarrow OEF = ODF \Rightarrow OKF = ODF (= OEF)$

c) Nối CE , ta có: $DEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle DOF$ và $\triangle DEC$ có: CDE chung; $DOF = DEC = 90^\circ \Rightarrow \triangle DOF \sim \triangle DEC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{DO}{DE} = \frac{DF}{DC} \Rightarrow DE \cdot DF = DO \cdot DC = R \cdot 2R = 2R^2$$

d) Ta có AB là trung trực của CD . Mà $F \in AB \Rightarrow FC = FD \Rightarrow \triangle FCD$ cân tại F
 $\Rightarrow ODF = OCF$

Mà $OKF = ODF(\text{cmt}) \Rightarrow OCF = OKF \Rightarrow$ Tứ giác $OCKF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

Mà tứ giác $OKEF$ nội tiếp đường tròn đường kính $OK \Rightarrow O, C, K, E, F$ cùng thuộc đường tròn đường kính $OK \Rightarrow OCK = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác $OCKF$ có $OCK = COF = OFK = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $OCKF$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông). Mà $M = OK \cap CF \Rightarrow M$ là trung điểm của OK, CF .

Gọi N là trung điểm của $OC \Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác OCF

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}OF \text{ và } MN \parallel OF \Rightarrow MN \perp OC$$

$$\text{Xét } \triangle OEI \text{ có } \sin 45^\circ = \frac{OE}{OI} \Rightarrow OI = \frac{OE}{\sin 45^\circ} = \frac{R}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = R\sqrt{2}$$

$OCKF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow KF = OC = R$

Xét $\triangle IKF$ vuông có $EIB = KIF = 45^\circ \Rightarrow \triangle IKF$ vuông cân tại $F \Rightarrow IF = KF = R$

$$\Rightarrow OF = OI - IF = R\sqrt{2} - R = R(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}OF = \frac{R(\sqrt{2} - 1)}{2}$$

$$\text{Ta có: } DN = OD + ON = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

Xét \triangle vuông DMN ($MN \perp OC \Rightarrow MN \perp DN$) có:

$$\tan MDN = \frac{MN}{DN} = \frac{\frac{R(\sqrt{2} - 1)}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{3} = \tan MDC$$

$$\text{Vậy } \tan MDC = \frac{\sqrt{2} - 1}{3}$$

Câu 5.

Ta chứng minh BĐT phụ: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z}$

Áp dụng BĐT Cô si cho các số dương $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ và x, y, z

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)(x+y+z) \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z}} \cdot 3\sqrt[3]{xyz} = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$$

Ta có:

$$P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2019}{xy + yz + zx}$$

$$P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + zx} + \frac{1}{xy + yz + zx} + \frac{2017}{xy + yz + zx}$$

$$P \geq \frac{9}{x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)} + \frac{2017}{xy + yz + zx} \Leftrightarrow P \geq \frac{9}{(x+y+z)^2} + \frac{2017}{xy + yz + zx}$$

Ta có:

$$1 \geq (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} + 2(xy + yz + zx)$$

$$\Rightarrow 2(xy + yz + zx) \leq \frac{2(x+y+z)^2}{3} \leq \frac{2}{3} \Rightarrow xy + yz + zx \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2017}{xy + yz + zx} \geq 2017 \cdot 3 = 6051$$

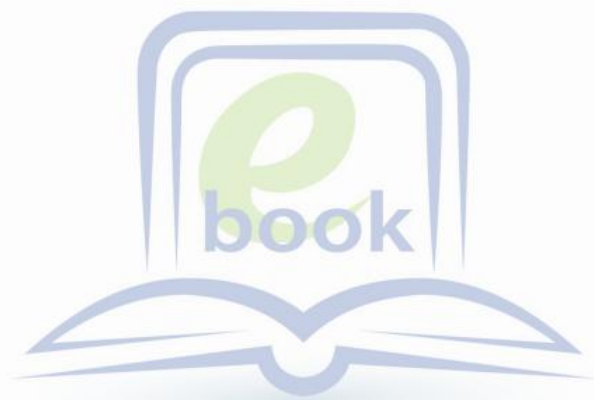
$$x+y+z \leq 1 \Leftrightarrow (x+y+z)^2 \leq 1 \Rightarrow \frac{9}{(x+y+z)^2} \geq 9$$

$$\Rightarrow \frac{9}{(x+y+z)^2} + \frac{2017}{xy + yz + zx} \geq 9 + 6051 = 6060$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{9}{(x+y+z)^2} + \frac{2017}{xy + yz + zx} \geq 6060$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz \\ x + y + z = 1 \\ xy + yz + xz = \frac{1}{3} \\ x, y, z > 0 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6060 khi $x = y = z = \frac{1}{3}$



Câu 1. (2,0 điểm)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{18} - \sqrt{50}$$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-2} + \frac{1}{\sqrt{a}+2} \right) \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} \quad (a > 0; a \neq 4)$$

Câu 2. (2,5 điểm)

Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P)

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d_1): y = 2x - 3$

c) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d_2): y = 2x + m$ cắt (P) tại

hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{5}$

Câu 3. (1,5 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $58m$ và diện tích là $190m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó

Câu 4. (3,0 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ đến (O) các tiếp tuyến MP, MQ và cát tuyến MAB không đi qua tâm $(A, B, P, Q$ thuộc (O)). Gọi I là trung điểm của AB , E là giao điểm của PQ và AB .

a) Chứng minh $MPOQ$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh hai tam giác MPE và MIP đồng dạng với nhau

c) Giả sử $PB = a$ và I là trung điểm của MB . Tính PA theo a .

Câu 5. (1,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{2x-4} + \sqrt{6-2x} = 4x^2 - 20x + 27$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$A = \sqrt{18} - \sqrt{50} = \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2} = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

Với $a > 0, a \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}-2} + \frac{1}{\sqrt{a}+2} \right) \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{a}+2}{a-4} + \frac{\sqrt{a}-2}{a-4} \right) \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a-4} \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} = 2 \end{aligned}$$

Vậy $A = -2\sqrt{2}$ và $B = 2$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ (P)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng (d_1) là:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -3 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $E(1; -1); F(-3; -9)$

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d_2) là:

$$-x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 + 2x + m = 0(1)$$

Để (P) và (d_2) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$

Từ yêu cầu bài toán ta suy ra $x_1, x_2 \neq 0$ nên phương trình (1) không nhận $x = 0$ làm nghiệm hay $0^2 + 2 \cdot 0 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

Khi đó :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 5(x_1 + x_2) = 2x_1 x_2$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot (-2) = 2 \cdot m \Leftrightarrow m = -5(tm)$$

Vậy $m = -5$ là giá trị cần tìm

Câu 3.

Gọi chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là $x(m)$

Chiều dài mảnh đất hình chữ nhật là $y(m)$

Điều kiện : $y > x > 0$

Nửa chu vi mảnh đất hình chữ nhật là: $58 : 2 = 29(m)$ nên $x + y = 29$

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là $190m^2$ nên $xy = 190$

Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 29 \\ xy = 190 \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

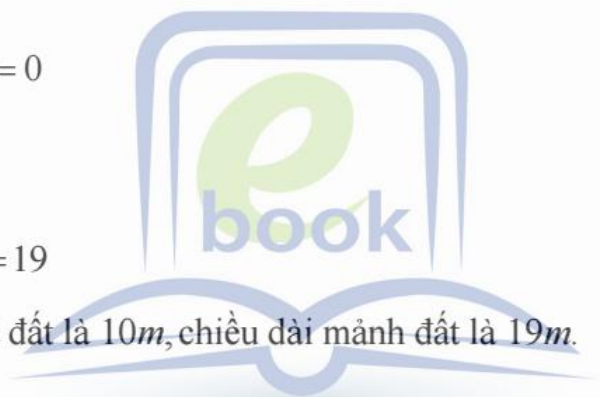
$$X^2 - 29X + 190 = 0$$

$$\Leftrightarrow (X - 19)(X - 10) = 0$$

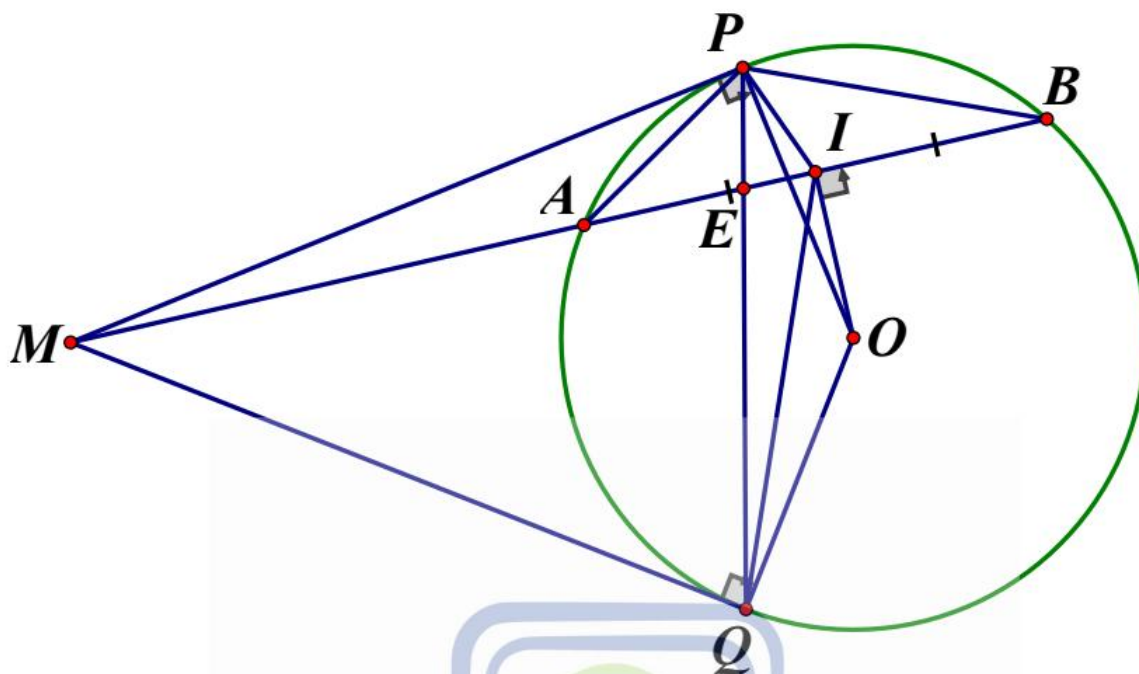
$$\Leftrightarrow \begin{cases} X = 19(tm) \\ X = 10(tm) \end{cases}$$

Vì $x < y \Rightarrow x = 10; y = 19$

Vậy chiều rộng mảnh đất là $10m$, chiều dài mảnh đất là $19m$.



Câu 4.



a) Vì MP, MQ là hai tiếp tuyến của (O) nên

$$MP \perp OP, MQ \perp OQ \Rightarrow \angle MPO = 90^\circ, \angle MQO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $MPOQ$ có $\angle MPO + \angle MQO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên $MPOQ$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét (O) có AB là dây và I là trung điểm AB nên $OI \perp AB$ tại I (tính chất đường kính dây cung)

Ta có $\angle MPO = 90^\circ, \angle MQO = 90^\circ, \angle MIO = 90^\circ$ nên 5 điểm M, P, Q, I, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO .

Suy ra $\angle MIP = \angle MPQ$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MP) (1)

Ta lại có: $MP = MQ$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\triangle MPQ$ cân tại M

$$\Rightarrow \angle MPQ = \angle MQP \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\angle MIP = \angle MQP$

Xét $\triangle MPE$ và $\triangle MIP$ có PM chung; $\angle MIP = \angle MQP$ (cmt) nên $\triangle MPE = \triangle MIP$ (g.g)

c) Xét đường tròn (O) có $\angle MPA = \angle MBP$ (góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AP)

Xét $\triangle MPA$ và $\triangle MBP$ có PM chung và $\angle MPA = \angle MBP$ (cmt) nên $\triangle MPA \sim \triangle MBP$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MP} = \frac{MP}{MB} = \frac{AP}{PB} \Rightarrow MP^2 = MA \cdot MB \text{ mà } A \text{ là trung điểm của } MB \text{ nên } MB = 2MA.$$

$$\text{Do đó } MP^2 = MA \cdot 2MA \Leftrightarrow MP^2 = 2MA^2 \Leftrightarrow MP = \sqrt{2}MA \Leftrightarrow \frac{MA}{MP} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Suy ra } \frac{AP}{PB} = \frac{MA}{MP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow AP = \frac{PB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } AP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 5.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ 6-2x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 3$$

Đặt $\sqrt{2x-4} + \sqrt{6-2x} = t (t \geq 0)$ ta có:

$$t^2 = (\sqrt{2x-4} + \sqrt{6-2x})^2$$

$$= 2x-4 + 6-2x + 2\sqrt{(2x-4)(6-2x)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{-4x^2 + 20x - 24} = \frac{t^2 - 2}{2}$$

$$\text{Điều kiện } \frac{t^2 - 2}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq \sqrt{2} \\ t \leq -\sqrt{2} \end{cases}, \text{ kết hợp với } t \geq 0 \text{ ta được: } t \geq \sqrt{2}$$

$$\text{Khi đó } -4x^2 + 20x - 24 = \left(\frac{t^2 - 2}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 24 = -\frac{t^2 - 4t + 4}{4}$$

Thay vào phương trình đã cho ta được:

$$t = \frac{t^4 - 4t^2 + 4}{4} + 3 \Leftrightarrow 4t = -t^4 + 4t^2 - 4 + 12 \Leftrightarrow t^4 - 4t^2 + 4t - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2(t^2 - 4) + 4(t - 2) = 0 \Leftrightarrow t^2(t - 2)(t + 2) + 4(t - 2) = 0$$

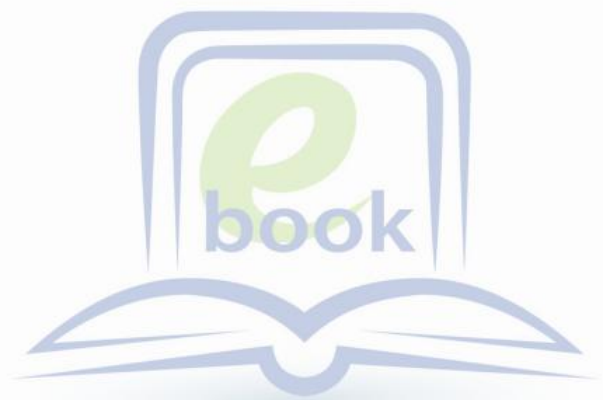
$$\Leftrightarrow (t - 2)[t^2(t + 2) + 4] = 0$$

$$\Leftrightarrow t - 2 = 0 (\text{do } t \geq \sqrt{2} \Rightarrow t(t^2 + 2) + 4 > 0 \forall t)$$

$$\Leftrightarrow t = 2 (tm)$$

Suy ra $4x^2 - 20x + 24 = -1 \Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 25 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}(tm)$

Vậy $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$



Môn: TOÁN

(Thời gian làm bài : 120 phút , không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \frac{3\sqrt{18} - 2\sqrt{8}}{\sqrt{50}}$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình :

$$a) x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \qquad b) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hai hàm số : $y = x^2(P)$ và $y = -x + 2(d)$

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phương pháp đại số.

Bài 4. (1,5 điểm) Năm học 2019 – 2020, bạn An trúng tuyển vào lớp 10 trường THPT X. Để chuẩn bị cho năm học mới, lúc đầu An dự định mua 30 quyển tập và 10 cây viết cùng loại với tổng số tiền phải trả 340 nghìn đồng. Tuy nhiên, vì đạt danh hiệu học sinh giỏi, nên An nhận được phiếu giảm giá 10% với tập và 5% với viết. Do đó An quyết định mua 50 quyển tập và 20 cây viết với tổng số tiền phải trả sau giảm giá là 526 nghìn đồng. Hỏi giá tiền mỗi quyển tập và mỗi cây viết là bao nhiêu ?

Bài 5. (3 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB, trên đường tròn (O) lấy điểm M không trùng với A hoặc B. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và M cắt nhau tại điểm C.

- a) Chứng minh tứ giác OACM nội tiếp
- b) Chứng minh $MA.MO = MB.MC$
- c) Gọi D là giao điểm của AC và BM. Chứng minh $AC = CD$.

Bài 6. (0,5 điểm) Bóng đèn huỳnh quang dài 1,2m được xem như là một hình trụ với đường kính đáy bằng 4 cm. Tính thể tích khối lượng khí chứa bên trong bóng đèn . (độ dày của lớp vỏ thủy tinh xem như không đáng kể).

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$A = \frac{3\sqrt{18} - 2\sqrt{8}}{\sqrt{50}} = \frac{3.3\sqrt{2} - 2.2\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 1$$

Bài 2.

a)

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2)^2 - 2.x^2.4 + 4^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{-2; 2\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 5 \\ x = 4 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 - 2.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 1)$

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 2) - (x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $(1; 1); (-2; 4)$

Bài 4.

Gọi số tiền 1 quyển tập lúc chưa giảm giá là x (nghìn đồng) ($x > 0$)

Gọi số tiền 1 cây viết lúc chưa giảm giá là y (nghìn đồng) ($y > 0$)

Lúc đầu An dự định mua 30 quyển tập và 10 cây viết hết 340 nghìn đồng nên ta có phương trình: $30x + 10y = 340$ (1)

Số tiền mua 1 quyển tập sau khi được giảm giá 10% là $x - x.10\% = 90\%x$ (nghìn đồng)

Số tiền mua 1 cây viết sau khi được giảm 5% là: $y - y.5\% = 95\%y$ (nghìn đồng)

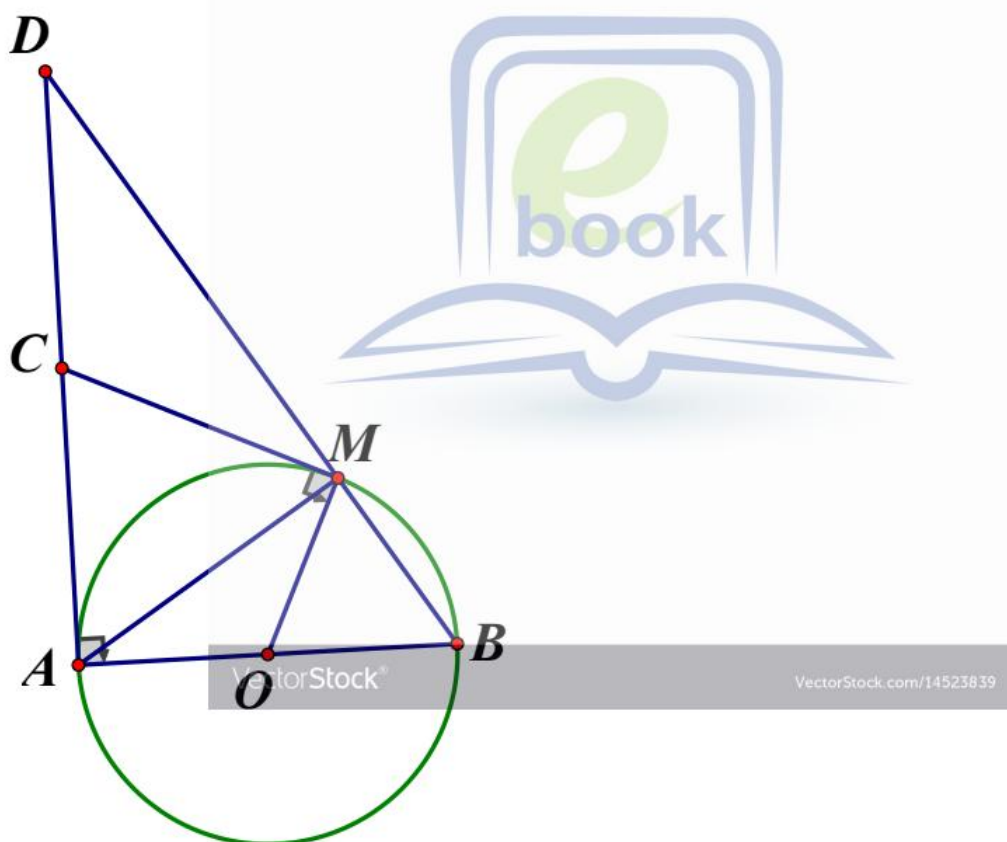
An mua 50 quyển tập và 20 cây viết với giá đã được giảm hết 526 nghìn đồng nên ta được phương trình $50.90\%x + 20.95\%y = 526 \Leftrightarrow 45x + 19y = 526(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 30x + 10y = 340 \\ 45x + 19y = 526 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 34 \\ 45x + 19y = 526 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ y = 4(tm) \end{cases}$$

Vậy giá tiền mỗi quyển tập lúc chưa giảm giá là 10 nghìn đồng, mỗi cây viết lúc chưa giảm giá là 4 nghìn đồng

Bài 5.



a) Ta có: CM là tiếp tuyến của (O) tại $M \Rightarrow OM \perp MC \Rightarrow \angle OMC = 90^\circ$

AC là tiếp tuyến của (O) tại $A \Rightarrow OA \perp CA \Rightarrow \angle OAC = 90^\circ$

Xét tứ giác $OACM$ ta có: $\angle CAO + \angle OMC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này là hai góc đối diện nên $OACM$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có: $\widehat{AMC} = \widehat{ABM}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung AM)

Xét $\triangle OMB$ ta có: $OM = OB = R \Rightarrow \triangle OMB$ là tam giác cân tại O.

$$\Rightarrow \widehat{OMB} = \widehat{OBM}$$

Xét $\triangle CAM$ ta có: $CA = CM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \triangle CAM$ là tam giác cân tại C

$$\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{CMA} \text{ (tính chất tam giác cân)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OMB} = \widehat{MBO} = \widehat{CMA} = \widehat{CAM} \Rightarrow \triangle CAM \sim \triangle OBM (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MO} \Leftrightarrow MA \cdot MO = MB \cdot MC (dfcm)$$

c) Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow AM \perp BM$ hay $AM \perp BD \Rightarrow \widehat{AMD} = 90^\circ \Rightarrow \triangle AMD$ là tam giác vuông tại M.

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{ADM} + \widehat{DAM} = 90^\circ \\ \widehat{CMA} + \widehat{CMD} = 90^\circ \end{cases}$$

Mà $\widehat{CAM} = \widehat{CMA}$ (chứng minh câu b) $\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{DMC}$ hay $\widehat{CDM} = \widehat{CMD}$

$\Rightarrow \triangle CMD$ là tam giác cân tại C $\Rightarrow CD = CM$

Mặt khác: $CA = CM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow CD = CA (= CM) (dfcm)$$

Bài 6.

Bán kính đáy của bóng đèn: $4 : 2 = 2cm$

Chiều cao của bóng đèn: $h = 1,2m = 120cm$

\Rightarrow Thể tích của lượng khí chứa bên trong bóng đèn là:

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 120 = 480\pi cm^3$$

Câu 1. (3,0 điểm)

- a) Giải phương trình : $3(x+2) = x+36$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x-3y=1 \\ -x+3y=2 \end{cases}$$
- c) Rút gọn biểu thức : $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot (x-4) \quad (x \geq 0; x \neq 4)$

Câu 2. (1,5 điểm)

Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019-2020, số thí sinh thi vào trường THPT Chuyên bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh thi vào trường PTDT Nội trú. Biết rằng tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng thi và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh. Hỏi số thí sinh vào mỗi trường bằng bao nhiêu ?

Câu 3. (1,5 điểm)

Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x + m^2 + 2m$ (m là tham số, $m \in \mathbb{R}$)

- a) Xác định tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $I(1;3)$
- b) Tìm m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm A, B , tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 = 2020$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và C là một điểm nằm trên đường tròn sao cho $CA > CB$. Gọi I là trung điểm của OA , vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại I , d cắt BC tại M và cắt đoạn AC tại P , AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K .

- a) Chứng minh tứ giác $BPCI$ nội tiếp được trong một đường tròn.
- b) Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng
- c) Các tiếp tuyến tại A và C của đường tròn (O) cắt nhau tại Q , biết $BC = R$.

Tính độ dài BK và diện tích tứ giác $QAIM$ theo R .

Câu 5. (1,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{\sqrt{3}-x} = x\sqrt{\sqrt{3}+x}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) $3(x+2) = x+36 \Leftrightarrow 3x+6 = x+36 \Leftrightarrow 2x = 30 \Leftrightarrow x = 15$

b) $\begin{cases} 4x-3y=1 \\ -x+3y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ y=\frac{4x-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$

c) $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot (x-4) \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix}$
 $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) + 2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot (x-4)$
 $= \frac{x-2\sqrt{x}+2\sqrt{x}+4}{x-4} \cdot (x-4) = x+4$

Câu 2.

Tổng số thí sinh dự thi: $24.80 = 1920$ (thí sinh)

Gọi x, y lần lượt là thí sinh thi THPT chuyên và PTDT nội trú

$$(0 < x < y < 1920, x, y \in \mathbb{N})$$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1920 \\ x-\frac{2}{3}y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=768 \\ y=1152 \end{cases} (TM)$

Vậy THPT chuyên: 768 thí sinh, Nội trú: 1152 thí sinh

Câu 3.

a) Vì (d) qua $I(1; 3) \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

$$\Rightarrow 3 = 2(m-1) \cdot 1 + m^2 + 2m$$

$$\Leftrightarrow 3 = 2m - 2 + m^2 + 2m$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-5 \end{cases}$$

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 = 2(m-1)x + m^2 + 2m$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 2m = 0 (1)$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - (m^2 + 2m) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 - 2m > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m < 1 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$$

Khi đó, áp dụng Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 + 2m \end{cases}$$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1 x_2 = 2020$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 6x_1 x_2 = 2020$$

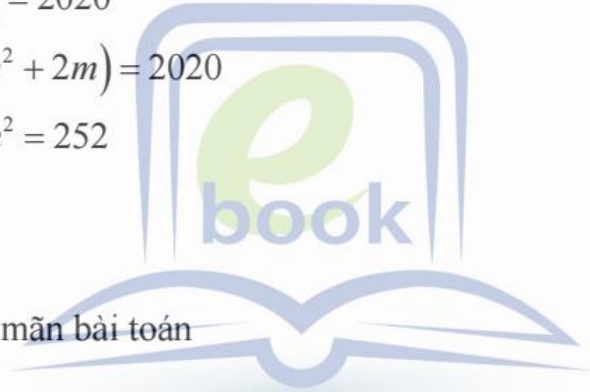
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 4x_1 x_2 = 2020$$

$$\text{hay } (2m - 2)^2 + 4(m^2 + 2m) = 2020$$

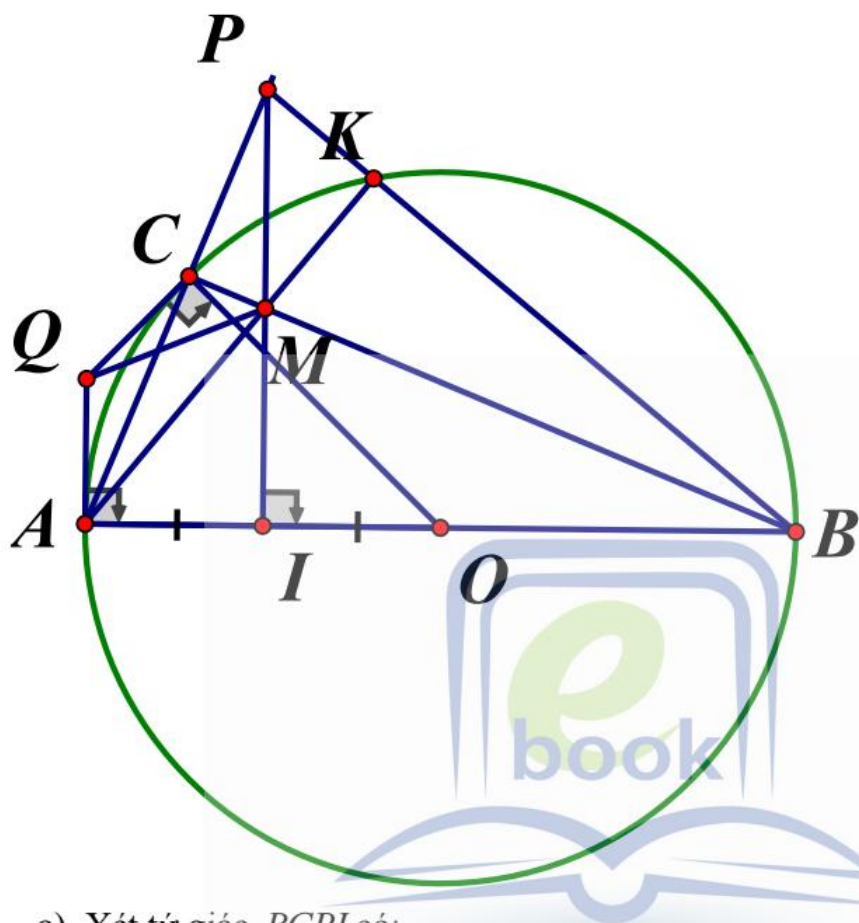
$$\Leftrightarrow 8m^2 = 2016 \Leftrightarrow m^2 = 252$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 6\sqrt{7} (ktm) \\ m = -6\sqrt{7} (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -6\sqrt{7}$ thỏa mãn bài toán



Câu 4.



a) Xét tứ giác $BCPI$ có:

$ACB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) và $PIB = 90^0$ (gt)

Suy ra tứ giác $BCPI$ nội tiếp đường tròn đường kính BP .

b) Xét ΔMAB có:

$MI \perp AB$ và $AC \perp MB$, suy ra MI, AC là hai đường cao. Mà P là giao điểm của MI, AC . Nên P là trực tâm $\triangle MAB$.

Ta lại có: $BKA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Nên $BK \perp MA \Rightarrow BK$ là đường cao thứ 3 trong tam giác MAB . Do đó BK đi qua điểm P hay B, P, K thẳng hàng.

c) Ta có: $AQ \parallel MI$ (do cùng vuông góc với AB) nên $QAIM$ là hình thang vuông

$BC = R$ nên $\triangle OBC$ đều. Do đó: $ABC = 60^\circ$

Ta có QA, QC là 2 tiếp tuyến của (O) nên $\angle QAC = \angle QCA = \angle ABC = 60^\circ$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 1 cung)

Do đó ΔQAC đều

ΔABC vuông tại C có $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3} \Rightarrow QA = R\sqrt{3}$

Ta có : I là trung điểm của bán kính OA nên $AI = \frac{1}{2}R$ và $BI = \frac{3}{2}R$

Xét tam giác MIB vuông tại I có: $MI = BI \cdot \tan ABC = \frac{3}{2}R \cdot \tan 60^\circ = \frac{3R\sqrt{3}}{2}$

Vậy diện tích hình thang vuông $QAIM$ là:

$$S_{QAIM} = \frac{(QA + IM) \cdot AI}{2} = \frac{\left(R\sqrt{3} + \frac{3R\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}R}{2} = \frac{5R^2\sqrt{3}}{8}$$

Câu 5.

$$\sqrt{\sqrt{3}-x} = x\sqrt{\sqrt{3}+x} \quad DK: -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}+x}}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}+x} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{3})$$

$$\Leftrightarrow x^3 + \sqrt{3}x^2 + x - \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{3}x^3 + 9x^2 + 3\sqrt{3}x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{3}x)^3 + 3(\sqrt{3}x)^2 \cdot 1 + 3(\sqrt{3}x) \cdot 1^2 + 1 = 10$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{3}x + 1)^3 = 10 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + 1 = \sqrt[3]{10}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{10} - 1}{\sqrt{3}} (tm)$$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt[3]{10} - 1}{\sqrt{3}} \right\}$$

VectorStock®

VectorStock.com/14523839

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH
KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020

Ngày thi: 01 tháng 6 năm 2019

Môn thi: **TOÁN (không chuyên)**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (1,0 điểm)

Tính giá trị biểu thức $T = \sqrt{4} + \sqrt{25} - \sqrt{9}$

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm m để đồ thị hàm số $y = (2m+1)x^2$ đi qua điểm $A(1;5)$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^2 - x - 6 = 0$

Câu 4. (1,0 điểm) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

Câu 5. (1,0 điểm) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d_1: y = -2x + 1$ và đường thẳng $d_2: y = x + 3$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có đường trung tuyến BM (M thuộc cạnh AC). Biết $AB = 2a$. Tính theo a độ dài AC , AM và BM .

Câu 7. (1,0 điểm) Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B . Vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là 10km/h nên ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai $\frac{1}{2}$ giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô. Biết rằng quãng đường AB dài 150km .

Câu 8. (1,0 điểm) Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa $x_1^3 + x_2^3 < 100$

Câu 9. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi I là trung điểm AB , đường thẳng qua I vuông góc AO và cắt cạnh AC tại J . Chứng minh bốn điểm B, C, J và I cùng thuộc một đường tròn.

Câu 10. (1,0 điểm) Cho đường tròn (C) có tâm I và có bán kính $R = 2a$. Xét điểm M thay đổi sao cho $IM = a$. Hai dây AC, BD đi qua điểm M và vuông góc với nhau (A, B, C, D thuộc (C)). Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $ABCD$.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

Ta có: $T = \sqrt{4} + \sqrt{25} - \sqrt{9} = 2 + 5 - 3 = 4$

Câu 2.

Vì đồ thị hàm số $y = (2m+1)x^2$ đi qua điểm $A(1;5)$ nên ta có:

$$5 = (2m+1).1^2 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì đồ thị hàm số $y = (2m+1)x^2$ đi qua điểm $A(1;5)$

Câu 3.

$$x^2 - x - 6 = 0(1) \text{ ta có } \Delta = (-1)^2 - 4.1.(-6) = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$$

Nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+5}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-5}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{-2; 3\}$$

Câu 4. Học sinh tự vẽ đồ thị

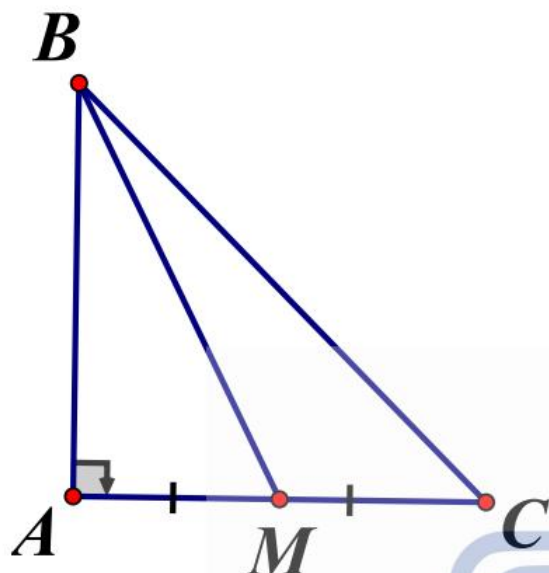
Câu 5.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là:

$$2x+1 = x+3 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=5$$

Vậy $A(2;5)$ là giao điểm của hai đường thẳng.

Câu 6.



Vì ABC vuông cân tại A nên $AC = AB = 2a$
 BM là đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh B , do đó: M là trung điểm của AC .

$$\Rightarrow AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$$

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle ABM$ vuông tại A

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 = 4a^2 + a^2 = 5a^2 \Rightarrow BM = a\sqrt{5}$$

Vậy $AC = 2a, AM = a, BM = a\sqrt{5}$

Câu 7.

Gọi vận tốc của ô tô thứ hai là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vì vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là $10km/h$ nên vận tốc của ô tô thứ nhất là $x + 10(km/h)$

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $\frac{150}{x+10}(h)$

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là $\frac{150}{x}(h)$

Theo đề ta có phương trình:

$$\frac{150}{x+10} + \frac{1}{2} = \frac{150}{x}$$

$$\Rightarrow 300x + x(x+10) = 300(x+10)$$

$$\Rightarrow 300x + x^2 + 10x = 300x + 3000$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 50x + 60x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 50) + 60(x - 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 60)(x - 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -60(km) \\ x = 50(tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô thứ hai là $50km/h$ và vận tốc ô tô thứ nhất là: $50 + 10 = 60km/h$

Câu 8.

$$x^2 - 4x + m + 1 = 0 \text{ ta có: } a = 1, b = -4, c = m + 1$$

$$\Rightarrow \Delta' = (-2)^2 - m - 1 = 3 - m$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 3 - m > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$x_1^3 + x_2^3 < 100$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) < 100$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] < 100$$

$$\Leftrightarrow 4[16 - 3(m + 1)] < 100$$

$$\Leftrightarrow 16 - 3m - 3 < 25$$

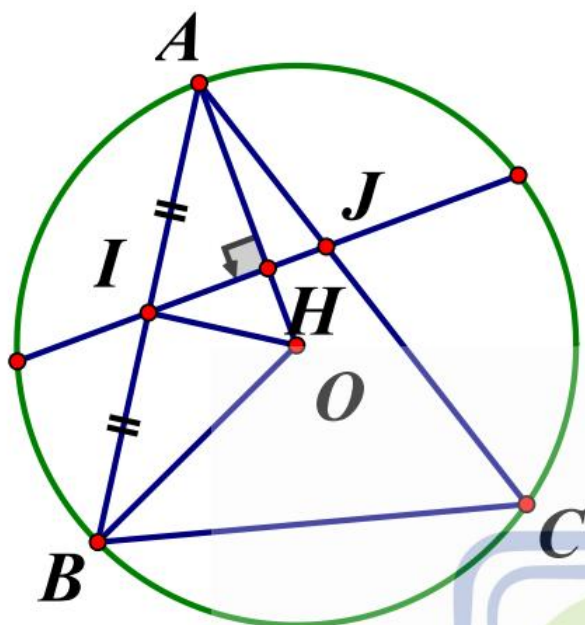
$$\Leftrightarrow -3m < 12$$

$$\Leftrightarrow m > -4$$

Kết hợp với điều kiện $m < 3$ và m nguyên ta có $\begin{cases} -4 < m < 3 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$

Vậy $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 9.



Gọi $H = IJ \cap OA$

Do I là trung điểm của $AB \Rightarrow OI \perp AB$ tại I (tính chất đường kính dây cung)

$\Rightarrow \triangle OAI$ vuông tại I

Xét tam giác vuông OAI có $\angle IOA + \angle OAI = 90^\circ$

Xét tam giác vuông IAH có $\angle HIA + \angle HAI = 90^\circ \Rightarrow \angle JIA + \angle OAI = 90^\circ \Rightarrow \angle IOA = \angle JIA$ (1)

Do tam giác OAB cân tại O ($OA = OB$) \Rightarrow Trung tuyến OI đồng thời là phân giác

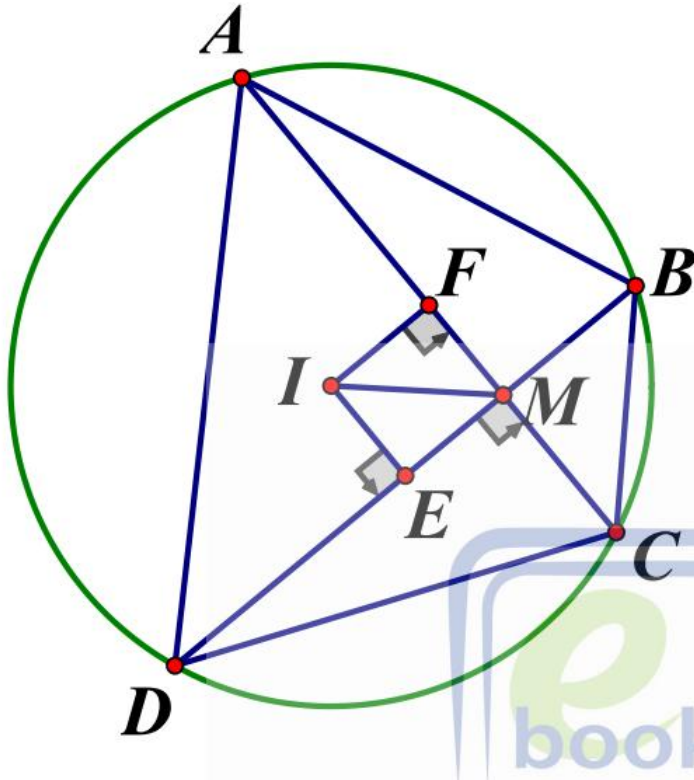
$$\Rightarrow \angle IOA = \frac{1}{2} \angle AOB$$

Mà $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$ (tính chất góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

$$\text{Mà } \Rightarrow \angle IOA = \angle ACB = \angle JCB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle JIA = \angle JCB \Rightarrow$ Tứ giác $BCJI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Câu 10.



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo $AC \perp BD \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \leq \frac{AC^2 + BD^2}{4}$

Ke... $IF \perp AC (E \in AC), IF \perp BD (F \in BD)$

$$AC = 2AF = 2\sqrt{IA^2 - IF^2} = 2\sqrt{4a^2 - IF^2}$$

$$BD = 2DE = 2\sqrt{ID^2 - IE^2} = 2\sqrt{4a^2 - IE^2}$$

$$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = 4(4a^2 - IF^2) + 4(4a^2 - IE^2) = 32a^2 - 4(IE^2 + IF^2)$$

Xét tứ giác $IEMF$ có $\angle IEM = \angle IFM = \angle EMF = 90^\circ \Rightarrow IEMF$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông) $\Rightarrow IF = EM \Rightarrow IE^2 + IF^2 = IM^2 = a^2$

$$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = 32a^2 - 4a^2 = 28a^2$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} \leq \frac{28a^2}{4} = 7a^2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AC = BD$

Vậy S_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất bằng $7a^2$ khi $AC = BD$.

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho $A = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}}$ ($x \geq 0, x \neq 1$)

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm x sao cho biểu thức $C = -A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 2. (2,0 điểm)

- Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ (không sử dụng máy tính cầm tay)
- Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $150m^2$. Biết rằng, chiều dài mảnh vườn hơn chiều rộng mảnh vườn là $5m$. Tính chiều rộng mảnh vườn.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = (m-4)x + m + 4$ (m là tham số)

- Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbb{R} .
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$
- Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d) . Chứng minh khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại H (H nằm giữa A và O , H khác A và O). Lấy điểm G thuộc đoạn CH (G khác C và H), tia AG cắt đường tròn tại E khác A

- Chứng minh tứ giác $BEGH$ là tứ giác nội tiếp
- Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD . Chứng minh $KC.KD = KE.KB$
- Đoạn thẳng AK cắt đường tròn tâm O tại F khác A . Chứng minh G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HEF
- Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên đường thẳng EF . Chứng minh $HE + HF = MN$.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $a + b + c + ab + bc + ca = 6$

Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq 3$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 1$

Khi $x = 2$ (tmdk) ta thay vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{2 + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(3 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{3\sqrt{2} - 3 + 2 - \sqrt{2}}{2 - 1} = 2\sqrt{2} - 1$$

b) Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 1$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} + 1 - x - 2 - (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} - x}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} = \frac{-\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

c) Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 1$

Ta có:

$$C = -A.B \Rightarrow C = -\frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{-\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1 - 1}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Với } x \geq 0, x \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} C = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \geq 0 \\ C = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} < 1 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq C < 1$$

$$\Rightarrow C \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow C = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 0$ thì $C = -A.B$ nhận giá trị nguyên

Câu 2.

$$a) \begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ 2 \cdot \frac{2}{3} - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

b) Gọi chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật là $x(m)$ $x > 0$

Khi đó chiều dài mảnh vườn là $x + 5(m)$

Diện tích mảnh vườn là: $x + 5(m)$

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là $150m^2$ nên ta có phương trình:

$$x(x + 5) = 150$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 15x - 10x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 15) - 10(x + 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)(x + 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -15(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là $10m$

Câu 3.

a) Hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbb{R} khi

$$\begin{cases} m - 4 \neq 0 \\ m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m > 4 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4$$

b) Gọi đồ thị hàm số $y = (m - 4)x + m + 4$ là đường thẳng (d)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$x^2 = (m - 4)x + m + 4 \Leftrightarrow x^2 - (m - 4)x - m - 4 = 0 (*)$$

Số giao điểm của (d) và (P) đồng thời cũng là số nghiệm của phương trình $(*)$

Có các hệ số $a = 1, b = -(m - 4), c = -m - 4$

Ta có:

$$\Delta = (m - 4)^2 + 4(m + 4) = m^2 - 8m + 16 + 4m + 16 = m^2 - 4m + 4 + 28 = (m - 2)^2 + 28$$

Ta có: $\Delta > 0 \quad \forall m$

Nên (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Áp dụng hệ thức Vi et cho phương trình $(*)$ ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 4 \\ x_1 x_2 = -m - 4 \end{cases}$

Theo đề ra ta có:

$$x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2) - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2) - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 4)^2 - 2(-m - 4) - (m - 4) - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 16 + 2m + 8 - m + 4 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 5m + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-2) - 5(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(m-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 5 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{2; 5\}$ thỏa giá trị bài toán

c) Ta có: $(d): y = (m-4)x + m + 4$

+) Xét TH: $m-4=0 \Leftrightarrow m=4$ ta có: $(d): y=8$ là đường thẳng song song với trục hoành

$$\Rightarrow d(O, (d)) = 8 = \sqrt{64} < \sqrt{65}$$

$$\Rightarrow d(O, (d)) < \sqrt{65} \quad \text{vs} \quad m=4$$

+) Xét TH: $m-4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 4$ ta có:

Gọi A là giao điểm của đường thẳng (d) với trục $Ox \Rightarrow A(x_A; 0)$

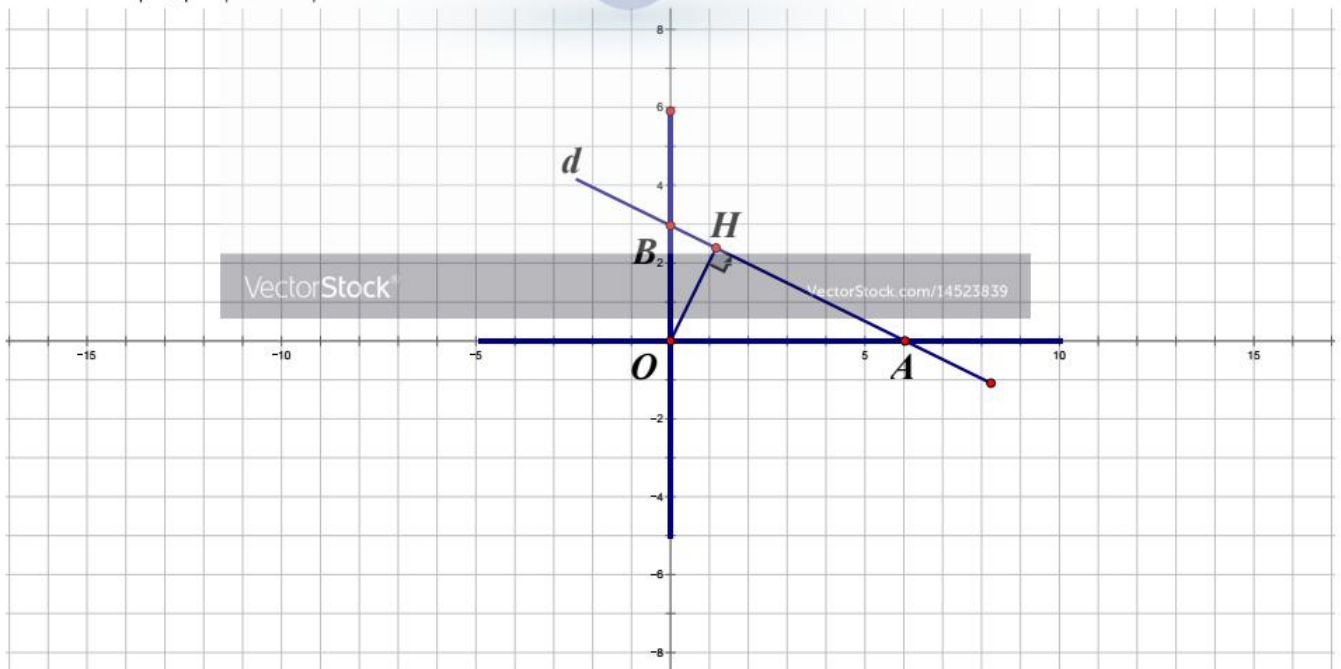
$$\Rightarrow 0 = (m-4)x_A + m + 4 \Leftrightarrow x_A = -\frac{m+4}{m-4} \Rightarrow A\left(-\frac{m+4}{m-4}, 0\right)$$

$$\Rightarrow OA = |x_A| = \left| -\frac{m+4}{m-4} \right| = \left| \frac{m+4}{m-4} \right|$$

Gọi B là giao điểm của đường thẳng (d) với trục $Oy \Rightarrow B(0; y_B)$

$$\Rightarrow y_B = (m-4) \cdot 0 + m + 4 = m + 4 \Rightarrow B(0; m+4)$$

$$\Rightarrow OB = |y_B| = |m+4|$$



Áp dụng hệ thức lượng cho ΔOAB vuông tại O có đường cao OH ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{\left(\frac{|m+4|}{|m-4|}\right)^2} + \frac{1}{(|m+4|)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{(m-4)^2}{(m+4)^2} + \frac{1}{(m+4)^2} = \frac{(m-4)^2 + 1}{(m+4)^2} \Leftrightarrow OH^2 = \frac{(m+4)^2}{(m-4)^2 + 1}$$

Giả sử khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) không lớn hơn $\sqrt{65} \Leftrightarrow d(O, (d)) \leq \sqrt{65}$

$$\Leftrightarrow OH \leq \sqrt{65} \Leftrightarrow OH^2 \leq 65$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m+4)^2}{(m-4)^2 + 1} \leq 65$$

$$\Leftrightarrow (m+4)^2 \leq 65[(m-4)^2 + 1] \text{ (do } (m-4)^2 + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 \leq 65m^2 - 520m + 1105$$

$$\Leftrightarrow 64m^2 - 528m + 1089 \geq 0$$

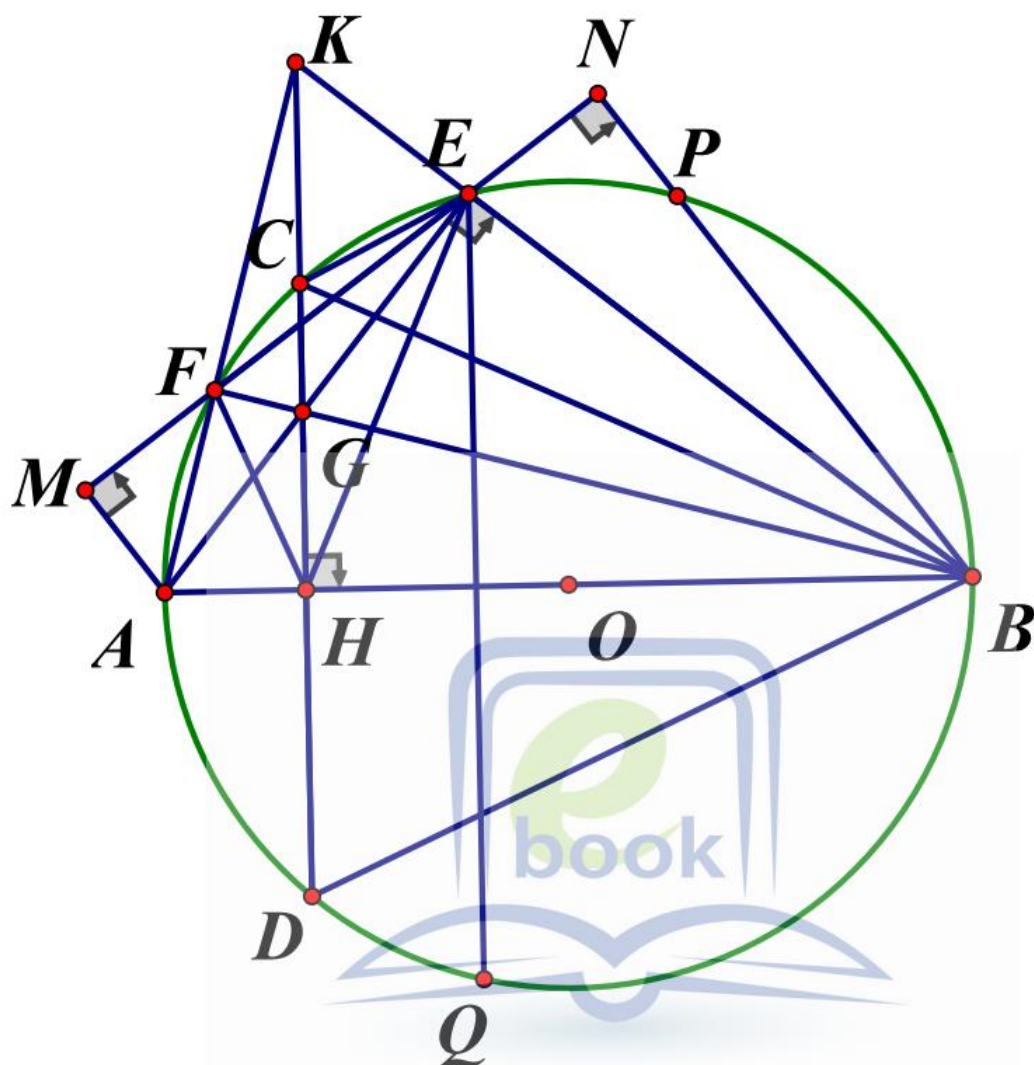
$$\Leftrightarrow (8m - 33)^2 \geq 0$$

Ta có: $(8m - 33)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow OH^2 \leq 65 \forall m \Rightarrow d(O, (d)) = OH \leq \sqrt{65}$

$\Rightarrow d(O, (d))$ không lớn $\sqrt{65}$ với mọi $m \neq 4$

Kết hợp hai trường hợp trên ta được khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$

Câu 4.



- a) Ta có $AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn(O)) $\Rightarrow GEB = 90^\circ$
 Có $CD \perp AB$ tại H(gt) $\Rightarrow GHB = 90^\circ$
 Xét tứ giác $BEGH$ có $GHB + GEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $BEGH$ là tứ giác nội tiếp.

- b) Dễ thấy tứ giác $BECD$ nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow KEC = CDB = KDB$ (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)
 Xét tam giác KCE và tam giác KBD có:

$$BKD \text{ chung; } KEC = KDB (cmt)$$

$$\Rightarrow \Delta KCE \sim \Delta KBD (g.g) \Rightarrow \frac{KC}{KB} = \frac{KE}{KD} \Rightarrow KC.KD = KE.KB (dfcm)$$

- c) Ta có: $AFB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BF \perp AF$ (1)
 Xét ΔKAB có hai đường cao AE, KH cắt nhau tại $G \Rightarrow G$ là trực tâm ΔKAB

$$\Rightarrow BG \perp AK \text{ hay } BG \perp AF(2)$$

Từ (1) và (2) \Rightarrow qua B kẻ được 2 đường thẳng BG, BF cùng vuông góc với AF

$$\Rightarrow BG \equiv BF \text{ hay B,G,F thẳng hàng} \Rightarrow GF \perp AF \Rightarrow AFG = 90^0$$

Xét tứ giác $AFGH$ có $AFG + AHG = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $AFGH$ là tứ giác nội tiếp.

$$\Rightarrow GHF = GAF \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung GF)}$$

Tứ giác $BEGH$ nội tiếp (cmt) $GHE = GBE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung GE)

Lại có: $GAF = EAF = EBF = GBE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EF)

$$\Rightarrow GHF = GHE \Rightarrow HG \text{ là phân giác của } \angle EHF(*)$$

Tứ giác $BEGH$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow GEH = GBH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung GH)

Mà $GBH = FBA = FEA = GEF$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AF)

$$\Rightarrow GEH = GEF \Rightarrow EG \text{ là phân giác của } \angle HEF(**)$$

Từ (*) và (**) $\Rightarrow G$ là giao điểm của hai đường phân giác của tam giác $HEF \Rightarrow G$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HEF

d) Gọi Q là điểm đối xứng của E qua AB, I là giao điểm của QO với (O) . Khi đó IQ là đường kính của (O)

Vì Q là điểm đối xứng của E qua AB hay qua HB nên HB là đường trung trực của EQ

$$\Rightarrow HE = HQ, AE = AQ \text{ và } OE = OQ \Rightarrow Q \in (O)$$

ΔHEQ có $HE = HQ$ nên cân tại H

$$\Rightarrow HB \text{ vừa là đường trung trực, vừa là đường phân giác} \Rightarrow \angle HQ = 2\angle EHB$$

Vì HG là tia phân giác của $\angle EHF$ (cmt) $\Rightarrow \angle EHF = 2\angle GHE$

$$\text{Ta có: } \angle HQ + \angle EHF = 2(\angle EHB + \angle GHE) = 2.90^0 = 180^0 \Rightarrow \angle FHQ = 180^0$$

$$\Rightarrow F, H, Q \text{ thẳng hàng} \Rightarrow FQ = HQ + HF = HE + HF$$

Xét (O) có $\angle IFQ = \angle APB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AP \perp NB$ mà

$$MN \perp NB(gt) \Rightarrow MN \parallel AP \text{ hay } EF \parallel AP$$

$$\Rightarrow AF = PE \text{ (hai cung bị chắn bởi hai dây song song thì bằng nhau)}$$

Lại có: $AQ = AE$ (cmt) $\Rightarrow AE = AQ$ (tính chất dây căng cung)

$$\Rightarrow AF + AQ = PE + AE \text{ hay } FQ = AP$$

$$\Rightarrow \angle FIQ = \angle PBA \text{ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)}$$

Xét ΔFIQ và ΔPBA có:

$$\angle IFQ = \angle APB = 90^0 \text{ (cmt); } IQ = AB \text{ (vì đều là đường kính); } \angle FIQ = \angle PBA \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta FIQ = \Delta PBA \text{ (ch - gn)} \Rightarrow FQ = AP$$

Xét tứ giác $AMNP$ có $M = N = APN = 90^0$

\Rightarrow Tứ giác $AMNP$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AP = MN$

Mà $AP = FQ = HE + HF$ (cmt) $\Rightarrow HE + HF = MN$ (đpcm)

Câu 5,

Với a, b, c dương, Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$$\frac{a^3}{b} + ab \geq 2a^2; \frac{b^3}{c} + bc \geq 2b^2; \frac{c^3}{a} + ca \geq 2c^2$$

Ta có:

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \forall a, b, c$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq a^2 + b^2 + c^2$$

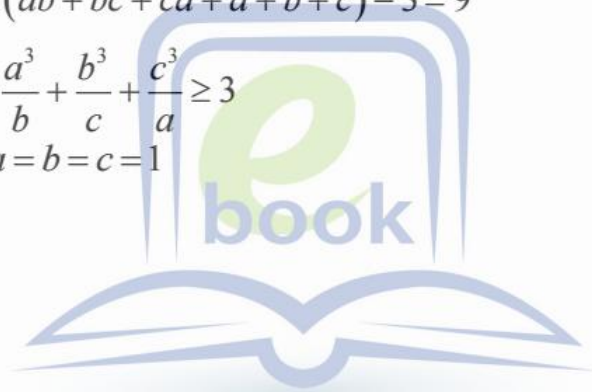
$\forall a, b, c$ thỏa mãn bài toán ta có:

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow 3(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca + a + b + c) - 3 = 9$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq 3 \Rightarrow \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq 3$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm có 01 trang, mỗi câu 01 điểm)

Câu 1. Chứng minh $A = \sqrt{2\sqrt{5} + 6} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} + 2018$ là một số nguyên.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \cdot \sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}}$ với $a < 1$ và $b > 1$.

Câu 3. Tìm các giá trị của $m \neq \frac{1}{2}$ để hàm số $y = (2m-1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x = 0$

Câu 4. Cho hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$. Xác định các hệ số a, b biết đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x + 2019$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020.

Câu 5. Một địa phương cấy 10ha giống lúa loại I và 8ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:

+ Tổng sản lượng của hai vụ lúa thu về là 139 tấn

+ Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ha) của mỗi loại giống lúa

Câu 6. Cho phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020$

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 10\text{cm}$, $AH = 6\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AC, BC của tam giác ABC .

Câu 8. Cho đường tròn (O) . Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A . Trên d lấy một điểm B (B khác A), vẽ đường tròn (B, BA) cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác A). Chứng minh BC là tiếp tuyến của (O) .

Câu 9. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các cung nhỏ AC và AB sao cho BP vuông góc với AC , CQ vuông góc với AB . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của PQ với AB và AC . Chứng minh

$$IJ \cdot AC = AI \cdot CB$$

Câu 10. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC .

a) Chứng minh $OB^2 = OH \cdot OA$

b) EF là một dây cung của (O) đi qua H sao cho A, E, F không thẳng hàng. Chứng minh bốn điểm A, E, O, F nằm trên cùng một đường tròn.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

Ta có:

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{2\sqrt{5}+6} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + 2018 \\&= \sqrt{1^2 + 2.1.\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2} - |\sqrt{5}-1| + 2018 \\&= \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} - (\sqrt{5}-1) + 2018 \\&= 1 + \sqrt{5} - \sqrt{5} + 1 + 2018 = 2020 \Rightarrow A \in \mathbb{Z} \\&\text{Vậy } A \text{ là một số nguyên.}\end{aligned}$$

Bài 2.

Với $a < 1$ và $b > 1$ ta có:

$$\begin{aligned}P &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}} = \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \sqrt{\frac{(\sqrt{b}-1)^2}{(a-1)^2}} = \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \cdot \left| \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} \right| \\&\text{Do } \begin{cases} a < 1 \Rightarrow a-1 < 0 \\ b > 1 \Rightarrow \sqrt{b} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{b}-1 > 0 \end{cases} \\&\Rightarrow \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} < 0 \Leftrightarrow \left| \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} \right| = -\frac{\sqrt{b}-1}{a-1} \\&\Rightarrow A = -\frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \cdot \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} = -1\end{aligned}$$

Bài 3.

Ta thấy hàm số $y = (2m-1)x^2 \left(m \neq \frac{1}{2} \right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x = 0$

$$\Leftrightarrow 2m-1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Vậy $m < \frac{1}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Bài 4.

Vì tọa độ hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x + 2019$ nên $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 2019 \end{cases}$

$$\Rightarrow y = ax + b \Leftrightarrow y = 2x + b (b \neq 2019)$$

Mà đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020 \Rightarrow đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2020)$

$$\Rightarrow 2020 = 2.0 + b \Leftrightarrow b = 2020(tm)$$

Vậy $a = 2; b = 2020$

Bài 5.

Gọi sản lượng lúa của loại I và II trên mỗi ha lần lượt là x và y (tấn/ha). Điều kiện $x, y > 0$
10ha giống lúa loại I thu về sản lượng 10x tấn, 8ha giống lúa loại II thu về sản lượng 8y tấn
Tổng sản lượng thu về là 139 tấn nên ta có phương trình: $10x + 8y = 139(1)$

4ha giống lúa loại I thu về sản lượng 4x tấn, 3ha giống lúa loại II thu về sản lượng 3y tấn
Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn nên ta có phương trình: $4x - 3y = 6(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x + 16y = 278 \\ 20x - 15y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 31y = 248 \\ x = \frac{6 + 3y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 7,5 \end{cases} (TM)$$

Vậy năng suất lúa trung bình của giống lúa loại I là 7,5 tấn/ha, năng suất lúa trung bình của giống lúa loại II là 8 tấn/ha

Bài 6.

Phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0(*)$ có $\Delta' = (-2)^2 - 1.(m+1) = 3 - m$

Để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ 3 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3$

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 x_2 = 2020$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 12x_1 x_2 = 2020$$

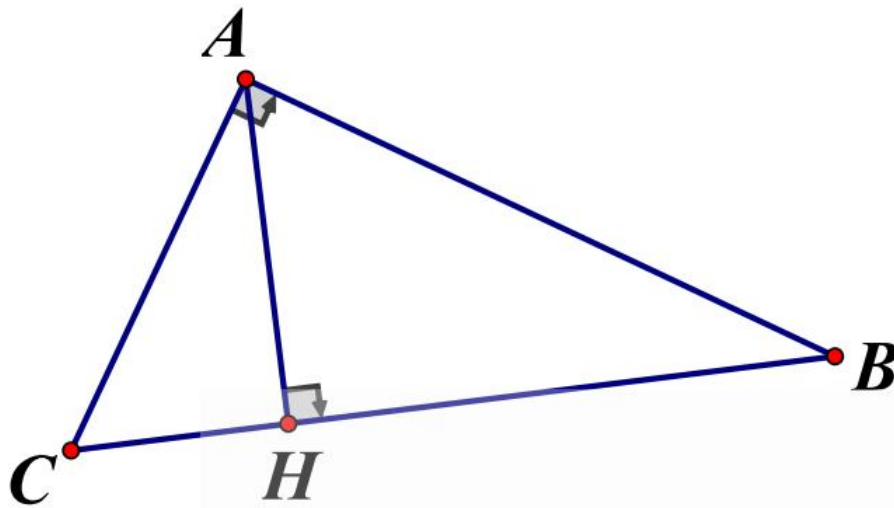
$$\Leftrightarrow 4^2 - 12(m+1) = 2020$$

$$\Leftrightarrow 12m = -2016$$

$$\Leftrightarrow m = -168(tm)$$

Vậy $m = -168$ là giá trị cần tìm

Bài 7.



Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABH vuông tại H. Ta có:

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow BH^2 = AB^2 - AH^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\Rightarrow BH = \sqrt{64} = 8(cm)$$

Trong tam giác vuông ABC vuông tại A có AH là đường cao.

$$\Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

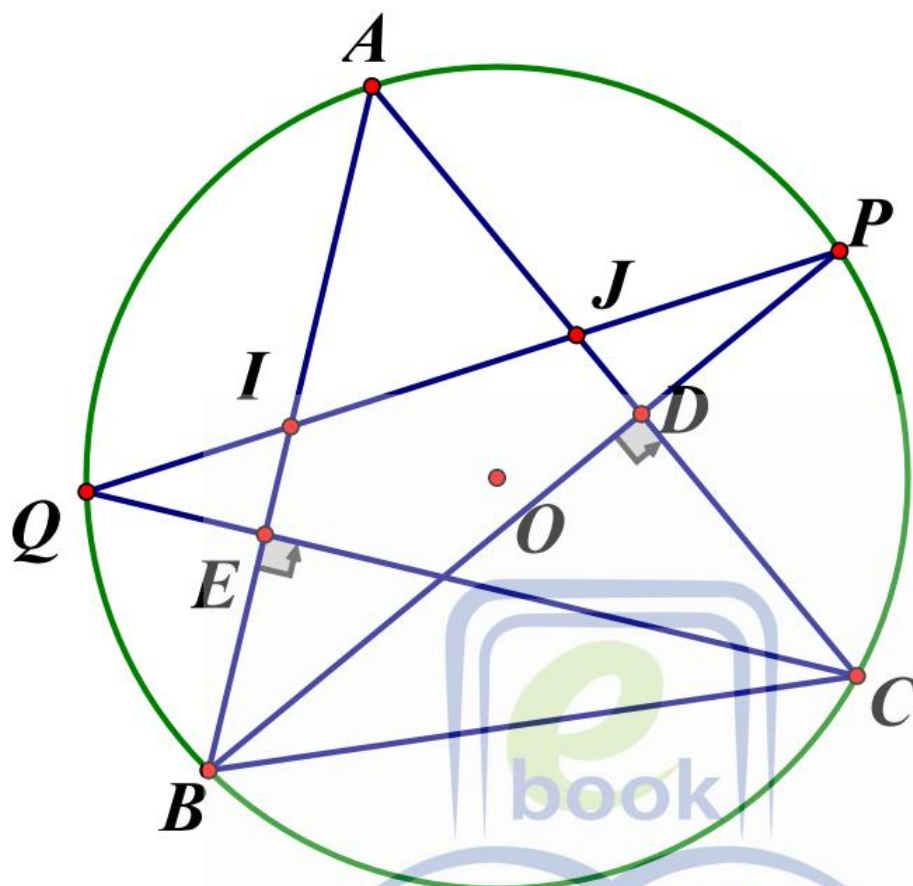
$$\Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{10^2}{8} = 12,5(cm)$$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABC vuông ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 12,5^2 - 10^2 = 56,25 \Rightarrow AC = 7,5(cm)$$

Vậy $AC = 7,5cm, BC = 12,5cm$

Bài 9.



Gọi $BP \cap AC = \{D\}$; $AB \cap CQ = \{E\}$

Xét đường tròn (O) ta có:

$$BDC = \frac{1}{2}(\text{sd } BC + \text{sd } AP) \quad (\text{góc có đỉnh bên trong đường tròn})$$

$$BEC = \frac{1}{2}(\text{sd } BC + \text{sd } AQ) \quad (1)$$

Mà theo giả thiết $BD \perp AC$ tại D, $CQ \perp AB$ tại E $\Rightarrow BDC = BEC = 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\text{sd } AP = \text{sd } AQ$ (3)

Ta lại có: $AIJ = \frac{1}{2}(\text{sd } BQ + \text{sd } AP)$ (4) (góc có đỉnh bên trong đường tròn)

Và $ACB = \frac{1}{2} \text{sd } AB = \frac{1}{2}(\text{sd } BQ + \text{sd } AQ)$ (5) (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

Từ (3), (4), (5) suy ra $ACB = AIJ$

Xét $\triangle AIJ$ và $\triangle ACB$ có:

A chung; $ACB = AIJ$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AIJ \sim \triangle ACB$ (g.g)

Bài 10.



$AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow A$ nằm trên trung trực BC

$$\Rightarrow OB^2 = OH \cdot OA \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông } OBA)$$

b) Theo câu a: $OB^2 = OH.OA \Rightarrow \frac{OB}{OH} = \frac{OA}{OB}$

Xét $\triangle OHF$ và $\triangle OFA$ có: O chung; $\frac{OF}{OH} = \frac{OA}{OF} (cmt)$

$$\Rightarrow \Delta OHF \sim \Delta OFA(c.g.c) \Rightarrow OAF = OFH = OFE (1) \text{ (góc tương ứng)}$$

Mà tam giác OEF cân tại $O \Rightarrow OEF = OFE(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\angle OEF = \angle OAF (= \angle OFE)$

Xét tứ giác $AEOF$ có $\angle OEF = \angle OAF$ (cmt) \Rightarrow tứ giác $AEOF$ nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

Hay bốn điểm A, O, E, F cùng thuộc một đường tròn (dpcm)



Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$, với $x \geq 0, x \neq 4$

- 1) Rút gọn biểu thức A
- 2) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 6 + 4\sqrt{2}$

Câu II. (2,0 điểm)

- 1) Cho đường thẳng $(d): y = ax + b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y = 5x + 6$ và đi qua điểm $A(2;3)$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$
- 2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số). Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:
$$(x_1^2 - 2mx_1 - x_2 + 2m - 3)(x_2^2 - 2mx_2 - x_1 + 2m - 3) = 19$$

Câu IV. (3,0 điểm)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R , kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C . Gọi I, K, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các đoạn thẳng AB, AC, BC .

- 1) Chứng minh $AIMK$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh $MPK = MBC$
- 3) Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu V. (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a^4 + b^4 + ab} + \frac{bc}{b^4 + c^4 + bc} + \frac{ca}{c^4 + a^4 + ca} \leq 1$$

ĐÁP ÁN

Câu I.

1) Với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) - 5 - \sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x - \sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

2) Ta có: $x = 6 + 4\sqrt{2} = 4 + 2 \cdot 2\sqrt{2} + 2 = (2 + \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{2}$

Do đó, $A = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} = \frac{2+\sqrt{2}-4}{2+\sqrt{2}-2} = \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} = 1 - \sqrt{2}$

Câu II.

1) Đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $(d'): y = 5x + 6$

nên ta có: $\begin{cases} a = 5 \\ b \neq 6 \end{cases}$

Do $(d): y = 5x + b$ đi qua điểm $A(2;3)$ nên $3 = 5 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -7(tm)$

Vậy $a = 5; b = -7$

2) $\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 1)$

Câu III.

1) $x^2 - 4x + 3 = 0$

Ta thấy phương trình có dạng $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 3$

2) Ta có: $\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 6 = (m-2)^2 + 2 > 0 \forall m$, nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình nên theo định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = 2m-5 \end{cases}$$

Ta có: $x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m-5 = 0$ và $x_2^2 - 2(m-1)x_2 + 2m-5 = 0$

Khi đó:

$$\begin{aligned} x_1^2 - 2mx_1 - x_2 + 2m - 3 &= [x_1^2 - 2(m-1)x_1 - 5] - 2x_1 - x_2 + 2 \\ &= -2x_1 - x_2 + 2 = -2(x_1 + x_2) + x_2 + 2 = -4(m-1) + x_2 + 2 = 6 - 4m + x_2 \end{aligned}$$

Tương tự ta có: $x_2^2 - 2mx_2 - x_1 + 2m - 3 = 6 - 4m + x_1$

Do đó :

$$(x_1^2 - 2mx_1 - x_2 + 2m - 3)(x_2^2 - 2mx_2 - x_1 + 2m - 3) = 19$$

$$\Leftrightarrow (6 - 4m + x_2)(6 - 4m + x_1) = 19$$

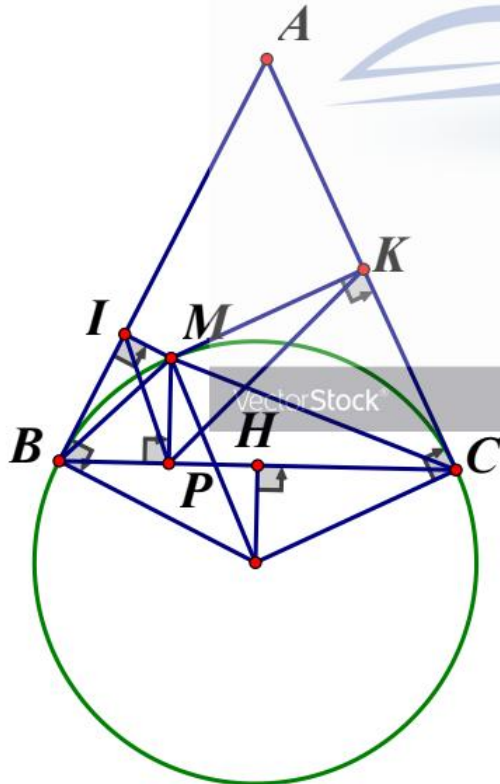
$$\Leftrightarrow x_1x_2 + (6 - 4m)(x_1 + x_2) + (6 - 4m)^2 = 19$$

$$\Leftrightarrow 2m - 5 + 2(6 - 4m)(m - 1) + (6 - 4m)^2 = 19$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 26m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{13}{4} \end{cases}$$

Vậy $m \in \left\{0; \frac{13}{4}\right\}$ là các giá trị cần tìm

Câu IV.



1) Ta có: $\angle AIM = \angle AKM = 90^\circ (gt) \Rightarrow$ tứ giác $AIMK$ nội tiếp

2) Tứ giác $CPMK$ có $\angle MPC = \angle MKC = 90^\circ$ (giả thiết)

Do đó $CPMK$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow MPK = MCK$ (1)

Vì KC là tiếp tuyến của (O) nên ta có: $MCK = MBC$ (cùng chắn MC) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MPK = MBC$ (3)

3) Chứng minh tương tự ý 2) ta có $BPMI$ là tứ giác nội tiếp

Suy ra $MIP = MBC$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $MPK = MIP$

Tương tự chứng minh được $MKP = MPI$

$$\text{Suy ra } \triangle MPK \sim \triangle MIP \Rightarrow \frac{MP}{MI} = \frac{MK}{MP} \Rightarrow MI \cdot MK = MP^2 \Rightarrow MI \cdot MK \cdot MP = MP^3$$

Do đó $MI \cdot MK \cdot MP$ lớn nhất khi và chỉ khi MP lớn nhất

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên BC , suy ra OH là hằng số (do BC cố định)

Ta có: $MP + OH \leq OM = R \Rightarrow MP \leq R - OH$.

$MP = R - OH$ khi và chỉ khi O, H, M thẳng hàng khi và chỉ khi M là điểm chính giữa cung nhỏ BC .

Vậy tích $MI \cdot MK \cdot MP$ lớn nhất khi M là điểm chính giữa cung nhỏ BC .

Câu V.

Ta có:

$$a^4 + b^4 \geq ab(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^4 - a^3b + b^4 - ab^3 \geq 0 \Leftrightarrow (a^3 - b^3)(a - b) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2(a^2 + ab + b^2) \geq 0 \text{ luôn đúng với } \forall a, b > 0$$

$$\text{Suy ra } \frac{ab}{a^4 + b^4 + ab} \leq \frac{ab}{ab(a^2 + b^2) + ab} = \frac{1}{a^2 + b^2 + 1}$$

Tương tự ta có:

$$\frac{bc}{b^4 + c^4 + bc} \leq \frac{1}{b^2 + c^2 + 1}; \frac{ca}{c^4 + a^4 + ca} \leq \frac{1}{c^2 + a^2 + 1}.$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a^4 + b^4 + ab} + \frac{bc}{b^4 + c^4 + bc} + \frac{ca}{c^4 + a^4 + ca}$$

$$\leq \frac{1}{a^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{c^2 + a^2 + 1} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } x = \sqrt[3]{a^2}; y = \sqrt[3]{b^2}; z = \sqrt[3]{c^2} \Rightarrow \begin{cases} x, y, z > 0 \\ x \cdot y \cdot z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 + 1 = x^3 + y^3 + 1 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) + xyz$$

$$\geq (x + y)xy + xyz = xy(x + y + z) = \frac{x + y + z}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2 + b^2 + 1} = \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} \leq \frac{x}{x + y + z}, \frac{1}{c^2 + a^2 + 1} = \frac{1}{z^3 + x^3 + 1} \leq \frac{y}{x + y + z}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a^2+b^2+1} + \frac{1}{b^2+c^2+1} + \frac{1}{c^2+a^2+1} \\ &= \frac{1}{x^3+y^3+1} + \frac{1}{y^3+z^3+1} + \frac{1}{z^3+x^3+1} \\ &\leq \frac{z}{x+y+z} + \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+z} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1(2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.



Câu 1. (1,5 điểm)

- a) Tìm giá trị của x sao cho biểu thức $A = x - 1$ có giá trị dương
- b) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, tính giá trị biểu thức $B = 2\sqrt{2^2.5} - 3\sqrt{3^2.5} + 4\sqrt{4^2.5}$
- c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2$ với $a \geq 0, a \neq 1$

Câu 2. (1,5 điểm)

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$
- b) Cho đường thẳng $d: y = ax + b$. Tìm các giá trị của a và b sao cho đường thẳng d đi qua điểm $A(0; -1)$ và song song với đường thẳng $\Delta: y = x + 2019$

Câu 3. (1,0 điểm)

Hưởng ứng ngày Chủ nhật xanh do UBND tỉnh phát động với chủ đề “Hãy hành động để Thừa Thiên Huế thêm Xanh, Sạch, Sảng”, một trường THCS đã cử học sinh của hai lớp 9A và 9B cùng tham gia làm tổng vệ sinh một con đường, sau $\frac{35}{12}$ giờ thì làm xong công việc. Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm riêng thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc?

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 2(m - 2)x + m^2 - 4m = 0$ (1) (với x là ẩn số)

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$
- b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
- c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều

$$\text{kiện } \frac{3}{x_1} + x_2 = \frac{3}{x_2} + x_1$$

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Trên đường tròn (O) lấy điểm C không trùng B sao cho $AC > BC$. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và tại C cắt nhau tại D . Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB , E là giao điểm của hai đường thẳng OD và AC .

- a) Chứng minh $OECH$ là tứ giác nội tiếp
- b) Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng CD và AB . Chứng minh $2BCF + CFB = 90^\circ$.
- c) Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng BD và CH . Chứng minh hai đường thẳng EM và AB song song với nhau.

Câu 6. (1,0 điểm)

Một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 6cm , bán kính đáy bằng 1cm . Người ta thả từ từ lần lượt vào cốc nước 1 viên bi hình cầu và một vật có dạng hình nón đều bằng thủy tinh (vừa khít như hình vẽ) thì thấy nước trong chiếc cốc tràn ra ngoài. Tính thể tích của lượng nước còn lại trong chiếc cốc (biết rằng đường kính của viên bi, đường kính của đáy hình nón và đường kính của đáy cốc nước xem như bằng nhau; bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Ta có: $A > 0 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy $x > 1$ thì A có giá trị dương.

b) $B = 2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} - 3\sqrt{3^2 \cdot 5} + 4\sqrt{4^2 \cdot 5} = 2 \cdot 2\sqrt{5} - 3 \cdot 3\sqrt{5} + 4 \cdot 4\sqrt{5}$
 $= 4\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 16\sqrt{5} = 11\sqrt{5}$

c) $C = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2 \quad (a \geq 0, a \neq 1)$
 $= \left[\frac{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a} + a)}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right] \cdot \left[\frac{1 - \sqrt{a}}{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a})} \right]^2$
 $= (1 + \sqrt{a} + a + \sqrt{a}) \cdot \left(\frac{1}{1 + \sqrt{a}} \right)^2$
 $= (1 + 2\sqrt{a} + a) \cdot \frac{1}{(1 + \sqrt{a})^2} = (1 + \sqrt{a})^2 \cdot \frac{1}{(1 + \sqrt{a})^2} = 1$

Câu 2.

a) $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 3y = 21 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 26 \\ y = 4x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 1)$

b) Ta có $d // \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b \neq 2019 \end{cases} \Rightarrow d: y = x + b \quad (b \neq 2019)$

Đường thẳng $d: y = x + b$ đi qua điểm $A(0; -1)$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình d ta được: $-1 = 0 + b \Leftrightarrow b = -1$ (tm)

Vậy $a = -1, b = -1$

Câu 3.

Gọi thời gian lớp 9A làm một mình xong công việc là x (giờ) $\left(x > \frac{35}{12} \right)$

Gọi thời gian lớp 9B làm một mình xong công việc là y (giờ) $(y > 2)$

\Rightarrow Mỗi giờ lớp 9A làm được phần công việc là $\frac{1}{x}$ (công việc)

\Rightarrow Mỗi giờ lớp 9B làm được phần công việc là $\frac{1}{y}$ (công việc)

Mỗi giờ thì cả hai lớp 9A và 9B làm được phần công việc là 1: $\frac{35}{12} = \frac{12}{35}$ (công việc)

Theo đề bài ta có hai lớp cùng làm chung công việc trong $\frac{35}{12}$ giờ thì xong công việc nên ta có

phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{12}{35}$ (1)

Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ nên ta có phương trình $y = x + 2$ (2)

Thế phương trình (2) vào phương trình (1) ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35} \Rightarrow 35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 35x + 70 + 35x = 12x^2 + 24x$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 46x - 70 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 60x + 14x - 70 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x(x-5) + 14(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(12x+14) \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ 12x+14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5(tm) \\ x=-\frac{7}{6}(ktm) \end{cases}$$

Vậy nếu làm việc một mình thì lớp 9A làm xong công việc trong 5 giờ, lớp 9B làm xong công việc trong $5 + 2 = 7$ giờ

Câu 4.

a) Thay $m=1$ vào phương trình (1) ta được phương trình:

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) + (x-3) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy với $m=1$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 3\}$

b) $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$ (1)

$$\text{Có } \Delta' = (m-2)^2 - m^2 + 4m = m^2 - 4m + 4 - m^2 + 4m = 4 > 0$$

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

c) Phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m .

Áp dụng hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-2) = -2m + 4 \\ x_1 x_2 = m^2 - 4m \end{cases}$$

Theo bài ta có: $\frac{3}{x_1} + x_2 = \frac{3}{x_2} + x_1$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x_1} - \frac{3}{x_2} - x_1 + x_2 = 0 \left(x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0, m \neq 4 \right)$$

$$\Leftrightarrow 3 \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) + (x_2 - x_1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x_2 - x_1)}{x_1 x_2} + (x_2 - x_1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1) \left(\frac{3}{x_1 x_2} + 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x_1 x_2} + 1 = 0 \left(\text{do } x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 \neq 0 \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{m^2 - 4m} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3(tm) \\ m = 1(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 1; m = 3$ là các giá trị thỏa mãn bài toán.



[illegible]

a) Ta có $CH \perp AB = \{H\} \Rightarrow CHO = 90^\circ$

Xét đường tròn (O) ta có: $AD = CD$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau), $OA = OC (= R)$

$\Rightarrow OD$ là đường trung trực của AC . $\Rightarrow OD \perp AC$ tại E $\Rightarrow CEO = 90^\circ$

Xét tứ giác $OECH$ có: $CEO + CHO = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow OECH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°)

b) Xét đường tròn (O) ta có:

$$BAC = BCF \text{ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung BC) (1)}$$

Xét $\triangle CBA$ và $\triangle HBC$ có: CBA chung; $BCA = CHB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \Delta CBA \sim \Delta HBC(g.g) \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{HCB} (2) \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $BCF = HCB$

Mặt khác ta có: $\triangle CHF$ vuông tại H (do $CH \perp AB$) khi đó ta có:

$$HCF + CFH = 90^{\circ} \Leftrightarrow 2BCF + CFH = 90^{\circ} \quad (dfcm)$$

c) Gọi K là giao điểm của DB và AC .

Xét đường tròn (O) ta có: $ABC = ACD$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC)

Ta có $\triangle ACH$ vuông tại $H \Rightarrow ACH + CAH = 90^\circ$

$\triangle ABC$ vuông tại $C \Rightarrow CAB + CBA = 90^\circ$

$\Rightarrow ACH = ABC$ (cùng phụ với CAH) $\Rightarrow CAH = DCA = DCK (= CBA)$

$\Rightarrow CK$ là phân giác trong của DCM trong $\triangle CDM$

Lại có: $BCF = BCH = BCM$ (câu b)

$\Rightarrow BC$ là phân giác ngoài của DCM trong $\triangle DCM$

Áp dụng tính chất tia phân giác của tam giác trong $\triangle DCM$ ta có: $\frac{KM}{KD} = \frac{BM}{BD} = \frac{CM}{CD}$

Lại có: $AC = AD$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \frac{KM}{KD} = \frac{BM}{BD} = \frac{CM}{AD}$

Ta có: $CH \parallel AD (\perp AB) \Rightarrow \frac{HM}{AD} = \frac{BM}{BD}$ (định lý Ta let)

$\Rightarrow \frac{HM}{AD} = \frac{CM}{AD} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow HM = CM \Rightarrow M$ là trung điểm của CH .

Mà E là trung điểm của CA (OD là trung trực của AC)

$\Rightarrow ME$ là đường trung bình $\triangle CAH$ (định nghĩa đường trung bình)

$\Rightarrow ME \parallel AH$ hay $ME \parallel AB$ (đpcm)

Câu 6.

Ta có hình trụ có: $h_{tru} = 6cm, r_{tru} = 1cm \Rightarrow V_{tru} = \pi r_{tru}^2 h_{tru} = \pi \cdot 1^2 \cdot 6 = 6\pi (cm^3)$

Ta có $r_{cau} = r_{tru} = 1(cm) \Rightarrow V_{cau} = \frac{4}{3} \pi r_{cau}^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \pi (cm^3)$

Theo hình vẽ ta có: $h_{non} = h_{tru} - 2r_{cau} = 6 - 2 = 4(cm)$

$V_{non} = \frac{1}{3} \pi r_{non}^2 h_{non} = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 4 = \frac{4}{3} \pi (cm^3)$

Khi đó ta có thể tích của lượng nước còn lại trong chiếc cốc là:

$V = V_{tru} - V_{non} - V_{cau} = 6\pi - \frac{4}{3} \pi - \frac{4}{3} \pi = \frac{10}{3} \pi (cm^3)$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TIỀN GIANG**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10

NĂM HỌC : 2019-2020

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 5/6/2019

Bài I. (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình và phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x - y = 1 \end{cases} & \text{b) } (x^2 - 4)(x^4 - 5x^2 + 19) = 0 \end{array}$$

2) Cho phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm

b) Tìm m sao cho phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4} = \frac{257}{256}$$

3) Rút gọn biểu thức : $A = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \sqrt{13 + 2\sqrt{42}}$

Bài II. (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$, các đường thẳng $(d_1): y = -x + 2$ và $(d_2): y = x + m - 3$

1) Vẽ đồ thị của (P) và (d_1) trên cùng một hệ trục tọa độ.

2) Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d_1)

3) Tìm giá trị của tham số m , biết đường thẳng (d_2) tiếp xúc với parabol (P)

Bài III. (1,5 điểm)

Hai người đi xe đạp từ huyện A đến huyện B trên quãng đường dài $24km$, khởi hành cùng một lúc. Vận tốc xe của người thứ nhất hơn vận tốc xe của người thứ hai là $3km/h$ nên người thứ nhất đến huyện B trước người thứ hai là 24 phút. Tính vận tốc xe của mỗi người.

Bài IV. (2,5 điểm)

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn tâm O (B, C là hai tiếp điểm) và cát tuyến AEF sao cho điểm E nằm giữa A, F ($BE < EC$)

1) Chứng minh $AB^2 = AE \cdot AF$

2) Gọi I là trung điểm của EF. Chứng minh các tứ giác $ABOC, ABIO$ nội tiếp đường tròn

3) Các đường thẳng AO, AF cắt BC lần lượt tại H và D. Chứng minh $AD \cdot AI = AE \cdot AF$

Bài V. (1,0 điểm)

Cho hình nón có đường sinh bằng $17cm$ và diện tích xung quanh bằng $136\pi cm^2$. Tính bán kính đáy và thể tích của hình nón.

ĐÁP ÁN

Câu I

1)

$$a) \begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2, 3)$

$$b) (x^2 - 4)(x^4 - 5x^2 + 19) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 & (1) \\ x^4 - 5x^2 + 19 = 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1) ta có: $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Giải (2) ta có: $x^4 - 5x^2 + 19 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$ phương trình (2) trở thành: $t^2 - 5t + 19 = 0$ (3)

$\Delta_3 = (-5)^2 - 4.1.19 = -51 < 0$ nên phương trình (3) vô nghiệm do đó phương trình (2) vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-2; 2\}$

$$2) a) x^2 + mx + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 16$$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow (m - 4)(m + 4) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 4 \end{cases}$$

b) Từ điều kiện ta thấy $x_1, x_2 \neq 0$ nên $0^2 + m.0 + 4 = 4 \neq 0$ (luôn đúng)

Do đó với $\begin{cases} m < -4 \\ m > 4 \end{cases}$ thì phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \neq 0$.

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$

Theo đề ra ta có:

$$\frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4} = \frac{257}{256} \Leftrightarrow \frac{x_1^4 + x_2^4}{x_1^4 x_2^4} = \frac{257}{256}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2}{(x_1 x_2)^4} = \frac{257}{256}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \right]^2 - 2(x_1x_2)^2}{(x_1x_2)^4} = \frac{257}{256}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m^2 - 8)^2 - 2 \cdot 16}{256} = \frac{257}{256}$$

$$\Leftrightarrow (m - 8)^2 = 289$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8 = 17 \\ m^2 - 8 = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 25 \\ m^2 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \\ m \in \emptyset \end{cases}$$

Vậy $m = \pm 5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\begin{aligned} 3) A &= \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \sqrt{13 + 2\sqrt{42}} \\ &= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{6})^2} + \sqrt{6 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{7} + 7} \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

Vậy $A = 2\sqrt{7}$

Câu II

1. Học sinh tự vẽ (P) và (d)
2. Tọa độ của (P) và (d₁) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -x + 2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d₁) là A(1;1); C(-2;4)

3) Phương trình hoành độ giao điểm của (d₂) và (P) là:

$$x^2 = x + m - 3 \Leftrightarrow x^2 - x - m + 3 = 0(*)$$

Ta có các hệ số: $a = 1, b = -1, c = -m + 3$

$$\Delta = 1 - 4(-m + 3) = 1 + 4m - 12 = 4m - 11$$

Số giao điểm của đường thẳng (d_2) và Parabol (P) đồng thời là số nghiệm của phương trình (*)

Đường thẳng (d_2) tiếp xúc với parabol (P) khi và chỉ khi

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 4m - 11 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{11}{4}$$

Vậy $m = \frac{11}{4}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu III.

$$\text{Đổi } 24' = \frac{2}{5}h$$

Gọi vận tốc xe của người thứ nhất đi là $x(km/h)$ ($x > 3$)

Vận tốc xe của người thứ hai đi là: $x - 3(km/h)$

Thời gian đi từ huyện A đến huyện B của người thứ nhất là: $\frac{24}{x}(h)$

Thời gian đi từ huyện A đến huyện B của người thứ hai là: $\frac{24}{x-3}(h)$

Người thứ nhất đến huyện B trước người thứ hai là 24 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x-3} - \frac{24}{x} = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{24 \cdot 5 \cdot x - 24 \cdot 5 \cdot (x-3)}{5x(x-3)} = \frac{2x(x-3)}{5x(x-3)}$$

$$\Leftrightarrow 120x - 120x + 360 - 2x^2 + 6x = 0$$

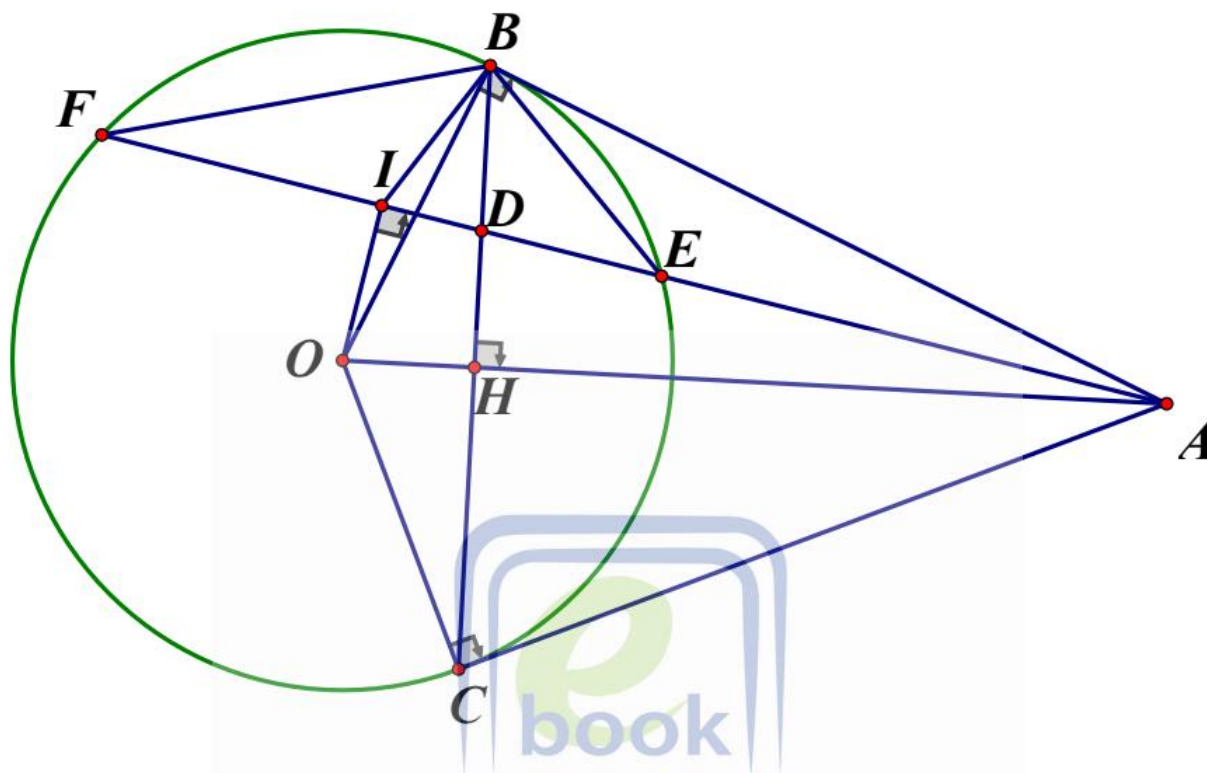
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15(tm) \\ x = -12(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc đi xe của người thứ nhất là: $15(km/h)$

Vận tốc đi xe của người thứ hai là: $15 - 3 = 12(km/h)$

Câu IV.



1) Xét (O) ta có: $\angle ABE = \angle BFE = \angle BFA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung BE)

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle AFB$ có:

$\angle BAF$ chung; $\angle ABE = \angle BFA$ (cmt) $\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle AFB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{AE}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = AE \cdot AF$$

2) +) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn

Ta có AB, AC lần lượt là 2 tiếp tuyến của (O) nên:

$AB \perp OB \Rightarrow \angle ABO = 90^\circ, AC \perp OC \Rightarrow \angle ACO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

Xét tứ giác $ABOC$ có: $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn

+) Chứng minh tứ giác $ABIO$ nội tiếp đường tròn

Ta có: I là trung điểm của EF (gt) $\Rightarrow OI \perp EF$ tại I (đường kính dây cung)

Khi đó ta có: $\angle OIE = 90^\circ$ hay $\angle OIA = 90^\circ$

Nên $\angle OIA = \angle OBA = 90^\circ$. Mà I, B là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh OA dưới các góc bằng nhau.

Suy ra tứ giác $ABIO$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

3) Ta có: $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau tại A)
 $OB = OC$ (cùng là bán kính (O))

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow OA \perp BC \Rightarrow AHD = 90^\circ$

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle AIO$ có:

$\angle AIO$ chung; $AHD = AIO = 90^\circ$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle AIO (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AD}{AO} \Rightarrow AD \cdot AI = AH \cdot AO = AB^2$$

Mặt khác theo câu a, ta có: $AB^2 = AE \cdot AF$

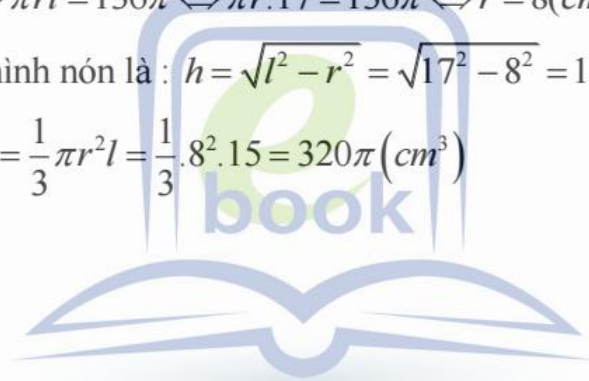
Vậy ta có: $AD \cdot AI = AE \cdot AF$

Câu V.

Ta có: $S_{xq} = 136\pi \Leftrightarrow \pi r l = 136\pi \Leftrightarrow \pi r \cdot 17 = 136\pi \Leftrightarrow r = 8(cm)$

Ta có chiều cao của hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(cm)$

Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 l = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 17 = 320\pi (cm^3)$



I. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM)

Câu 1.(3,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{80}$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases}$
3. Giải phương trình $x^2 + x - 12 = 0$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hai hàm số $y = x - 3$ và $y = -2x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P)

1. Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ
2. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép toán

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - x + 3m - 11 = 0(1)$ (với m là tham số)

1. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm kép
2. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $2017x_1 + 2018x_2 = 2019$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 ĐIỂM)

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây

Đề 1:

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm O , đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) theo thứ tự tại P và Q ($P \neq B, Q \neq C$)

- 1) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn
- 2) Gọi H là giao điểm của BD và CE . Chứng minh $HB \cdot HP = HC \cdot HQ$

Đề 2:

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không qua tâm O, C nằm giữa M và D

1. Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn
2. Chứng minh $MA^2 = MC \cdot MD$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{80} \\ = \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + 3\sqrt{16.5}$$

$$= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3.4\sqrt{5} = 11\sqrt{5}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18x + 24y = 30 \\ 18x + 21y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 6 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x, y) = (-1; 2)$

$$3) x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) + 4(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{3; -4\}$

Câu 2.

1) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

2) Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d):

$$x - 3 = -2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

Phương trình có dạng $a + b + c = 2 + 1 - 3 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y = -2 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(1; -2)$ và $B\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$

Câu 3.

$$1) \text{ Phương trình } x^2 - x + 3m - 11 = 0(1) \text{ có } \Delta = (-1)^2 - 4.(3m - 11) = 45 - 12m$$

Để phương trình (1) có nghiệm kép thì

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn...đúng}) \\ 45 - 12m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{15}{4}$$

Vậy với $m = \frac{15}{4}$ thì phương trình (1) có nghiệm kép.

2) Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn...đúng}) \\ 45 - 12m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{15}{4}$$

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = 3m - 11 \end{cases} \quad (2)$

Theo bài ra ta có: $2017x_1 + 2018x_2 = 2019 \quad (3)$

Từ (2) và (3) ta có hệ phương trình:

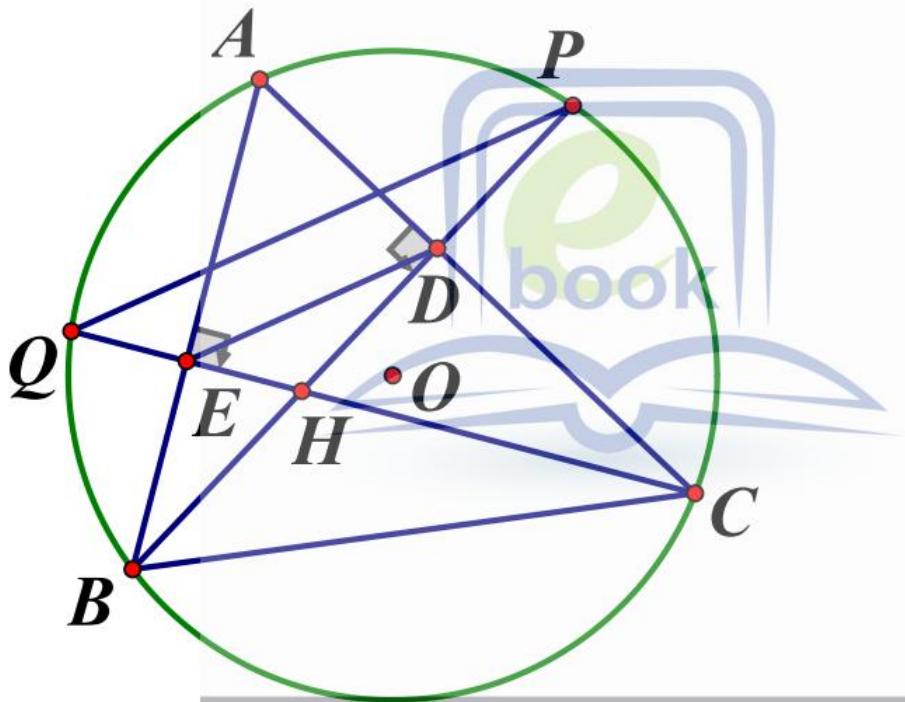
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2017x_1 + 2018x_2 = 2019 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2017x_1 + 2017x_2 = 2017 \\ 2017x_1 + 2018x_2 = 2019 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Thay $x_1 = -1, x_2 = 2$ vào $x_1 x_2 = 3m - 11$ ta được

$$(-1) \cdot 2 = 3m - 11 \Leftrightarrow 3m = 9 \Leftrightarrow m = 3(tm)$$

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm

Câu 4.



1) Xét tam giác ABC có $BD \perp AC, CE \perp AB(gt) \Rightarrow BDC = BEC = 90^\circ$

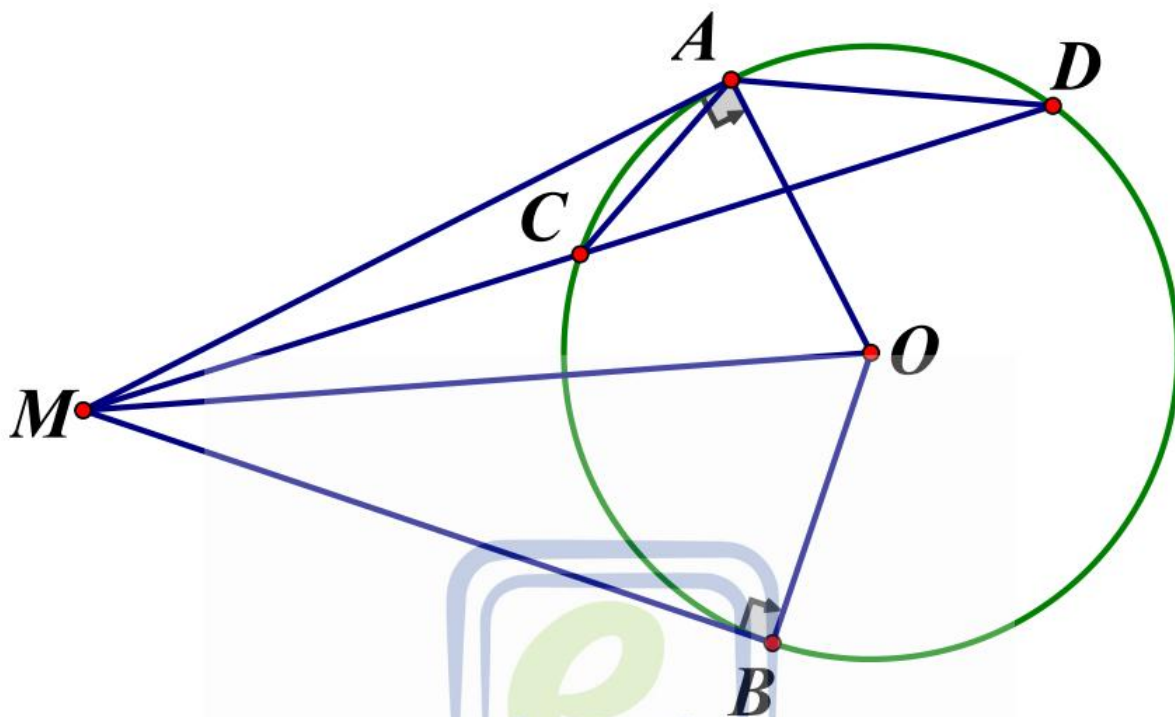
Xét tứ giác $BCDE$ có $BDC = BEC = 90^\circ (cmt)$ nên hai đỉnh D, E kề nhau cùng nhìn cạnh BC dưới các góc vuông, do đó tứ giác $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (dnhb)

2) Xét đường tròn (O) có $QPB = QCB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BQ)

Xét $\triangle HPQ$ và $\triangle HCB$ có: $QHP = BHC$ (đối đỉnh); $QPH = HCB (cmt)$

$$\Rightarrow \triangle HPQ \sim \triangle HCB (g.g) \Rightarrow \frac{HP}{HC} = \frac{HQ}{HB} \Leftrightarrow HP \cdot HB = HC \cdot HQ (dfcm)$$

Câu 5.



1) Vì MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên

$$MA \perp OA, MB \perp OB \Rightarrow \angle MAO = 90^\circ, \angle MBO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $MAOB$ có $\angle MAO + \angle MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

2) Xét (O) có $\angle MAC = \angle ADC$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có: M chung; $\angle MAC = \angle ADC$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA (g.g) \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC \cdot MD (dfcm)$$

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (7,5 điểm)

Câu 1. Cho đường tròn (O), tam giác ABC nội tiếp (O) có đường kính AB. Biết cung AmC có số đo bằng 70° , số đo của góc BAC bằng:

- A. 65° B. 60° C. 50° D. 55°

Câu 2. Cho đường tròn $(O; 5\text{cm})$ và một dây cung $AB = 6\text{cm}$ của (O). Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB bằng

- A. 4cm B. 3cm C. 2cm D. 5cm

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ đi qua điểm

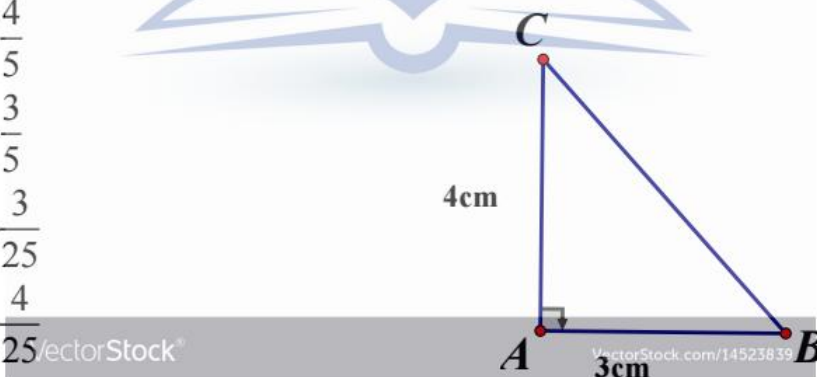
- A. $M(3; 2)$ B. $N(2; 3)$ C. $P(-2; 3)$ D. $Q(3; -2)$

Câu 4. Một nghiệm của phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ là

- A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 2$

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

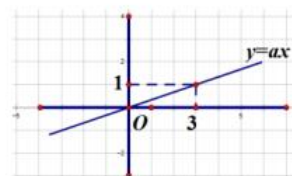
- A. $\sin B = \frac{4}{5}$
B. $\sin B = \frac{3}{5}$
C. $\sin B = \frac{3}{25}$
D. $\sin B = \frac{4}{25}$



Câu 6.

Cho hàm số $y = ax$ có đồ thị như hình bên. Giá trị của a bằng

- A. $a = 3$ B. $a = -3$ C. $a = \frac{1}{3}$ D. $a = -\frac{1}{3}$



Câu 7. Trong các hệ phương trình dưới đây, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ?

A. $\begin{cases} x^2 - 2y = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - 2y^2 = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2 - 2y = 0 \\ 2x + 3y^2 = 1 \end{cases}$

Câu 8. Cho hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r . Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

A. $S = \frac{1}{3}\pi r^2 l$ B. $\pi r l + \pi r^2$ C. $S = \pi r^2 l$ D. $S = \pi r l$

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 3\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$. Quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh AB ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng:

A. 24cm^2 B. $15\pi(\text{cm}^2)$ C. $24\pi(\text{cm}^2)$ D. $15(\text{cm}^2)$

Câu 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6\text{cm}$, $AD = 8\text{cm}$. Quay $ABCD$ một vòng quanh cạnh AD được một hình trụ có diện tích xung quanh bằng:

A. $96\pi(\text{cm}^2)$ B. $32\pi(\text{cm}^2)$ C. $96(\text{cm}^2)$ D. 32cm^2

Câu 11. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn

A. $x - 3y^2 + 2 = 0$ B. $3x + 2y = 0$ C. $x^2 - 3y + 2 = 0$ D. $x^2 - 3x + 2 = 0$

Câu 12. Tổng các nghiệm của phương trình $x^2 + 3x - 2 = 0$ bằng

A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. -3 D. $-\frac{3}{2}$

Câu 13. Căn bậc hai số học của 4 là

A. -2 B. 2 và -2 C. 2 D. 16

Câu 14. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-1; -2)$, giá trị của a bằng

A. $a = -\frac{1}{2}$ B. $a = -2$ C. $a = 2$ D. $a = \frac{1}{2}$

Câu 15. Biểu thức $\sqrt{x-2}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x \geq 2$ B. $x > 2$ C. $x < 2$ D. $x \leq 2$

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ đi qua điểm:

A. $M(-2; 1)$ B. $N\left(2; \frac{1}{2}\right)$ C. $P\left(2; -\frac{1}{2}\right)$ D. $Q(2; 1)$

Câu 17. Với $x < 0$, khẳng định nào đúng

A. $\sqrt{4x^2} = -16x^4$ B. $\sqrt{4x^2} = 2x$ C. $\sqrt{4x^2} = 2x$ D. $\sqrt{4x^2} = -2x$

Câu 18. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất

A. $y = \frac{1}{x} + 2$

B. $y = x^2$

C. $y = -2x + 1$

D. $y = 2x^2 + 2$

Câu 19.

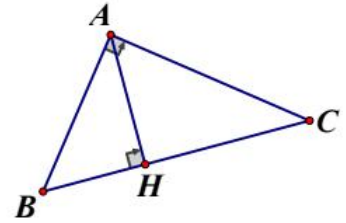
Cho tam giác ABC như hình vẽ. Khẳng định đúng là:

A. $\cos B = \frac{BH}{AB}$

B. $\cos B = \frac{AC}{BC}$

C. $\cos B = \frac{AH}{AB}$

D. $\cos B = \frac{CH}{AC}$

**Câu 20.** Khẳng định nào dưới đây **sai** ?

- A. Đường kính vuông góc với 1 dây thì hai mút của dây đó đối xứng qua đường kính
 B. Đường kính đi qua trung điểm của 1 dây thì vuông góc với dây đó
 C. Đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây đó
 D. Đường kính vuông góc với dây thì đi qua trung điểm của dây đó

Câu 21. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Câu 22. Hai hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$ và $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ ax + 2y = 4 \end{cases}$ tương đương khi và chỉ khi

A. $a = 2$

B. $a = -2$

C. $a = 6$

D. $a = -6$

Câu 23. Hàm số $y = ax^2$ đi qua $(2; 2)$ là đồ thị hàm số

A. $y = -\frac{1}{2}x^2$

B. $y = \frac{1}{2}x^2$

C. $y = 2x^2$

D. $y = -2x^2$

Câu 24. Cho hàm số $y = -3x^2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên R

B. Hàm số nghịch biến trên R

C. Hàm số nghịch biến khi $x > 0$ D. Hàm số đồng biến khi $x > 0$ **Câu 25.** Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định đúng là

A. $b = a \cos B$

B. $b = c \tan C$

C. $b = a \sin B$

D. $b = c \cos B$

Câu 26. Cho tam giác ABC vuông tại A thỏa mãn $\cos B = \frac{3}{5}$. Khẳng định đúng là:

A. $BC = \frac{5}{3}AB$ B. $BC = \frac{3}{5}AB$ C. $BC = \frac{4}{3}AB$ D. $BC = \frac{3}{4}AB$.

Câu 27. Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 6cm, BC = 10cm$. Khẳng định đúng là

A. $\cot B = \frac{4}{3}$ B. $\cot B = \frac{3}{4}$ C. $\cot B = \frac{3}{5}$ D. $\cot B = \frac{4}{5}$

Câu 28. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5cm$, biết $\cos B = \frac{5}{8}$, độ dài trung tuyến AM bằng:

A. $5cm$ B. $4,5cm$ C. $3,5cm$ D. $4cm$

Câu 29. Hàm số $y = ax + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

A. $a \leq 0$ B. $a < 0$ C. $a \geq 0$ D. $a > 0$

Câu 30. Cho hình trụ có thể tích bằng $250\pi (cm^2)$ và chiều cao bằng $10cm$. Bán kính đáy của hình trụ bằng:

A. $10cm$ B. $20cm$ C. $5cm$ D. $25cm$

II. TỰ LUẬN (2,5 điểm)

Câu 1. (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \frac{a-1}{\sqrt{a}+1} - \sqrt{a} + 1$ với $a > 0$

Câu 2. (0,5 điểm) Giải phương trình: $x^2 + x - 30 = 0$

Câu 3. (1,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H và hai đường cao AE, BF

a) Chứng minh rằng: $BAE = BFE$

b) Gọi d là đường thẳng đi qua B và song song với CH, I là giao điểm của EF với d .

Chứng minh rằng $IB^2 = IE \cdot IF$

Câu 4. (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực tùy ý. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2\sqrt{2}x - 2(\sqrt{2} + 1)y + 2022$$

ĐÁP ÁN

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1D 2A 3B 4B 5A 6C 7B 8D 9B 10A
11D 12C 13C 14B 15B 16D 17D 18C 19A 20B
21D 22A 23B 24D 25C 26A 27B 28D 29D 30C

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1.

$$P = \frac{a-1}{\sqrt{a}+1} - \sqrt{a} + 11 = \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1} - \sqrt{a} + 11$$

$$= \sqrt{a} - 1 - \sqrt{a} + 11 = 10$$

Vậy $P = 10$

Câu 2.

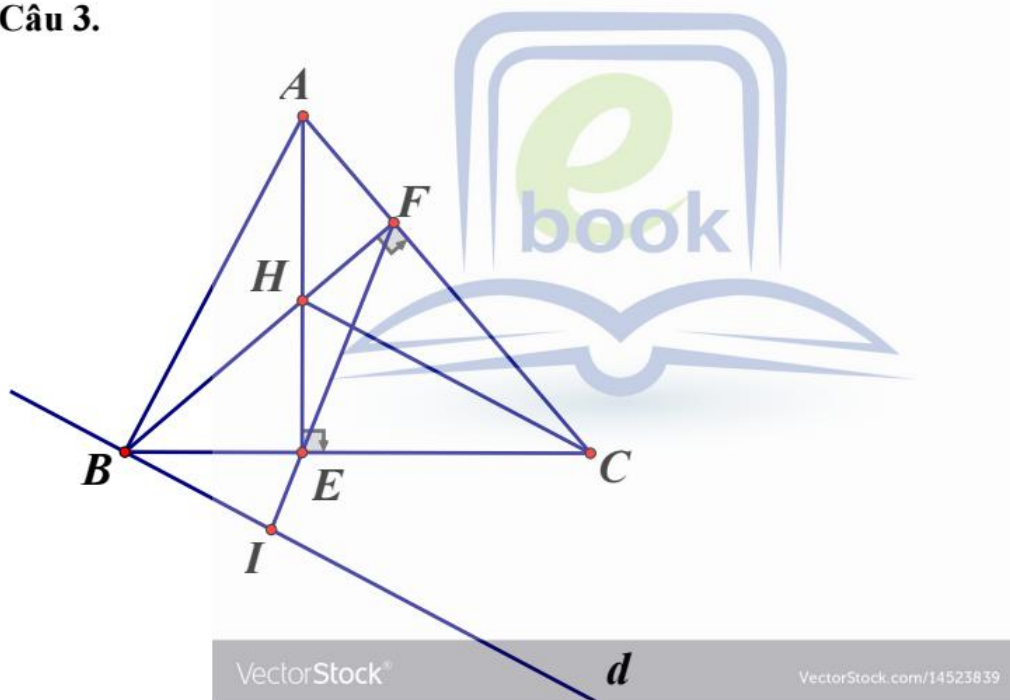
$$x^2 + x - 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6x - 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-5) + 6(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-6; 5\}$

Câu 3.



a) Ta có $AFB = 90^\circ (gt)$; $AEB = 90^\circ (gt)$

\Rightarrow Tứ giác $ABEF$ nội tiếp được đường tròn đường kính AB

$\Rightarrow BAE = BFE$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BE)

b) $Bd \parallel CH (gt)$, $CH \perp AB \Rightarrow Bd \perp AB$

$\Rightarrow Bd$ là tiếp tuyến tại B của đường tròn đường kính AB

$\Rightarrow BFI = EBI$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn BE)

Xét $\triangle FBE$ và $\triangle BEI$ có: $BFI = EBI$ và \hat{I} chung

$$\Rightarrow \triangle FBE \sim \triangle BEI (g.g) \Rightarrow \frac{FI}{BI} = \frac{BI}{EI} \Rightarrow BI^2 = FI \cdot EI$$

Câu 4.

$$A = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2\sqrt{2}x - 2(\sqrt{2} + 1)y + 2022$$

$$= x^2 + 2y^2 + 2xy - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y - 2y + 2022$$

$$= (x^2 + 2xy + y^2) - 2\sqrt{2}(x + y) + 2 + (y^2 - 2y + 1) + 2019$$

$$= (x + y)^2 - 2\sqrt{2}(x + y) + 2 + (y - 1)^2 + 2019$$

$$= (x + y - \sqrt{2})^2 + (y - 1)^2 + 2019 \geq 2019$$

$$\text{Vậy } \min A = 2019 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - \sqrt{2} = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ y = 1 \end{cases}$$



Bài 1. (1,0 điểm) Tính giá trị của biểu thức

a) $A = 2\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108}$

b) $B = \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $5x^2 + 2x = 0$

c) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

d) $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 27 \end{cases}$

Bài 3. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P)

a) Vẽ đồ thị (P)

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x - 3m$ (với m là tham số) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2^2 + x_2(3m - 2x_1) = 6$

Bài 4. (1,0 điểm) Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để vận chuyển 20 tấn hàng hóa theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe nhỏ. Mỗi xe nhỏ vận chuyển được khối lượng ít hơn 1 tấn so với mỗi xe lớn theo dự định. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi mỗi xe nhỏ vận chuyển bao nhiêu tấn hàng hóa (Biết các xe cùng loại thì có khối lượng vận chuyển như nhau).

Bài 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 4cm, AC = 4\sqrt{3}cm, BC = 8cm$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông

b) Tính số đo B, C và độ dài đường cao AH của $\triangle ABC$.

Bài 6. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm M bất kỳ thuộc đường tròn sao cho $MA < MB (M \neq A)$. Kẻ tiếp tuyến tại A của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia BM ở N . Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt AN ở D .

a) Chứng minh bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh OD song song với BM .

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường thẳng BM tại I . Gọi giao điểm của AI và BD là G . Chứng minh N, G, O thẳng hàng.

Bài 7. (0,5 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa $x + y = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 1$

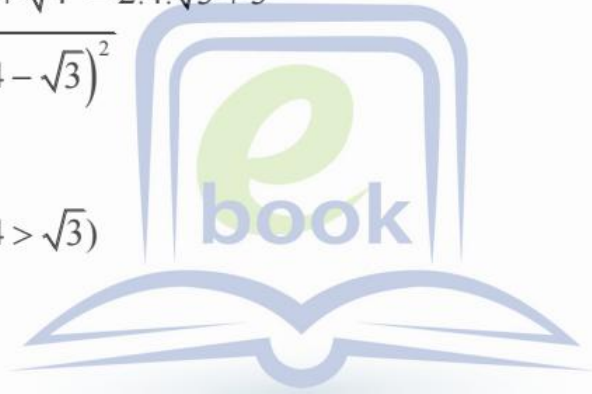
ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned}a) A &= 2\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108} \\&= 2\sqrt{16 \cdot 3} + 3\sqrt{25 \cdot 3} - 2\sqrt{36 \cdot 3} \\&= 2 \cdot 4\sqrt{3} + 3 \cdot 5\sqrt{3} - 2 \cdot 6\sqrt{3} \\&= 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 12\sqrt{3} \\&= 11\sqrt{3}\end{aligned}$$

Vậy $A = 11\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}b) B &= \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} \\B &= \sqrt{4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + 3} + \sqrt{4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + 3} \\B &= \sqrt{(4 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{3})^2} \\B &= 4 + \sqrt{3} + |4 - \sqrt{3}| \\B &= 4 + \sqrt{3} + 4 - \sqrt{3} \quad (4 > \sqrt{3}) \\B &= 8\end{aligned}$$



Bài 2.

$$\begin{aligned}a) 2x^2 - 3x - 2 &= 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + x - 2 = 0 \\&\Leftrightarrow 2x(x - 2) + (x - 2) = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)(x - 2) = 0 \\&\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy..... $S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$

$$b) 5x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(5x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$S = \left\{0; -\frac{2}{5}\right\}$

c) Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$

Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 4t + 5 = 0 \Leftrightarrow (t+1)(t-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(ktm) \\ t = 5(tm) \end{cases}$

Với $t = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$

Vậy $S = \{\pm\sqrt{5}\}$

$$d) \begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 20 \\ 2x - y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x, y) = (4; 15)$

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và cắt parabol (P), ta

$$\text{có: } -x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3m = 0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có $\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-3m) = 1 + 3m$

Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn... đúng}) \\ 1 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$$

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -3m \end{cases}$

Theo bài ra ta có: $x_1 x_2 + x_2 (3 - 2x_1) = 6$

$$\Leftrightarrow (x_1 x_2) x_2 + 3m x_2 - 2x_1 x_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow -3m x_2 + 3m x_2 - 2(-3m) = 6$$

$$\Leftrightarrow 6m = 6$$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm

Bài 4.

Gọi số tấn hàng hóa mỗi xe nhỏ vận chuyển là x (tấn) ($x > 0$)

Mỗi loại xe lớn vận chuyển được số tấn hàng: $x + 1$ (tấn)

Khi đó số lượng xe nhỏ dự định phải dùng để chở hết 20 tấn hàng hóa : $\frac{20}{x}$ (xe)

Số xe lớn dự định phải dùng để chở hết 20 tấn hàng hóa là: $\frac{20}{x+1}$ (xe)

Vì thực tế số xe nhỏ dùng nhiều hơn dự định là 1 xe.

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1 \Leftrightarrow \frac{20x + 20 - 20x}{x(x+1)} = 1$$

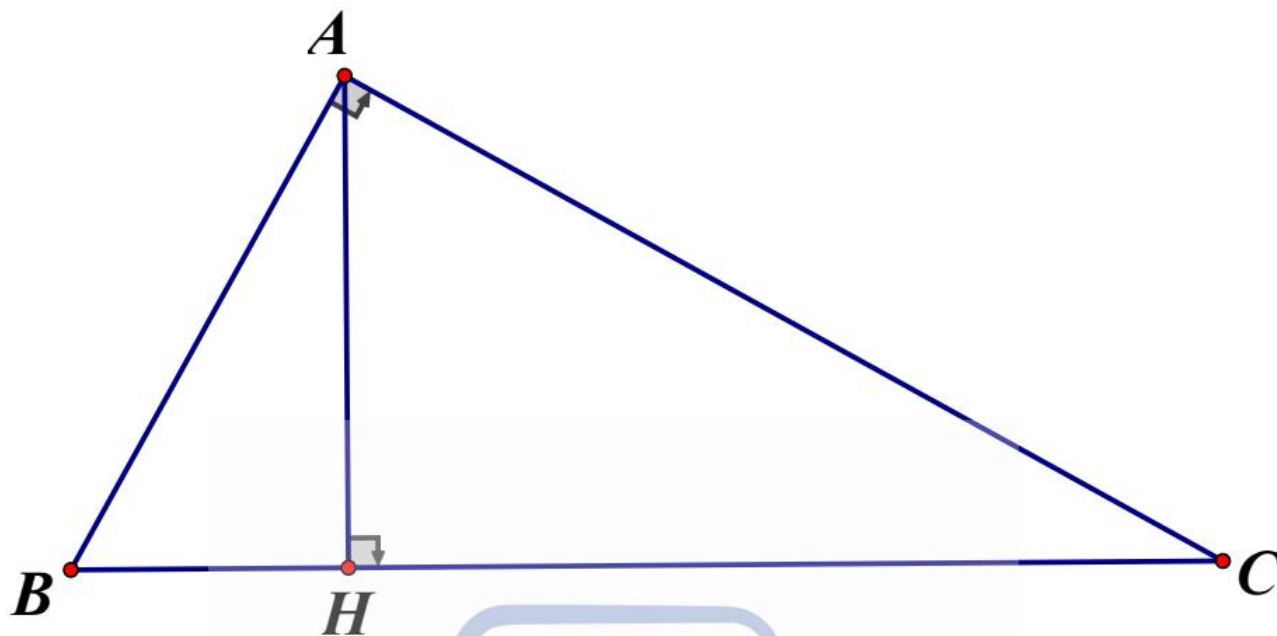
$$\Rightarrow x^2 + x = 20 \Leftrightarrow x^2 + x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5(km) \\ x = 4(tm) \end{cases}$$

Vậy mỗi xe nhỏ vận chuyển được 4 tấn hàng hóa.



Bài 5.



a) Ta có $AB^2 = 4^2 = 16$; $AC^2 = (4\sqrt{3})^2 = 48$; $BC^2 = 8^2 = 64$.

Ta có: $AB^2 + AC^2 = 16 + 48 = 64 = BC^2$
 $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A (định lý Pytago đảo)

b) Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong $\triangle ABC$ ta có:

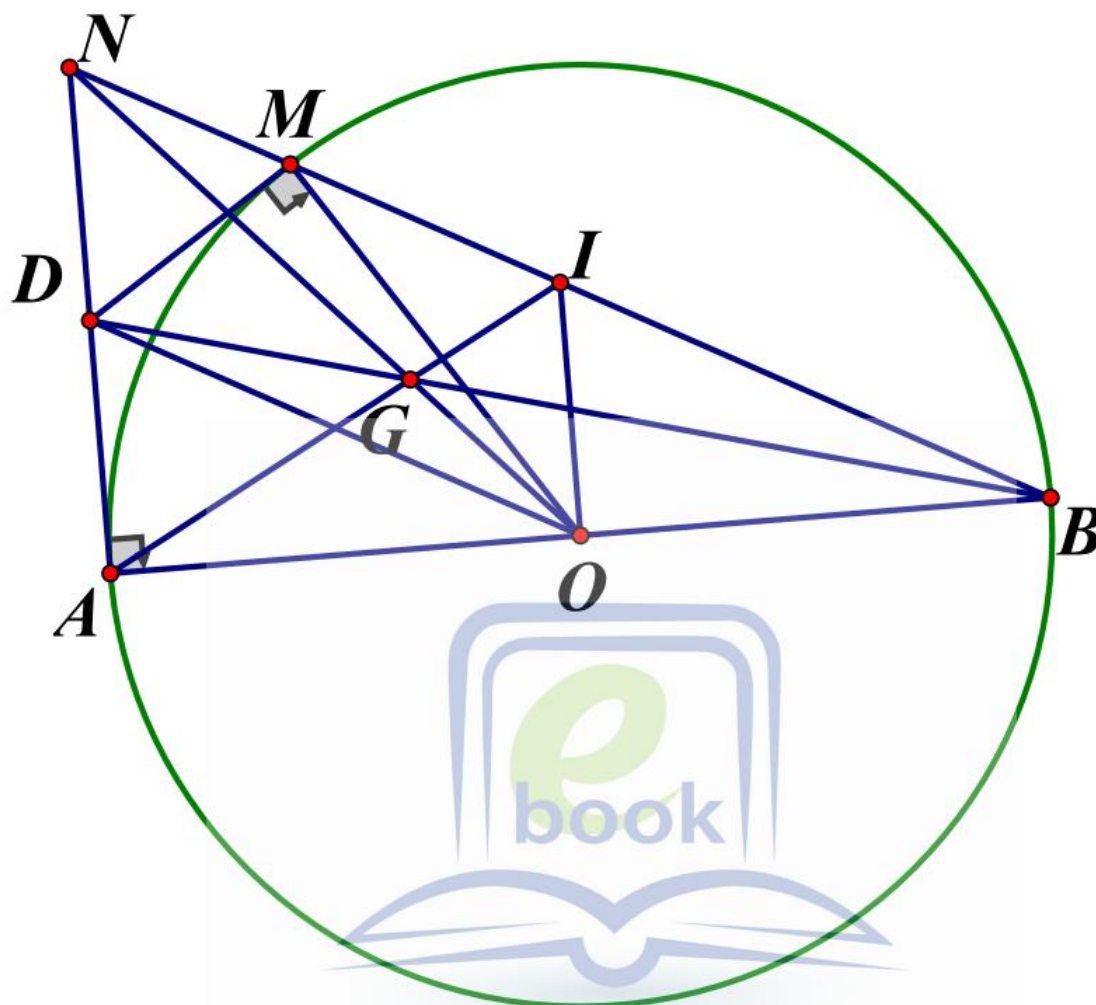
$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ \Rightarrow C = 30^\circ \text{ (vì góc B, góc C phụ nhau).}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle ABC$ vuông tại A và đường cao AH ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{8} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

Vậy $B = 60^\circ$, $C = 30^\circ$, $AH = 2\sqrt{3}\text{cm}$.

Bài 6.



a) Ta có: $OM \perp MD$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow OMD = 90^\circ$

$OA \perp AD$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow OAD = 90^\circ$

Tứ giác $OMDA$ có $OMD + OAD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow OMDA$ là tứ giác nội tiếp hay bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét (O) ta có: OD là tia phân giác trong góc MOA (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow MOD = AOD = \frac{1}{2}AOM$ (1)

mà $MBA = \frac{1}{2}MOA$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung MA) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AOD = ABM \left(= \frac{1}{2}MOA \right)$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $OD \parallel BM$

c) Vì $OI \perp AB, AN \perp AB \Rightarrow OI \parallel AN$

Mà O là trung điểm của $AB \Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ABN

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $BN \Rightarrow AI$ là trung tuyến của $\triangle ABN$

Lại có $OD \parallel BM$ (cmt), mà O là trung điểm của $AB \Rightarrow OD$ là đường trung bình $\triangle ABN$

$\Rightarrow D$ là trung điểm của AN nên BD là trung tuyến của $\triangle ABN$

Mà NO là trung tuyến của tam giác ABN .

Mặt khác, ta lại có $AI \cap BD = \{G\}$

Do đó AI, BD, NO đồng quy tại G là trọng tâm của $\triangle ABN$

Suy ra N, G, O thẳng hàng

Bài 7.

Ta có: $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$ thay vào A ta được:

$$\begin{aligned} A &= 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 1 = 2x^2 - (1-x)^2 + x + \frac{1}{x} + 1 \\ &= 2x^2 - (x^2 - 2x + 1) + x + \frac{1}{x} + 1 = x^2 + 2x + x + \frac{1}{x} \\ &= \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Để thấy $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \forall x$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có $4x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{1}{x}} = 4$

Suy ra $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4} \geq 0 + 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2}$

Vậy $A_{\min} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho khối hộp chữ nhật có chiều dài $3m$, chiều rộng $2m$, và chiều cao $1m$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. $3m^3$ B. $6m^3$ C. $2m^3$ D. $12m^3$

Câu 2. Biểu thức $P = \sqrt{5}(\sqrt{10} - \sqrt{40})$ có giá trị bằng

- A. $-5\sqrt{10}$ B. $-5\sqrt{6}$ C. $-5\sqrt{30}$ D. $-5\sqrt{2}$

Câu 3. Tổng các nghiệm của phương trình: $x^2 - 6x + 1 = 0$ bằng

- A. 6 B. -3 C. 3 D. -6

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = \sqrt{x-2}$ xác định

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5. (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Câu 6. (2,0 điểm). Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + m$ (x là ẩn, m là tham số)

- a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) khi $m = 4$
b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ thỏa mãn $x_1x_2 + y_1y_2 = 5$.

Câu 7. (1,0 điểm). Người thứ nhất đi đoạn đường từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 78km . Sau khi người thứ nhất đi được 1 giờ thì người thứ hai đi theo chiều ngược lại vẫn trên đoạn đường đó từ B về A . hai người gặp nhau ở địa điểm C cách B một quãng đường 36km . Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng vận tốc của người thứ hai lớn hơn vận tốc của người thứ nhất là 4km/h và vận tốc của mỗi người trong suốt đoạn đường là không thay đổi.

Câu 8. (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M không trùng với B, C). Gọi H, K, D theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến các đoạn thẳng AB, AC, BC .

- a) Chứng minh tứ giác $AHMK$ nội tiếp đường tròn
b) Chứng minh $MH \cdot MC = MK \cdot MB$
c) Tìm vị trí điểm M để $DH + DK$ lớn nhất

Câu 9. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c . Chứng minh:

$$\frac{2 + 6a + 3b + 6\sqrt{2bc}}{2a + b + 2\sqrt{bc}} \geq \frac{16}{\sqrt{2b^2 + 2(a+c)^2} + 3}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.B

Câu 2.D

Câu 3.A

Câu 4.C

Câu 5.

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 3 \\ x = 6 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (5; 1)$

Câu 6.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\frac{1}{2}x^2 = -x + m \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - m = 0 (*)$$

a) Thay $m = 4$ vào (*) ta được: $\frac{1}{2}x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = -4 \Rightarrow y = 8 \end{cases}$

Vậy với $m = 4$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm $M(2; 2), N(-4; 8)$

b) Số giao điểm của (d) và (P) bằng số nghiệm của phương trình (*)
Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-m) > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1) & B(x_2; y_2)$

$$\Rightarrow x_1, x_2 \text{ là hai nghiệm của phương trình } (*) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}x_1^2 \\ y_2 = \frac{1}{2}x_2^2 \end{cases}$$

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -2 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -2m \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 5 \Leftrightarrow x_1 x_2 + \frac{1}{4} x_1^2 x_2^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4x_1 x_2 + (x_1 x_2)^2 - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(-2m) + (-2m)^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 8m - 20 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{6} (tm) \\ m = 1 - \sqrt{6} (ktm) \end{cases}$$

Vậy $m = 1 + \sqrt{6}$ là giá trị cần tìm

Câu 7.

Gọi vận tốc của người thứ nhất là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vận tốc của người thứ hai hơn vận tốc của người thứ nhất là $4km/h$

\Rightarrow Vận tốc của người thứ hai là: $x + 4(km/h)$

Quãng đường người thứ nhất đi được cho đến khi gặp người thứ hai là: $78 - 36 = 42(km)$

\Rightarrow Thời gian người thứ nhất đi đến khi gặp người thứ 2 là: $\frac{42}{x}(h)$

Thời gian người thứ 2 đi đến khi gặp người thứ 1 là: $\frac{36}{x+4}(\text{giờ})$

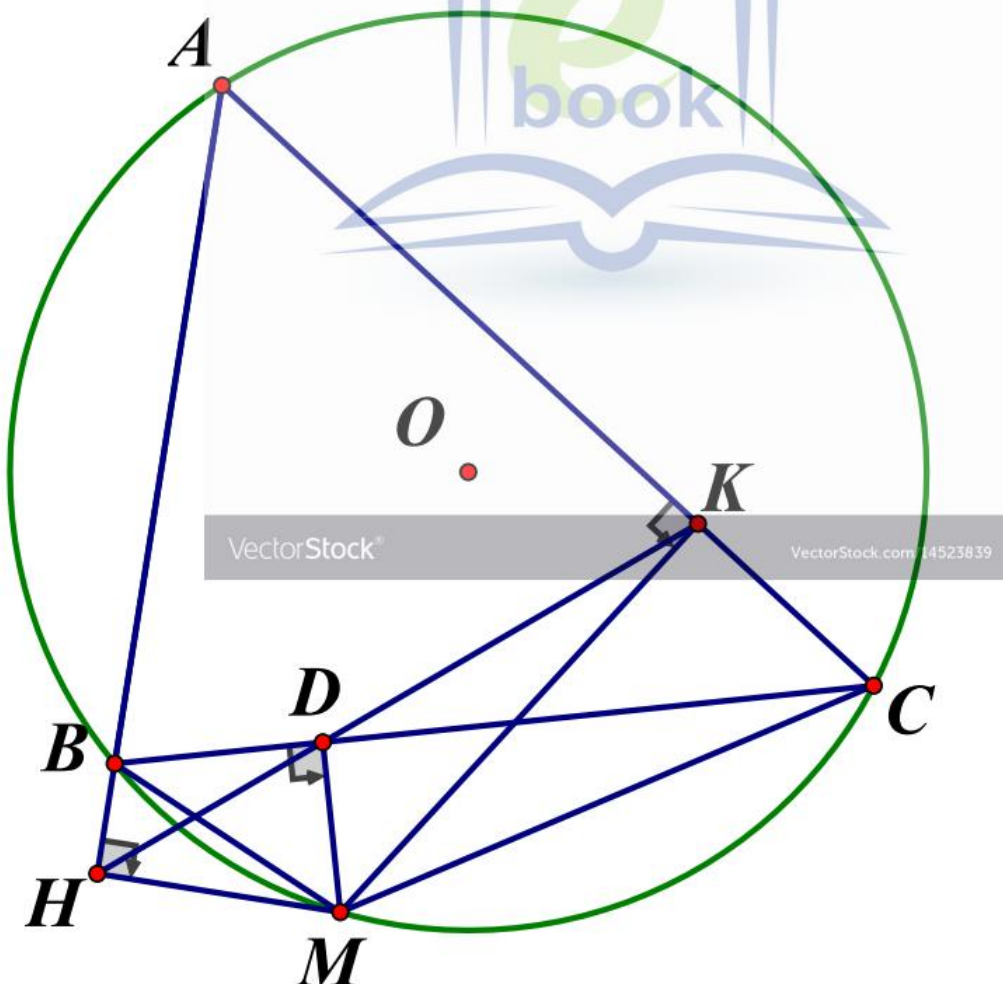
Theo đề bài ta có: người thứ hai xuất phát sau người thứ nhất 1 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{42}{x} - \frac{36}{x+4} = 1 \Leftrightarrow 42(x+4) - 36x = x(x+4)$$

$$\Leftrightarrow 42x + 168 - 36x = x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+12=0 \\ x-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-12(km) \\ x=14(tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của người thứ nhất là $14km/h$, vận tốc của người thứ hai là $18km/h$

Câu 8.

a) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} MH \perp AB(gt) \Rightarrow MHA = 90^0 \\ MK \perp AC(gt) \Rightarrow MKA = 90^0 \end{array} \right\} \Rightarrow MHA + MKA = 90^0 + 90^0 = 180^0$$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $AHMK$ là tứ giác nội tiếp

b) Dễ thấy tứ giác $ABMC$ nội tiếp $\Rightarrow HBM = MCA$ (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét $\triangle HBM$ và $\triangle KCM$ có:

$$\left. \begin{array}{l} MHB = MKC (= 90^0) \\ HBM = MCA (cmt) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle HBM \sim \triangle KCM (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{HM}{KM} = \frac{BM}{CM} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng)} \Rightarrow MH \cdot MC = MB \cdot MK (dfcm)$$

c) Nối D với H, D với K

Xét tứ giác $BHMD$ có $BHM + BDM = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $BHMD$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow BDH = BMH \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } BH) \quad (1)$$

Xét tứ giác $CKDM$ có $MDC = MKC = 90^0 \Rightarrow CKDM$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow KDC = KMC \text{ (cùng chắn cung } KC) \quad (2)$$

$$\text{Mà } \triangle HBM \sim \triangle KCM (cmt) \Rightarrow BMH = KMC \quad (3)$$

Từ (1) (2) và (3) suy ra $BDH = KDC$ suy ra H, D, K thẳng hàng hay $DH + DK = HK$

Câu 9.

Viết BĐT về dạng
$$\frac{2}{2a+b+2\sqrt{2bc}} - \frac{16}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}} \geq 0$$

Ta có:

$$\frac{2}{2a+b+2\sqrt{2bc}} \geq \frac{2}{2a+b+b+2c} = \frac{1}{a+b+c}. \text{ Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow b=2c$$

Áp dụng BĐT cauchy-schwaz ta có:

$$(a+b+c)^2 \leq (1+1)[(a+c)^2 + b^2]$$

$$\Rightarrow a+b+c \leq \sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} \Rightarrow -\frac{16}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}} \geq -\frac{16}{a+b+c+3}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a+c=b$

$$\Rightarrow \frac{2}{2a+b+2\sqrt{bc}} - \frac{16}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}} + 3 \geq \frac{1}{a+b+c} - \frac{16}{a+b+c+3} + 3$$

$$= \frac{3(a+b+c-1)^2}{(a+b+c)(a+b+c+3)} \geq 0$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c-1=0 \\ b=2c \\ a+c=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.



Câu 1. Khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng vuông góc với trục ta được mặt cắt là hình gì ?

- A. Hình chữ nhật B. Hình tròn C. Hình tam giác D. Hình thang

Câu 2. Giá trị của m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có một nghiệm bằng 2 là:

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = 1$

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{16} + \sqrt{36}}{2\sqrt{25}}$ ta được:

- A. $P = 1$ B. $P = 2$ C. $P = 4$ D. $P = 3$

Câu 4. Nếu đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 thì giá trị của b là:

- A. $b = -1$ B. $b = 2$ C. $b = -2$ D. $b = 1$

Câu 5. Giá trị của m để đồ thị các hàm số $y = (m + 2)x + 3$ và $y = 3x + 3$ trùng nhau là :

- A. $m = 1$ B. $m > 1$ C. $m = -1$ D. $m \neq 1$

Câu 6. Cho ba số x, y, z thỏa mãn $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}; \frac{y}{8} = \frac{z}{7}$ và $x + y - z = 138$. Giá trị của x là:

- A. 110 B. 100 C. 120 D. 80

Câu 7. Cho $Q = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(3a-1)^2}$ với $a \geq \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $Q = -4a + 2$ B. $Q = 2a$ C. $Q = 4a - 2$ D. $Q = -2a$

Câu 8. Giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{x} = 6$ là:

- A. $x = 36$ B. $x = 12$ C. $x = 18$ D. $x = 6$

Câu 9. Cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. I là giao điểm ba đường cao của $\triangle ABC$
- B. I là giao điểm ba đường trung trực của $\triangle ABC$
- C. I là giao điểm ba đường trung tuyến của $\triangle ABC$
- D. I là giao điểm ba đường phân giác của $\triangle ABC$

Câu 10. Cho $\triangle IKL$ có $\angle IKL = 50^\circ$. Tia phân giác của $\angle KIL$ và $\angle ILK$ cắt nhau tại O . Số đo $\angle IKO$ bằng:

- A. 35°
- B. 25°
- C. 30°
- D. 45°

Câu 11. Cho tam giác MNP vuông tại M . Biết $MN = 3\text{cm}$, $NP = 5\text{cm}$. Tỉ số lượng giác nào đúng ?

- A. $\cot P = \frac{3}{5}$
- B. $\tan P = \frac{5}{3}$
- C. $\sin P = \frac{3}{5}$
- D. $\cot P = \frac{3}{4}$

Câu 12. Ước chung lớn nhất của 12 và 18 là

- A. 3
- B. 6
- C. 2
- D. 9

Câu 13. Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{-x^2 + 6x - 9}$ xác định là

- A. $x = 6$
- B. $x > 3$
- C. $x = -3$
- D. $x = 3$

Câu 14. Trong một đường tròn. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông
- B. Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau
- C. Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau
- D. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo nhỏ hơn 90°

Câu 15. Rút gọn $M = \frac{xz^2}{4xy} \cdot \frac{20x^2}{z^3} (xyz \neq 0)$ ta được

- A. $M = \frac{5x}{yz^3}$
- B. $M = \frac{5zx}{y}$
- C. $M = \frac{5x^2}{yz}$
- D. $M = \frac{5x^3}{yz^2}$

Câu 16. Trong các phương trình sau, phương trình nào không là phương trình bậc hai một ẩn ?

- A. $x^2 + 3x - 2 = 1$ B. $x^2 - 9 = 0$ C. $x^2 - x = 0$ D. $2x + 1 = 0$

Câu 17. Cho một hình cầu có bán kính $R = 4\text{cm}$. Diện tích mặt cầu là :

- A. $S = 64(\text{cm}^2)$ B. $S = 16\pi(\text{cm}^2)$ C. $48\pi(\text{cm}^2)$ D. $64\pi(\text{cm}^2)$

Câu 18. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Hệ thức nào sau đây **sai**

- A. $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AH^2}$ B. $AC^2 = BC \cdot BH$
C. $AB^2 = BC \cdot BH$ D. $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Câu 19. Gọi (x_0, y_0) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ 5x + 3y = -10 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $A = 2x_0 + y_0$ bằng:

- A. 4 B. -4 C. -3 D. 3

Câu 20. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = -13 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$ là

- A. $(x, y) = (-3; 2)$ B. $(x, y) = (3; 2)$ C. $(x, y) = (-3; -2)$ D. $(x, y) = (3; -2)$

Câu 21. Cho hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$. Kết luận nào sau đây **sai** ?

- A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng
B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; -6)$
C. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$
D. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 0 khi $x = 0$

Câu 22. Tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{x-3}{x^2-3x+2}}$ xác định là:

- A. $x \neq 1$ và $x \neq 2$ B. $x \neq 2$ C. $x \neq 1$ và $x \neq 3$ D. $x \geq 3$

Câu 23. Trong các phân số sau, phân số nào được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn

- A. $\frac{-11}{15}$ B. $\frac{7}{55}$ C. $\frac{-1}{12}$ D. $\frac{21}{70}$

Câu 24. Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $2x - 3y = 5$?

- A. $(1; -1)$ B. $N(3; 1)$ C. $P(-1; 1)$ D. $M(2; 1)$

Câu 25. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4 - 6x - x^2} = x + 4$ là

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 26. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x + 1$

- A. $P(1; 0)$ B. $Q(1; 1)$ C. $M(-1; 1)$ D. $N(0; 1)$

Câu 27. Phương trình $2x^2 + mx - 5 = 0$ có tích hai nghiệm là

- A. $-\frac{m}{2}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{m}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 28. Tổng T các nghiệm của phương trình $(2x - 4)(x - 5) - 4 + 2x = 0$ là:

- A. $T = 6$ B. $T = -7$ C. $T = -8$ D. $T = 7$

Câu 29. Đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -\frac{2}{3}x + 5$ và đi qua điểm $A(0; 2)$. Khi đó tổng $S = a + b$ là

- A. $S = -\frac{8}{3}$ B. $S = \frac{8}{3}$ C. $S = -\frac{4}{3}$ D. $S = \frac{4}{3}$

Câu 30. Cho một đường tròn có đường kính bằng 10cm . Khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm phân biệt trên đường tròn đó là :

- A. 15cm B. 20cm C. 5cm D. 10cm

Câu 31. Cho đường tròn $(O; R)$ và một dây CD . Từ O kẻ tia vuông góc với CD tại M , cắt $(O; R)$ tại H . Biết $CD = 16cm, MH = 4cm$. Bán kính R bằng

- A. $12\sqrt{2}cm$ B. $10\sqrt{2}cm$ C. $12cm$ D. $10cm$

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\frac{2x-m}{x-2} = mx+2$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. $m < 0$ và $m \neq -4$ B. $m > 2$ và $m \neq 4$ C. $m > 0$ & $m \neq 4$ D. $m > 0$

Câu 33. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 4cm, AC = 6cm$, đường phân giác trong $AD (D \in BC)$. Trên đoạn AD lấy điểm O sao cho $AO = 2OD$. Gọi K là giao điểm của BO và AC . Tỉ số $\frac{AK}{KC}$

- bằng: A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

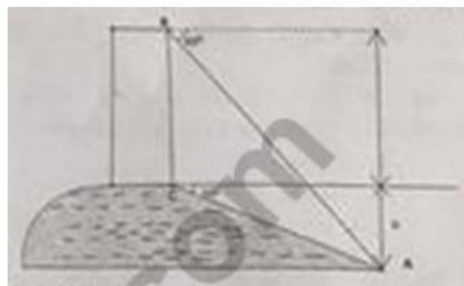
Câu 34. Biết rằng khi m thay đổi, giao điểm của hai đường thẳng $y = 3x - m - 1$ và $y = 2x + m - 1$ luôn nằm trên đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó tổng $S = a + b$ là

- A. $S = 6$ B. $S = \frac{7}{2}$ C. $S = \frac{3}{2}$ D. $S = 4$

Câu 35. Cho $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \neq 0$, rút gọn biểu thức $M = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(ax - by + cz)^2} (M \neq 0)$ ta được:

- A. $M = \frac{1}{a-b+c}$ B. $M = \frac{1}{a^2 - b^2 + c^2}$ C. $M = \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$ D. $M = \frac{1}{2ax - 2by - 2cz}$

Câu 36. Trên quả đồi có một cái tháp cao $100m$. Từ đỉnh B và chân C của tháp nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 60° và 30° so với phương nằm ngang (như hình vẽ). Chiều cao h của quả đồi là



A. $h = 50m$

B. $h = 45m$

C. $h = 52m$

D. $h = 47m$

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 2020|$ là

A. $\min A = 1018081$

B. $\min A = 1020100$

C. $\min A = 1022121$

D. $\min A = 1000000$

Câu 38. Khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng chứa trục thì mặt cắt là một hình vuông có cạnh bằng $20cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là:

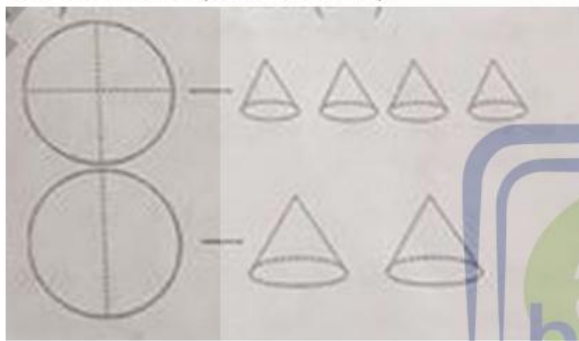
A. $400\pi (cm^2)$

B. $600\pi (cm^2)$

C. $500\pi (cm^2)$

D. $250\pi (cm^2)$

Câu 39. Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $20cm$, người ta làm các phễu hình nón theo hai cách sau (như hình vẽ)



Cách 1: Cắt tấm tôn ban đầu thành 4 tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm thành mặt xung quanh của phễu

Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm thành mặt xung quanh của phễu

Ký hiệu V_1 là tổng thể tích của 4 phễu gò theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của 2 phễu gò theo cách 2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là (xem phần mép dán không đáng kể)

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 40. Giá trị của tham số m để ba đường thẳng $(d_1): y = 2x - 5, (d_2): y = 1$ và $(d_3): y = (2m - 3)x - 2$ đồng quy tại một điểm là :

A. $m = -2$

B. $m = 3$

C. $m = \frac{3}{2}$

D. $m = 2$

Câu 41. Số nghiệm của phương trình: $\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right).\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)=1-\sqrt{x}$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 42. Phương trình $\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1}$ có tổng các nghiệm bằng:

- A. 14 B. 12 C. 13 D. 11

Câu 43. Biết hai số nguyên dương x, y thỏa mãn $\frac{3}{x-2}=\frac{6}{y-4}$ và $xy=18$. Giá trị của biểu thức $A=2x^3+3y$ là:

- A. 36 B. 56 C. 35 D. 81

Câu 44. Nếu x_0 là nghiệm của phương trình $\sqrt{9x-9}-2\sqrt{\frac{x-1}{4}}=6$ thì x_0 thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

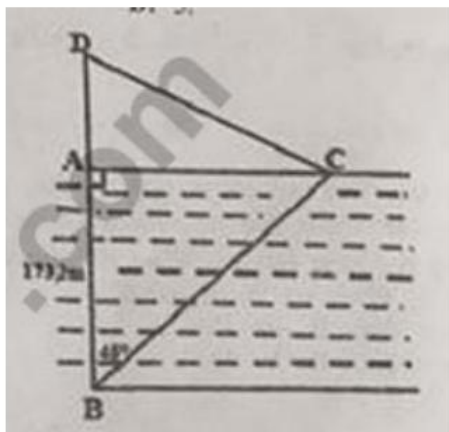
- A. $8 < x_0 < 16$ B. $x_0 > 12$ C. $1 < x_0 < 9$ D. $x_0 < 8$

Câu 45. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\frac{6}{20x^4-(8-40y)x^3+25y^2+5}$ là

- A. 2 B. 6 C. 7 D. 5

Câu 46. Từ nhà bạn An đến trường học, bạn phải đi đò qua một khúc sông rộng $173,2m$ đến điểm A bờ bên kia, rồi từ A đi bộ đến trường tại điểm D (ở hình bên). Thực tế, do nước chảy nên chiếc đò bị dòng nước đẩy xiên một góc 45^0 , đưa bạn tới điểm C (bờ bên kia). Từ C bạn An đi bộ đến trường theo đường CD mất thời gian gấp đôi khi đi từ A đến trường theo đường AD. Độ dài quãng đường CD là

(Giả sử rằng vận tốc đi bộ của bạn An không thay đổi (chuyển động thẳng đều), kết quả làm tròn hàng đơn vị).



B. 190m

B. 220m

C. 200m

D. 210m

Câu 47. Cho phương trình $x^2 + 1 = 9m^2x^2 + 2(3m+1)x (m \in \mathbb{R})$. Tích P tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho **không** là phương trình bậc hai bằng:

A. $P = \frac{1}{9}$

B. $P = -\frac{1}{3}$

C. $P = \frac{1}{3}$

D. $P = -\frac{1}{9}$

Câu 48. Cho nửa đường tròn đường kính AB , vẽ tia Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A , điểm C thuộc nửa đường tròn thỏa mãn $AC = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$. Số đo của Cax là

A. $Cax = 30^\circ$

B. $Cax = 60^\circ$

C. $Cax = 45^\circ$

D. $Cax = 90^\circ$

Câu 49. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3cm, AC = 4cm$, đường cao AH và đường trung tuyến AM . Độ dài đoạn thẳng HM là

A. $HM = \frac{7}{10}cm$

B. $HM = \frac{9}{5}cm$

C. $HM = \frac{43}{10}cm$

D. $HM = \frac{5}{2}cm$

Câu 50. Cho nửa đường tròn đường kính AB và điểm M thuộc nửa đường tròn. Kẻ $MH \perp AB (H \in AB)$. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm M vẽ các nửa đường tròn đường kính AH và BH , biết $MH = 8cm, BH = 4cm$. Diện tích S của hình giới hạn bởi ba nửa đường tròn là

A. $20\pi (cm^2)$

B. $18\pi (cm^2)$

C. $16 (cm^2)$

D. $16\pi (cm^2)$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM TOÁN VÀO 10 2019-2020 TỈNH YÊN BÁI

1. B	2.C	3.A	4.D	5.A
6.C	7.C	8.A	9.B	10.B
11.C	12.B	13.D	14.D	15.C
16.D	17.D	18.A	19.C	20.A
21.C	22.A	23.D	24.A	25.A
26.D	27.B	28.A	29.D	30.D
31.D	32.C	33.D	34.C	35.B
36.A	37.B	38.B	39.A	40.D
41.D	42.C	43.A	44.A	45.B
46.C	47.D	48.B	49.A	50.D



